Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Departamento de Ciências de Computação

SCC 205 Teoria da Computação e Linguagens Formais

Lista 3

Autômatos com pilha

1. Dê um ACP que aceite **por pilha vazia** a linguagem gerada pela GLC:

$$S \rightarrow aAA,\ A \rightarrow aS \mid bS \mid a$$

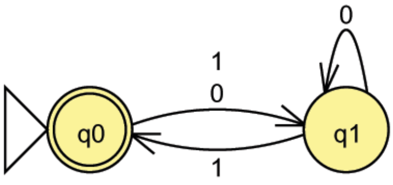
2. Dê um ACP que aceita a linguagem $\{wcw^R \mid w \in (a + b)^*\}$ **por pilha vazia**.

3. Dê um ACP que aceite a linguagem $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ **por pilha vazia**. Teste para 011110.

4. Considere a seguinte linguagem livre de contexto $L = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Escreva um ACP M **por pilha vazia** que processe esta linguagem. Verifique como M age com as entradas 01 e 011.

5. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$. Qual é o ACP equivalente a esta gramática?

6. Como um ACP é constituído de uma pilha *last-in first-out* e uma máquina de estados, deve ser possível converter um autômato finito (AFD) em um ACP ignorando a pilha. Construa, se possível, um ACP a partir do seguinte AFD:



7. Considere a linguagem $L = \{ w \mid w \in (a + b)^*$ com número par de a's$\}$. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.

   a) Se possível, escreva um ACP que processe L. Caso não seja possível, explique o porquê.
   b) Qual é o tipo de L? Comente a sua resposta.

8. Considere a gramática G = ({a, b}, {S,A,B}, S, P), onde P é o conjunto de produções:

   { $S \to aAa \mid bBb$
   $A \to b$
   $B \to aA$
   }

   a) Qual é o tipo de menor complexidade de G?
   b) Qual é o tipo de menor complexidade de $L(G)$?
   c) Ache uma gramática na Forma Normal de Greibach para G, se possível. Se não for possível, explique o porquê.
   d) Ache o autômato finito que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.
   e) Ache o autômato de pilha de um estado que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.

9. Seja o seguinte autômato finito ($\{q_0, q_1\}$, {0,1}, δ, q_0, $\{q_0\}$):

δ	**0**	**1**
$\boldsymbol{q_0}$	q_1	q_1
$\boldsymbol{q_1}$	q_1	q_0

   Escreva o autômato com pilha equivalente. Se não for possível, explique o porquê.

10. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática livre de contexto G:

$S \to aaZcc$
$Z \to aZc$
$Z \to b$

a) Qual é a linguagem que esta gramática gera?
b) $L(G)$ é regular?

Observe agora o seguinte conjunto de produções da gramática linear à direita G':

$S \to aA$
$A \to aB$
$B \to aB \mid bC$
$C \to cC \mid cD$
$D \to c$

c) Qual é a relação entre G e G'? São equivalentes? Por que?
d) Escreva o autômato com pilha que processa $L(G)$.

Gramáticas e Linguagens Sensíveis ao Contexto

1. Seja o seguinte conjunto de produções de uma gramática livre de contexto G:

$$P = \{S \rightarrow AB,\ A \rightarrow 0,\ A \rightarrow 1,\ A \rightarrow \lambda,\ B \rightarrow 1\}$$

a) Descreva *L*(*G*);
b) *L*(*G*) é sensível ao contexto?
c) Se possível, ache um autômato finito que processe *L*(*G*);

Autômatos Limitados Linearmente e Máquinas de Turing

2. Construa uma MT com fita limitada (ALL) que reconheça a linguagem $a^{2n}bc^{n}$, *n* >=1. Ilustre sua operação com o reconhecimento da sentença aabc.

3. Especifique um ALL que reconheça a linguagem 0*1+2*. Mostre os movimentos que conduzem a aceitação da cadeia 0012 e à rejeição da cadeia 022.

4. Construa ALLs que reconheçam as seguintes linguagens:

a. a(bc)*a* | a*(b*c | bc*)a
b. o conjunto de anagramas que podem ser obtidos a partir de uma palavra qualquer, construída sobre o alfabeto {a,b,...,z}, que é fornecida como entrada. Considere que a cadeia a ser analisada possui a forma palavra1-palavra2. A cadeia deve ser aceita se palavra2 for anagrama de palavra1. Caso contrário, deverá ser rejeitada
c. o conjunto das expressões aritméticas que podem ser definidas sobre o alfabeto {a,b,c,+,*, -,/,(,)}
d. $a^m b^n c^m d^n$, m >=1, n <> m
e. $a^m b^n c^p d^q$, m >= 1, n > m, p > n, q > p

5. Considere a linguagem *L* = {*w* | *w* ∈ (*a* + *b*)* com número par de *a*'s}. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.

c) Se possível, escreva um autômato limitado linearmente (ALL) que processe *L*. Caso não seja possível, explique o porquê.
d) Se possível, escreva um autômato de pilha (ACP) que processe *L*. Caso não seja possível, explique o porquê.
e) Qual é o tipo de *L*? Comente a sua resposta.

6. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática G:

$$S \rightarrow aSBC | aBC$$
$$CB \rightarrow BC$$
$$aB \rightarrow ab$$
$$bB \rightarrow bb$$
$$bC \rightarrow bc$$
$$cC \rightarrow cc$$

a) Qual o processador de linguagem de menor poder computacional capaz de processar $L(G)$ (AFND, ACPD, ALL ou MT)? Por que?
b) Escreva este processador.

7. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática livre de contexto GA:

$$S \rightarrow aaZcc$$
$$Z \rightarrow aZc$$
$$Z \rightarrow b$$

Observe agora o seguinte conjunto de produções da gramática linear a direita G_B:

$$S \rightarrow aA$$
$$A \rightarrow aB$$
$$B \rightarrow aB \mid bC$$
$$C \rightarrow cC \mid cD$$
$$D \rightarrow c$$

Qual a relação entre G_A e G_B? São equivalentes? Por que? Escreva a máquina de Turing que processa $L(G_A)$.

8. Considere a gramática G = ({a,b}, {S,A,B}, S, P}, onde P é o conjunto de produções:

$$S \rightarrow aAa \mid bBb$$
$$A \rightarrow b$$
$$B \rightarrow aA$$

f) Ache o autômato limitado linearmente que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.
g) Ache a máquina de Turing de uma cabeça que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.

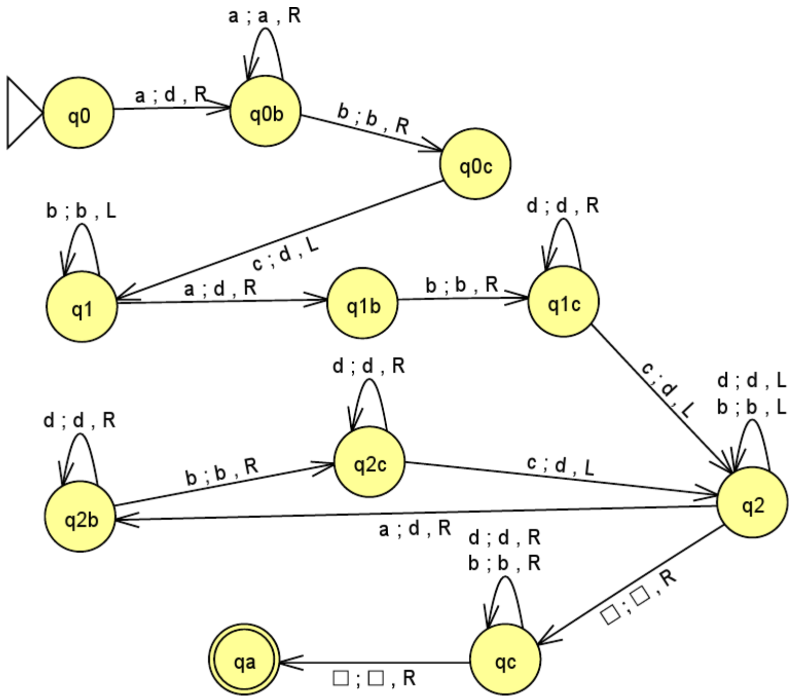
9. Seja o seguinte autômato finito ({q0, q1}, {0,1}, δ, q0, {q0}):

δ	0	1
q_0	q_1	q_1
q_1	q_1	q_0

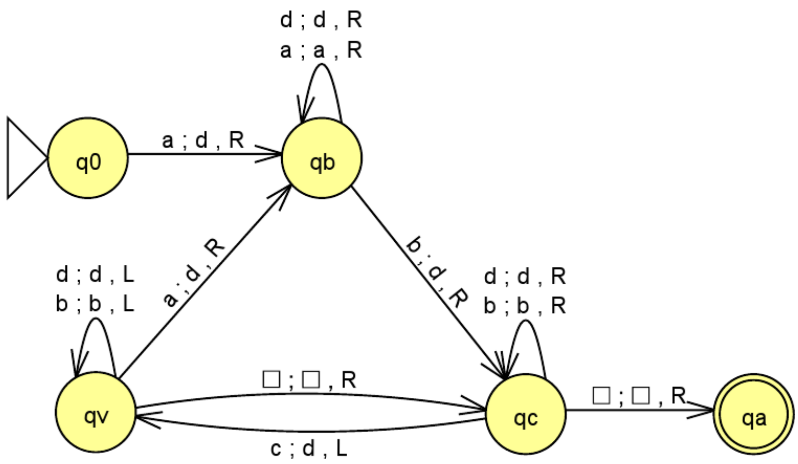
Escreva a máquina de Turing T equivalente. Se não for possível, explique o porquê.

10. Considere uma gramática G = (Σ, V, S, P), onde Σ = {0, 1}, V = {S, A, B}, P = {S → 0A | 1B | 0, A → 0A | 0S | 1B, B → 1B | 1 | 0}. Qual é a Máquina de Turing que processa L(G)?

