2.ª PROVA DE SMA333 - CÁLCULO 3

Professor: *Sergio H. M. Soares*

Nome:____

N.º USP: ____________________ **02.07.2015**

Questões	Notas
1.ª	
2.ª	
3.ª	
4.ª	
Total	

1.ª Questão (Valor: 1,5) Determine todos $x \in \mathbb{R}$ para que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}(x-1)^{2n}$$

seja convergente.

Resolução:

2.ª Questão (Valor 2,5): Considere a função $f(x) = x^4 e^{x^2}$.

(a) (0,5) Encontre a série de Maclaurin de f.

(b) (1,0) Utilizando o item anterior, calcule

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - x^4 - x^6}{x^8}.$$

(c) (0,5) Quais os valores de $f^{(10)}(0)$ e $f^{(13)}(0)$?

(d) (0,5) Encontre uma série numérica cujo valor seja igual a

$$\int_0^1 x^4 e^{x^2}\, dx.$$

Resolução:

3.^{a} Questão (Valor 3,0): Considere $f(x) = \pi - x$, $0 \leq x \leq \pi$.

(a) (2,0) Obtenha uma série, apenas, de cossenos para f.

(b) (1,0) Usando o item anterior e o Teorema de Fourier, mostre que

$$\frac{\pi^2}{8} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

Resolução:

4.^{a} Questão (Valor: 3.0) Considere uma barra de 30 cm de comprimento que é feita de um material condutor de calor para o qual $\alpha^2 = 1$. Suponha que a superfície lateral da barra esteja isolada termicamente de modo a não permitir através dela transferência de calor com o meio ambiente. Suponha que as extremidades da barra também estejam isoladas termicamente. Suponha que a temperatura inicial é zero exceto no intervalo $5 < x < 10$, onde a temperatura é $25°$. Em suma, se $u(x,t)$ é a temperatura no ponto x e no instante t então u deve satisfazer o seguinte

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 30, t > 0, \\ u_x(0,t) = 0 = u_x(30,t), \quad t \geq 0 \\ u(x,0) = 0 \quad \text{se } 0 \leq x \leq 5 \text{ ou } 10 \leq x \leq 30 \\ u(x,0) = 25 \quad \text{se } 5 < x < 10 \end{cases}$$

(a) (2,0) Encontre a temperatura $u(x,t)$. Justifique todas as afirmações.
(b) (1,0) Determine a temperatura estacionária da barra. Justifique.

Resolução: