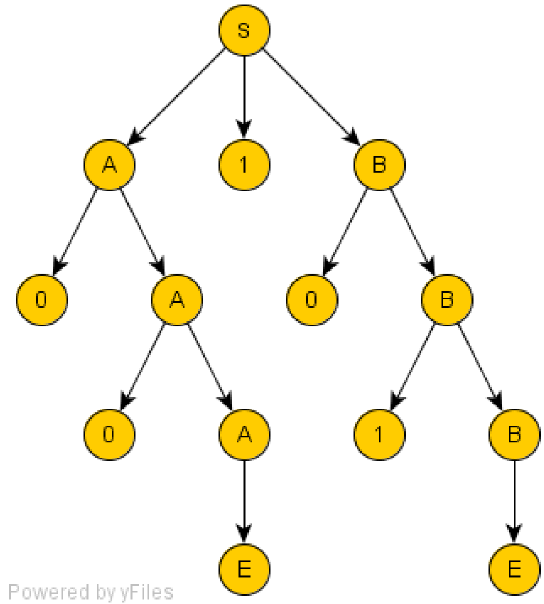
SCE5832 – Teoria da Computação
3ª. Lista de Exercícios
Gabarito

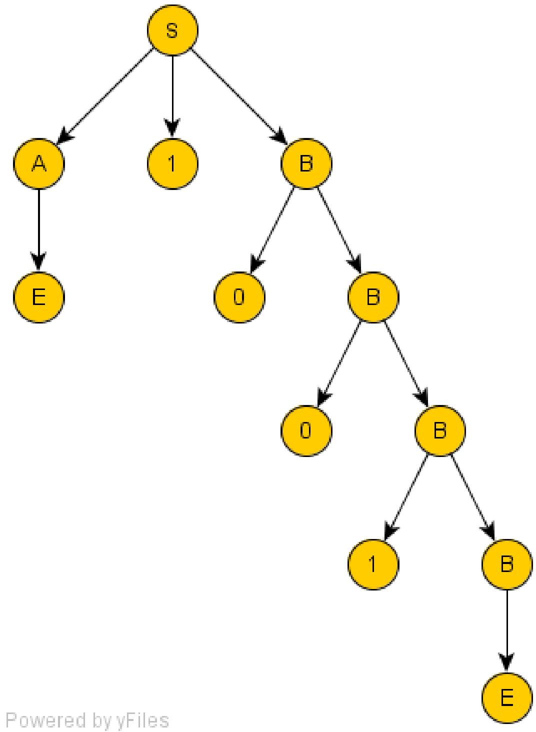
1. (a) 00101
À esquerda: S => A1B => 0A1B => 00A1B => 00ε1B => 00ε10B => 00ε101B => 00ε101ε => 001010
À direita: S => A1B => 0A1B => A101ε => 0A101ε => 00A101ε => 00ε101ε => 00101

Árvore de análise sintática:

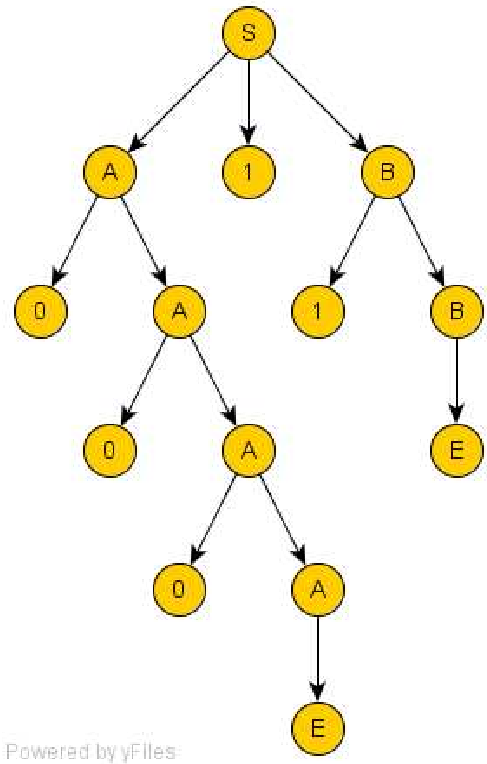


1. (b) 1001
À esquerda: S => A1B => ε1B => ε10B => ε100B => ε1001B => ε1001ε => 1001
À direita: S => A1B => A10B => A1001B => A1001ε => ε1001ε => 1001

Árvore de análise sintática:



1. (c) 00011
À esquerda: S => A1B => 0A1B => 00A1B => 000A1B => 000ε1B => 000ε11B => 000ε11ε => 00011
À direita: S => A1B => A11B => A11ε => 0A11ε => 00A11ε => 000A11ε => 000ε11ε => 00011
Árvore de análise sintática:



2.