11. Seja a Máquina de Turing MA, representada no JFlap:



Seja a Máquina de Turing M_B, representada no *JFlap*:



A partir do conjunto de instruções:

a) É possível afirmar que $T(M_A)$, ou seja, o conjunto de cadeias aceitas pela Máquina de Turing M_A, é regular?

b) E quanto à $T(M_B)$?

c) Se não forem regulares, quais os tipos das linguagens processadas por M_A e por M_B?

d) Escreva os processadores de menor poder computacional que processa $T(M_A)$ e $T(M_B)$.

12. Seja T a máquina de Turing:

$T = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, [,], \#\}, q_0, \{q_3\}, \delta)$

onde δ é dado por:

$\delta(q_0, a) = (q_0, a, R)$

$\delta(q_0, \#) = (q_0, \#, R)$

$\delta(q_0, [) = (q_1, \#, R)$

$\delta(q_1, [) = (q_1, [, R)$

$\delta(q_1, \#) = (q_1, \#, R)$

$\delta(q_1,]) = (q_2, \#, L)$

$\delta(q_2, x) = (q_2, x, L)$ para todo $x \neq a$

$\delta(q_2, a) = (q_0, a, R)$

$\delta(q_0, B) = (q_3, \#, R)$

Quais palavras da forma *aw*, onde *w* está em {[,]}*, são aceitas? Você pode achar uma gramática para esta linguagem?

13. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem (a + b)*, na qual há menos a's do que b's.

14. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem (a + b)* onde existe mais a's que b's.

15. Escreva uma Máquina de Turing que aceite a linguagem (a + b)*, na qual há pelo menos um par de a's.

16. Sabe-se que um autômato finito (AFD/AFND) processa linguagem linear a direita (regular) e que um autômato a pilha (ACP), que é equivalente a um AFND + pilha, processa linguagem livre de contexto.

Afirmação: "Qualquer máquina de Turing pode ser simulada por algum ACP com duas pilhas."

Comente esta afirmação.

17. Construa a máquina de Turing que aceite o conjunto de todas as sentenças que contenham dois 0s consecutivos ou dois 1s consecutivos. Teste para 010110.

18. Considere a seguinte máquina de Turing T que reconhece a LLC L = $\{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Seja T = (Q, Σ, q0, qa, δ), onde

$$Q = \{q_0, q_1, ..., q_5\}$$
$$\Sigma = \{0, 1, Y, Z\}$$
$$q_a = q_5$$

sendo que *Y* e *Z* são símbolos da fita, mas não símbolos de entrada. δ é dado por:

1) $\delta(q_0, 0) = (q_1, Y, R)$

(*T* irá alternativamente substituir um 0 por *Y*, então um 1 por *Z*. No estado q_0, um 0 é substituído por um *Y*, e *T* move para a direita no estado q_1 procurando um 1.)

2) a) $\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$

b) $\delta(q_1, Z) = (q_1, Z, R)$

c) $\delta(q_1, 1) = (q_2, Z, L)$

(*T* se move para a direita no estado q_1 (regras 2a e 2b). Quando um 1 é encontrado, ele é mudado para um *Z*, e o estado se torna q_2 (regra 2c). Em q_2, vemos que *T* se move para a esquerda, procurando por um 0 para converter para um *Y*. Movendo para a esquerda, *T* encontrará um bloco de *Z*'s, então talvez um bloco de 0's, então um *Y*.)

3) a) $\delta(q_2, Z) = (q_2, Z, L)$

b) $\delta(q_2, Y) = (q_3, Y, R)$

c) $\delta(q_2, 0) = (q_4, 0, L)$

(*T* se move para a esquerda através de *Z*'s (3a). Se *T* encontra um *Y* enquanto no estado q_2, não há mais 0's para converter. *T* vai para o estado

q_3 para checar que não há mais 1's (3b). Se um 0 é encontrado, *T* vai para o estado q_4 e se move para a esquerda para converter o 0 mais a esquerda (3c).)

4) a) $\delta(q_4, 0) = (q_4, 0, L)$

b) $\delta(q_4, Y) = (q_0, Y, R)$

(*T* se move através de 0's (4a). Se um *Y* é encontrado, *T* passou o 0 mais a esquerda e então deve mover para a direita, para converter o 0 em um *Y*. Entra no estado q_0 e o processo descrito nas regras 1 a 4 se repete (regra 4b).)

5) a) $\delta(q_3, Z) = (q_3, Z, R)$

b) $\delta(q_3, B) = (q_5, Z, R)$

(*T* entra no estado q_3 quando não houver mais 0's (veja 3a). *T* deve mover à direita (5a). Se um branco for encontrado antes de um 1, então não há mais 1's (5b). A entrada está em *L* e *T* entra no estado q_5, o estado de aceitação.)

6) δ é indefinida, para outros casos diferentes de 1 a 5 acima.

Verifique como *T* age com a entrada 000111 através de transições entre descrições instantâneas.