

SCC-0505
INTRODUÇÃO À TEORIA DA COMPUTAÇÃO

Lista de Exercícios – Capítulo 2

Linguagens e gramáticas

1. Seja $G = (\Sigma, V, S, P)$ onde $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S\}$ e P é o seguinte conjunto de produções:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSb \\ S &\rightarrow aSa \\ S &\rightarrow bSa \\ S &\rightarrow bSb \\ S &\rightarrow \lambda \end{aligned}$$

Mostre que $L(G)$ é uma LLD.

2. Suponha que $G = (\Sigma, V, S, P)$ seja uma GLC tal que cada produção em P ou é da forma $A \rightarrow wB$ ou da forma $A \rightarrow w$, onde $A, B \in V$ e $w \in \Sigma^*$. $L(G)$ é necessariamente uma LLD? Prove esta afirmação ou ache um contra-exemplo.

3. Converta a seguinte gramática à Forma Normal de Greibach.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 00A \mid B \mid 1 \\ A &\rightarrow 1AA \mid 2 \\ B &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

4. Converta a seguinte gramática à Forma Normal de Greibach.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SSS \mid RS \mid 0 \\ R &\rightarrow RR \mid SR \mid 1 \end{aligned}$$

5. Escreva a gramática para a linguagem com cadeias que contenham um único a a esquerda e n b 's a direita: ab^n , $n > 0$. Qual é o tipo desta linguagem?
6. Construa uma gramática livre de contexto G para a linguagem $L(G) = \{ w = xayb \mid x, y \in \{a, b\}^* \}$.
7. Mostre que para qualquer linguagem livre de contexto L , $L - \{\lambda\}$ também é livre de contexto.
8. Escreva a gramática para a linguagem com cadeias que contenham um único a a esquerda e n b 's a direita: ab^n , $n > 0$. Qual é o tipo desta linguagem?

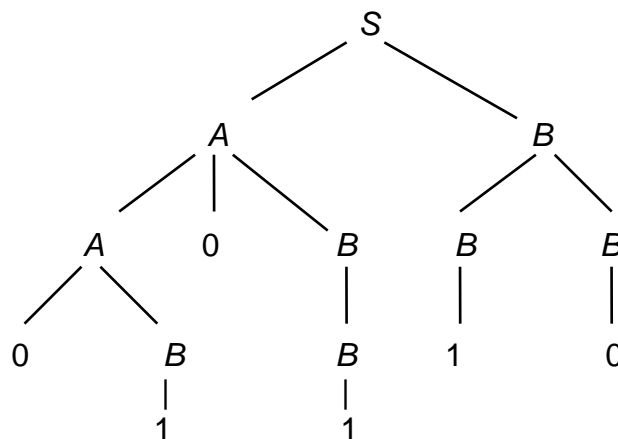
9. Construa uma gramática livre de contexto G para a linguagem $L(G) = \{w = xayb \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$.

10. Seja $G = (\{0, 1\}, \{A, B\}, A, \{A \rightarrow B0, B \rightarrow BB, A0 \rightarrow B1, B \rightarrow 1, B \rightarrow 1A, A \rightarrow 0, A1 \rightarrow \lambda\})$. Como você descreveria essa gramática? Essa gramática é livre de contexto? Por que? Essa gramática é sensível ao contexto? Por que?

11. Construa gramáticas que gerem as seguintes linguagens:

- (a) $\{a^i b^j \mid j = i\}$
- (b) $\{a^i b^j \mid j = 2i\}$
- (c) $\{a^i b^j \mid j = i \text{ ou } j = 2i\}$
- (d) $\{a^i b^j \mid j \neq i\}$
- (e) $\{a^i b^j \mid j < i \text{ ou } j > 2i\}$
- (f) $\{a^i b^j \mid i \leq j \leq 2i\}$
- (g) $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } j = k \text{ ou } k = i\}$

12. Suponha que G é uma gramática livre de contexto (GLC) a partir da qual a cadeia 010110 pode ser derivada. Suponha que a árvore de derivação para 010110, dada na figura abaixo, inclui todas as produções de G . Mostre que G é ambígua.



Autômatos de pilha

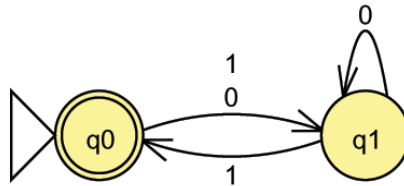
13. Dê um APN que aceite a linguagem dos parênteses casados pelo estado final.

14. Dê um APN que aceite pelo estado final a linguagem gerada pela GLC:

$$S \rightarrow aAA, A \rightarrow aS \mid bS \mid a$$

15. Dê um APN de um estado que aceita a linguagem $\{wcw^R \mid w \in (a + b)^*\}$.

16. Dê um APN (autômato de pilha) que aceite a linguagem $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ pela pilha vazia. Teste para 011110.
17. Considere a seguinte linguagem livre de contexto $L = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Escreva um APN (autômato de pilha) M que processe esta linguagem. Verifique como M age com as entradas 01 e 011.
18. Dê um APN (autômato de pilha) de um estado que aceite a linguagem $\{ww^R \mid w \in (a + b)^*\}$ pela pilha vazia. Dê a gramática correspondente. Qual é o tipo desta gramática?
19. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$. Qual é o APN (autômato de pilha) equivalente a esta gramática?
20. Como um autômato de pilha (APN) é constituído de uma pilha *last-in first-out* e uma máquina de estados, deve ser possível converter um autômato finito (AFD) em um APN ignorando a pilha. Construa, se possível, um APN a partir do seguinte AFD:



21. Considere a linguagem $L = \{ w \mid w \in (a + b)^* \text{ com número par de } a\text{'s}\}$. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.
- Se possível, escreva um autômato de pilha (APN) que processe L . Caso não seja possível, explique o porquê.
 - Qual é o tipo de L ? Comente a sua resposta.
22. Considere a gramática $G = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P)$, onde P é o conjunto de produções:
- $$S \rightarrow aAa \mid bBb$$
- $$A \rightarrow b$$
- $$B \rightarrow aA$$
- Qual é o tipo de menor complexidade de G ?
 - Qual é o tipo de menor complexidade de $L(G)$?
 - Ache uma gramática na Forma Normal de Greibach para G , se possível. Se não for possível, explique o porquê.
 - Ache o autômato finito que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.

e) Ache o autômato de pilha de um estado que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.

23. Seja o seguinte autômato finito $(\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0\})$:

δ	0	1
q_0	q_1	q_1
q_1	q_1	q_0

Escreva o autômato de pilha equivalente. Se não for possível, explique o porquê.

24. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática livre de contexto G :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aaZcc \\ Z &\rightarrow aZc \\ Z &\rightarrow b \end{aligned}$$

- Qual é a linguagem que esta gramática gera?
- $L(G)$ é regular?

Observe agora o seguinte conjunto de produções da gramática linear a direita G' :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow aB \\ B &\rightarrow aB \mid bC \\ C &\rightarrow cC \mid cD \\ D &\rightarrow c \end{aligned}$$

- Qual é a relação entre G e G' ? São equivalentes? Por que?
- Escreva o autômato a pilha que processa $L(G)$.