$4^{\underline{a}}$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE PROBABILIDADE I - SME 0800

Professora Juliana Cobre

Exercício 1. *(Meyer E. 7.4 p.180)* Na produção de petró-leo, a temperatura de destilação T (graus centígrados) é decisiva na determinação da qualidade do produto final. Supo-nha-se que T seja considerada uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre (150,300), ou seja, $f(x) = 1/150, 150 < x < 300$. Admita-se que produzir um galão de petróleo custe C_1 dólares. Se o óleo for destilado a uma temperatura menor do que 200^oC, o produto é conhecido como nafta e se vende por C_2 dólares por galão. Se o óleo for destilado a uma temperatura maior que 200^oC, o produto é denominado óleo refinado destilado e se vende por C_3 dólares o galão. Determinar o lucro líquido esperado (por galão).

Exercício 2. *(Meyer E. 7.6 p.180)* Suponha que um dispositivo eletrônico tenha uma duração de vida X (em unidades de 1000 horas), a qual é considerada como uma variável aleatória contínua, com fdp $f(x) = \mathrm{e}^{-x}, x > 0$. Suponha que o custo de fabricação de um desses dispositivos seja \$2,00. O fabricante vende a peça por \$5,00, mas garante o reembolso total se $X \leq 0,9$. Qual será o lucro esperado por peça, pelo fabricante?

Exercício 3. *(Meyer E. 7.7 p.180)* As 5 primeiras repetições de um experimento custam \$ 10 cada uma. Todas as repetições subsequentes custam \$ 5 cada uma. Suponha que o experimento seja repetido até que o primeiro resultado bem sucedido ocorra. Se a probabilidade de um resultado bem sucedido for sempre igual a 0,9, e se as repetições forem independentes, qual será o custo esperado da operação completa?

Exercício 4. *(Meyer E. 7.8 p.180)* Suponha que D, a demanda diária de uma peça, seja uma variável aleatória com fp $P(D = d) = C2^d/d!, d = 1, 2, 3, 4$.

(a) Calcule C.
(b) Calcule a demanda esperada.
(c) Suponha que uma peça seja vendida por \$ 5. Um fabricante produz diariamente K peças. Qualquer peça que não tenha sido vendida ao fim do dia, deve ser abandonada, com um prejuízo de \$ 3. Determine a distribuição de probabilidade do lucro diário, com uma função de K. Quantas peças devem ser fabricadas para tornar máximo o lucro diário esperado?

Exercício 5. *(Meyer E. 7.12 p.181)* Suponha que X e Y sejam variáveis aleatórias independentes, com as seguintes fdp

$$f(x) = 8/x^3, x > 2 \quad g(y) = 2y, 0 < y < 1.$$

(a) Determine a fdp de $Z = XY$.
(b) Obtenha $\mathrm{E}(Z)$ por duas maneiras: (i) empregando a fdp de Z, como foi obtida em (a); (ii) Diretamente, sem empregar a fdp de Z.

Exercício 6. *(Meyer E. 7.13 p.181)* Suponha que X tenha a fdp $f(x) = 8/x^3, x > 2$. Seja $W = (1/3)X$.

(a) Calcule $\mathrm{E}(W)$, empregando a fdp de W.
(b) Calcule $\mathrm{E}(W)$, sem empregar a fdp de W.

Exercício 7. *(Meyer E. 7.27 p.182)* Um alvo é constituído de três círculos concêntricos de raios $1/\sqrt{3}$, 1 e $\sqrt{3}$. Tiros dentro do círculo interior valem 4 pontos, dentro do anel seguinte valem 3 pontos, e dentro do anel exterior valem 2 pontos. Tiros fora do alvo valem zero. Seja R a variável aleatória que representa a distância do ponto de impacto ao centro do alvo. Suponha que a fdp de R seja $f(r) = 2/\pi(1 + r^2)$, $r > 0$. Calcule o valor esperado do escore depois de 5 tiros.

Exercício 8. *(Meyer E. 7.28 p.182)* Suponha que a variável aleatória contínua X tenha fdp $f(x) = 3x\mathrm{e}^{-x^2}, x \geq 0$. Seja $Y = X^2$. Calcule $\mathrm{E}(Y)$:

(a) Diretamente, sem primeiro obter a fdp de Y.
(b) Primeiramente, obtendo a fdp de Y.