- G é uma GLC sem produções nulas;
- $w \in$ L(G) e $|w| = n$;
- w tem derivação em m etapas.

BASE: Se n = 1, sabendo que w será produzida em m derivações, então a árvore terá m nós a mais que o nó de produção do único caractere de w, i.e., o número de nós será m+1 = m+n;

INDUÇÃO: Considerando a palavra wa, $a \in \sum$ e $wa \in$ L(G). Se G reconhece w em m etapas, e não possui transições nulas, G reconhece o prefixo w de wa da mesma forma, com m etapas e árvore de derivação com m+n nós. Para reconhecer a, m' etapas serão necessárias e outro nó será adicionado à árvore representando a produção de a. Assim, $(m+m') + (n+1) = m_2 + n_2$, o que conclui a indução.

3.

BASE: Seja n=1. Pela forma normal de Chomsky (FNC), a produção inicial reconhece w ou leva a 2 não-terminais que reconhecem w sem transições-ε, o que não seria possível para n=1. Ou seja, o símbolo inicial é único não-terminal da árvore de derivação que possui $2n$-1 = 1 nó terminal.

INDUÇÃO: Sendo $w \in$ L(G) e a árvore de derivação possui $2n$-1 nós não-terminais, o mesmo valerá para qualquer $wa \in$ L(G). Como a FNC é da forma A → BC ou A→ a, para reconhecer o último símbolo a em wa, deve existir uma produção da forma A → BC que reconheça o último símbolo de w e o símbolo a, adicionando 2 não-terminais à árvore de derivação. Isso prova que a árvore é binária. Ainda, tem-se $2(n+1) - 1 = 2n + 2 - 1 = (2n - 1) + 2$ nós, o que conclui a prova.

4.

HIPÓTESE:

Se w é uma cadeia de parênteses balanceados, $w \in$ L(G).

BASE:

Se $|w| = 0$, w é balanceado e $w \in$ L(G).

INDUÇÃO: Se $w \in$ L(G), temos que verificar se nas derivações, conforme w cresce, w ainda pertence a L(G). como w é balanceado, w cresce na forma (w), ()w ou w().

- (w): utiliza-se a produção B → (B). Como B é capaz de gerar w, segundo a hipótese, (w) é aceito;
- w(): utiliza-se a produção B → BB. Sabendo que B pode gerar w, então B $=>^*$ wB. Utilizando as produções B → (B) e B → ε, obtém-se B $=>^*$ w();
- ()w: analogamente ao item anterior, derivando mais à direita, obtém-se B $=>^*$ Bw $=>^*$ ()w.

5. (a) 01

(q, 01, Z0) → (q, 1, Z0) → (q, ε, XZ0) → (p, ε)

5. (b) 0011

(q, 0011, Z0) → (q, 011, XZ0) → (q, 11, XX) → (q, 1, X) → (q, ε, X) → (p, ε)

5. (c) 010

(q, 010, Z0) → (q, 10, XZ0) → (q, 0, X) → (q, ε, XX) → (p, X) → (p, ε)

6. (a) Seja P um autômato a pilha com estado de final de aceitação q2:
P = ({q0, q1, q2}, {0, 1}, {Z0, Z}, δ, q0, Z0, {q2})

δ(q0, 0, Z0) = {(q0, ZZ0)}
δ(q0, 0, Z) = {(q0, ZZ)}
δ(q0, 1, Z) = {(q1, ε)}
δ(q1, 1, Z) = {(q1, ε)}
δ(q1, ε, Z0) = {(q2, ε)}

Seja P um autômato a pilha com aceitação por pilha vazia:
P = ({q0, q1}, {0, 1}, {Z0, Z}, δ, q0, Z0)

δ(q0, 0, Z0) = {(q0, Z0)}
δ(q0, 0, Z) = {(q0, ZZ)}
δ(q0, 1, Z) = {(q1, ε)}
δ(q1, 1, Z0) = {(q1, ε)}

