1. A velocidade máxima annual do vento (em km/h) registrada em uma certa localidade é uma variável aleatória (X) com função distribuição acumulada dada por

$$F(x) = 1 - \exp\{-(x/44{,}5)^{0{,}5}\}, \quad \text{se } x > 0.$$

Em um intervalo de 10 anos, qual a probabilidade de que a velocidade máxima de 120 km/h seja ultrapassada pelo menos três vezes?

Solução. Definimos o evento sucesso como “a velocidade máxima de 120 km/h é ultrapassada em um dado ano”. Supomos que a probabilidade de sucesso não muda e que há independência entre os diferentes anos.

A probabilidade de sucesso é $p = P(X > 120) = 1 - P(X \leq 120) = 1 - F(120) = 0{,}1918$.

De acordo com as suposições, o número de sucessos em 10 anos (Y) é uma variável aleatória com distribuição binomial e parâmetros $n = 10$ e $p = 0{,}1918$. Devemos calcular $P(Y \geq 3)$.

$$P(Y \geq 3) = 1 - P(Y < 3) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - \{P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2)\}$$

$$= 1 - \left\{\binom{10}{0} \times 0{,}1918^{0} \times 0{,}8082^{10} + \binom{10}{1} \times 0{,}1918^{1} \times 0{,}8082^{9} + \binom{10}{2} \times 0{,}1918^{2} \times 0{,}8082^{8}\right\}$$

$$= 0{,}297.$$

Em Excel: = 1 - DISTRBINOM(2; 10; 0,1918; VERDADEIRO)

2. Em certo tipo de construção há duas etapas sequenciais. As fundações são executadas em um tempo T_1 e as demais partes requerem um tempo T_2 (tempos dados em semanas). A experiência mostra que T_1 e T_2 se comportam como variáveis aleatórias de acordo com a distribuições abaixo:

Tempo (t)	1	2	3	4	5	6
$P(T_1 = t)$	0,1	0,3	0,4	0,2	0,0	0,0
$P(T_2 = t)$	0,0	0,0	0,0	0,1	0,5	0,4

(a) Calcule os tempos médios de cada uma das etapas da construção. (b) Apresente a função massa de probabilidade do tempo total de construção. (c) Qual a probabilidade de que a construção seja completada em menos de sete semanas?

Solução. (a) $\mathrm{E}(T_1) = \sum_{t=1}^{6} t \times P(T_1 = t) = 1 \times 0{,}1 + 2 \times 0{,}3 + \cdots + 6 \times 0{,}0 = 2{,}7$ semanas

e $\mathrm{E}(T_2) = \sum_{t=1}^{6} t \times P(T_2 = t) = 1 \times 0{,}0 + 2 \times 0{,}0 + \cdots + 6 \times 0{,}4 = 5{,}3$ semanas.

(b) e (c). O tempo total é dado por $T = T_1 + T_2$. Supondo independência entre as duas etapas obtemos as soluções.

3. Em momentos de pico solicitações de serviço chegam a um posto de atendimento a uma taxa de 1,0 a cada cinco minutos.

(a) Se o posto pode atender a no máximo duas solicitações neste intervalo, qual a probabilidade de que solicitações fiquem sem atendimento?

(b) Previsões indicam que o movimento neste posto poderá duplicar nos próximos anos, ao passo que a capacidade de atendimento poderá ser ampliada em no máximo 50%. Nestas condições, qual a probabilidade de que solicitações fiquem sem atendimento?

Solução. (a) Supomos que o número de solicitações (X) que chegam a cada 5 min é uma v. a. com distribuição de Poisson. Pelo enunciado, a média é $\mu = 1,0$, pois a taxa ($\lambda = 1,0$ / 5 min) corresponde ao intervalo de tempo da pergunta. A capacidade de atendimento é 2 de solicitações.

Logo, devemos calcular $P(X > 2)$, dada por

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(X > 2) &= 1 - \mathrm{P}(0 \le X \le 2) = 1 - \{\mathrm{P}(X = 0) + \mathrm{P}(X = 1) + \mathrm{P}(X = 2)\} \\ &= 1 - \left(e^{-\mu} + e^{-\mu}\mu + \frac{e^{-\mu}\mu^2}{2!}\right) = 0,0803. \end{aligned}$$

Em Excel: = 1 – POISSON(2; 1; VERDADEIRO).

Solução. (b) Segundo o enunciado, a média da distribuição passará a ser é $\mu^* = 2\mu = 2{,}0$.

Por outro lado, a capacidade de atendimento a cada 5 min poderá aumentar em 50%, passando a $1{,}5 \times 2 = 3$.

Portanto, a probabilidade de que a capacidade de atendimento seja ultrapassada será

$$\begin{aligned} P(X > 3) &= 1 - P(0 \leq X \leq 3) = 1 - \{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)\} \\ &= 1 - \left(e^{-\mu^*} + e^{-\mu^*}\mu^* + \frac{e^{-\mu^*}\mu^{*2}}{2!} + \frac{e^{-\mu^*}\mu^{*3}}{3!} \right) = 0,1429. \end{aligned}$$

Em Excel: = 1 – POISSON(3; 2; VERDADEIRO).