USP/ICMC/SMA - TESTE 1A - SMA0333 - Cálculo III

17/03/2016

Nome: ______________________________ **Nº USP:** ______________________________

Instruções

1. Não se esqueça de colocar o nome e o número USP na prova.

2. A prova consta de 10 questões de múltipla escolha valendo $0,4$ ponto cada uma. Para cada uma destas questões de múltipla escolha, marque uma **ÚNICA** alternativa como resposta, **SEM RASURA**.

3. Transcreva as respostas **das questões de múltipla escolha** para a grade abaixo.

4. Você só poderá sair da sala de aula após entregar a sua prova.

5. O uso de quaisquer equipamentos eletrônicos é proibido. Inclusive, desligue e guarde o seu telefone celular. Portar em mãos ou utilizar quaisquer equipamentos eletrônicos durante a prova **resultará em anulação da sua avaliação.**

6. Esta prova é **individual.** Tentativas de consultar colegas, fornecer informações a colegas, consultar material bibliográfico, anotações pessoais, etc. **resultará na anulação da sua prova.**

7. Não se esqueça de assinar o termo de compromisso abaixo.

Termo de Compromisso

Eu, abaixo assinado, comprometo-me realizar esta avaliação de acordo com as instruções recebidas, de modo estritamente individual, sem consultar ou fornecer informações aos meus colegas, respeitando assim o propósito da avaliação, os meus colegas e professores bem como o Código de Ética da Universidade de São Paulo.

Assinatura:

BOA PROVA!

Questão	Resposta
1. V ou F?	a (V) b (V) c (F) d (F) e (F)
2.	(a) (b) (c) (✓) (e)
3.	(a) (b) (c) (d) (✓)
4.	(a) (b) (c) (✓) (e)
5.	(a) (b) (c) (✓) (e)
6.	(a) (b) (c) (✓) (e)
7.	(a) (b) (c) (d) (✓)
8.	(a) (b) (✓) (d) (e)
9.	(a) (b) (c) (d) (✓)
10.	(a) (b) (✓) (d) (e)

Nota: ____________________

1. Marque V para verdadeiro e F para falso.

   (a) ( ) A sequência $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n(-1)^n}$ é divergente.

   (b) ( ) Se (x_n) é limitada e $y_n \to 1$, então $(x_n y_n - x_n)$ converge.

   (c) ( ) A soma de duas sequências divergentes é divergente.

   (d) ( ) Se uma sequência (a_n) diverge, então $(|a_n|)$ também diverge.

   (e) ( ) Se (x_n) é uma sequência e $|x_n - x_{n+1}| < \frac{1}{n^p}$, com $0 < p < 1$. Então (x_n) é uma sequência de Cauchy.

2. Quais afirmações são verdadeiras?

   I. Se $a_n \leq b_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e $a_n \to +\infty$, então $b_n \to +\infty$.

   II. A sequência (a_n) defindida por $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{na_n}{n+1}$ é convergente.

   III. A sequência (a_n) defindida por $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 1 - a_n$ é convergente.

   (a) I, II e III.

   (b) II e III.

   (c) I e III.

   (d) I e II.

   (e) II.

3. Quais das sequências convergem?

   $$\text{I. } 1 + (-1)^n \qquad \text{II. } \frac{1}{n}\sin(n\pi + 3) + \frac{5}{2^n} \qquad \text{III. } \frac{n^2+3}{4n^2-2n+1}$$

   (a) somente I.

   (b) somente II.

   (c) somente III.

   (d) somente I e II.

   (e) somente II e III.

4. Seja (a_n) uma sequência tal que $a_n \neq 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$ e

   $$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L < 1.$$

   Podemos afirmar:

   (a) (a_n) é decrescente.

   (b) (a_n) não é monótona.

   (c) (a_n) é divergente.

   (d) (a_n) converge para 0.

   (e) (a_n) não é limitada.

5. Determine se a série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{5^n}$ é convervente ou divergente. Se converge, encontre a soma.

   (a) $\frac{5}{3}$
   (b) $\frac{3}{5}$
   (c) $\frac{7}{3}$
   (d) $\frac{20}{3}$
   (e) diverge

6. A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^n}{n!}$

   (a) converge absolutamente.
   (b) converge condicionalmente.
   (c) converge pelo teste da raão.
   (d) diverge pelo teste da razão.
   (e) converge pelo teste da raiz.

7. A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{2} + \cos n}{1 + n^2}$

   (a) converge pelo teste da razão.
   (b) diverge pelo teste da razão.
   (c) converge pelo teste da raiz.
   (d) converge condicionalmente.
   (e) converge absolutamente.

8. Quais das séries convergem?

$$\text{I. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + n} \qquad \text{II. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (1 + \sqrt{n})}{\sqrt{n}} \qquad \text{III. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + n}$$

   (a) somente I e III
   (b) somente II e III
   (c) somente III
   (d) somente I e II
   (e) I e II e III

9. Sendo $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$, use os conceitos de séries alternadas para determinar os valores de k para os quais

$$\left| S - \sum_{n=1}^{k} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \right| < 10^{-1}$$

(a) $k \geq 90$
(b) $k \geq 93$
(c) $k \geq 95$
(d) $k \geq 97$
(e) $k \geq 100$

10. Das seguintes séries convergem

$$\text{I. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^{n+1}}{(\ln n)^n} \qquad \text{II. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{\sqrt{n^3+1}} \qquad \text{III. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos n}{n^2}$$

(a) I e II
(b) II e III
(c) I e III
(d) I
(e) I, II e III