6. (b) Seja P um autômato a pilha com aceitação por pilha vazia:
P = ({q0, q1}, {0, 1}, {Z_0, Z}, δ, q0, Z_0)

δ(q0, 1, Z0) = {(q0, ZZ0)}
δ(q0, 0, Z) = {(q1, ε)}
δ(q1, 0, Z) = {(q1, ε)}

6. (c) Seja P um autômato a pilha com aceitação por pilha vazia:
P = ({q0, q1}, {0, 1}, {Z_0, Z}, δ, q0, Z_0)

δ(q0, 0, Z_0) = {(q0, ZZ_0)}
δ(q0, 1, Z) = {(q0, ε)}
δ(q0, 1, Z0) = {(q0, U)}
δ(q0, 0, U) = {(q0, ε)}
δ(q0, 1, U) = {(q0, UU)}
δ(q0, 0, Z) = {(q0, ZZ)}
δ(q0, ε, Z0) = {(q0, ε)}

7. (a)
Basta adicionar a transição δ(p, ε, Z0) = {(p, ε)}

7. (b)
Se o topo da pilha for 0, X é empilhado e pode ser feita a transição para (p, ε). Entretanto, se o topo for Z0 e o próximo elemento for 1, desempilha Z0. Assim, o último elemento passa a ser 1 e o primeiro passa a ser 0.

8. (a) bab

(q0, bab, Z0) $\rightarrow$ (q2, ab, Z0) $\rightarrow$ (q3, b, Z0) $\rightarrow$ (q1, b, AZ0) $\rightarrow$ (q1, ε, Z0) $\rightarrow$ (q0, ε, Z0) $\rightarrow$ (f, ε, ε), e f é o estado final (portanto aceita).

8. (b) abb

(q0, abb, Z0) $\rightarrow$ (q0, bb, AAZ0) $\rightarrow$ falha
(q0, abb, Z0) $\rightarrow$ (f, abb, ε)

8. (c) b^7a^4

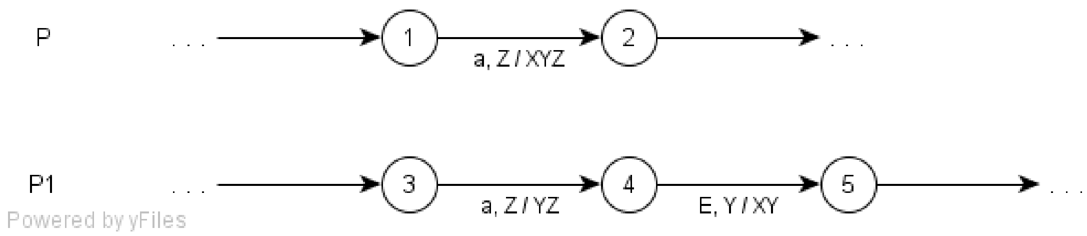
$(q0, b^7a^4, Z_0) \rightarrow (q2, b^6a^4, BZ_0) \rightarrow (q2, b^5a^4, BBZ_0) \rightarrow (q2, b^4a^4, BBZ_0) \rightarrow^* (q2, b^1a^4, BBBBBBZ_0) \rightarrow (q2, a^4, B^7Z_0) \rightarrow (q3, a^3, B^6Z_0) \rightarrow (q2, a^3, B^5Z_0) \rightarrow (q3, a^2, B^4Z_0) \rightarrow (q2, a^2, B^3Z_0) \rightarrow (q3, a^1, B^2Z_0) \rightarrow (q2, a^1, BZ_0) \rightarrow (q3, \varepsilon, Z_0)$.
Conteúdo da pilha = Z_0 (símbolo inicial).

8. (d)

As linguagens devem começar com *b*. Para cada *b* inicialmente consumido, é necessário metade do número de *a*’s para esvaziar a pilha. Para cada a são necessários 3 *b*’s para que a pilha fique vazia e o autômato chegue ao estado final.

9. Por construção:

Para toda seqüência na forma (q, a, Z) $\rightarrow$ (p, XYZ), existe uma seqüência de estados no autômato de pilha restrita equivalente.



i.e, toda produção que empilha múltiplos elementos pode ser representada por transições-ε.

10.

Seja o AP P = (q, {0, 1}, {0, 1, S, A}, δ, q, S)

δ(q, ε, S) = {(q, 0S1), (q, A)}
δ(q, ε, A) = {(q, 1A0), (q, S), (q, ε)}
δ(q, 1, 1) = {(q, ε)}
δ(q, 0, 0) = {(q, ε)}

11.

P = (q, {a, b}, {A, S, a, b}, δ, q, S)

δ(q, ε, S) = {(q, aaA)}
δ(q, ε, A) = {(q, aS), (q, bS), (q, a)}
δ(q, a, a) = {(q, ε)}
δ(q, b, b) = {(q, ε)}

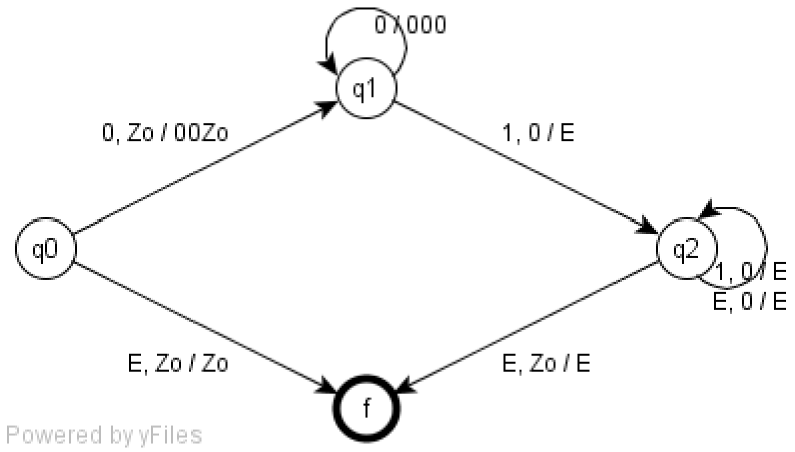
12. (a)
S → aIcc | aScc | ε | I
I → bcc | bIcc

δ(q, ε, S) = {(q, aIcc), (q, aScc), (q, I), (q, ε)}
δ(q, ε, I) = {(q, bcc), (q, bIcc)}
δ(q, a, a) = {(q, ε)}
δ(q, b, b) = {(q, ε)}
δ(q, c, c) = {(q, ε)} por pilha vazia.

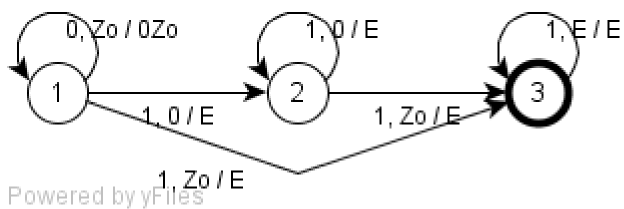
12. (b)
S → aaAbC | JbbIc | ε
C → cC| ε
A → aaAb | ε
J → aJ | ε
I → bbIc | ε

δ(q, ε, S) = {(q, Ibc), (q, AbbJC), (q, ε)}
δ(q, ε, C) = {(q, c), (q, ε)}
δ(q, ε, I) = {(q, aaIb), (q, ε)}
δ(q, ε, A) = {(q, a), (a, ε)}
δ(q, ε, J) = {(q, bbJc), (q, ε)}
δ(q, a, a) = {(q, ε)}
δ(q, b, b) = {(q, ε)}
δ(q, c, c) = {(q, ε)}

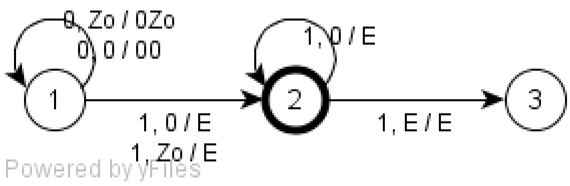
12. (c)



13. (a)



13. (b)



13. (c)

S → 0S0 | I | ε

I → 1I | ε

δ(q, ε, S) = {(q, 0S0), (q, I), (q, ε)}

δ(q, ε, I) = {(q, 1I), (q, ε)}

δ(q, 0, 0) = {(q, ε)}

δ(q, 1, 1) = {(q, ε)}

P = ({q}, {0, 1}, {0, 1, I, S}, δ, q, S).