```latex
\documentclass[12pt]{article}
\usepackage[brazil]{babel}
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage{amsmath,amssymb,indentfirst}

\renewcommand{\baselinestretch}{1.1}
\newcommand{\iid}{\ensuremath{\stackrel{\mbox{\footnotesize iid}}{\sim}}}

\setlength{\topskip}{0cm} \setlength{\topmargin}{1cm}
\setlength{\voffset}{-2.54cm} \listfiles
\setlength{\hoffset}{-2.54cm} \setlength{\parskip}{0.0cm}
\setlength{\textwidth}{16cm} \setlength{\textheight}{24.7cm}
\setlength{\parindent}{1.25cm}

\begin{document}
\thispagestyle{empty}
\begin{center}
8$^{\b{a}}$ lista de exerc\'icios
\end{center}

\begin{enumerate}

\item $X_1,\ldots,X_n$ \'e uma amostra aleat\'oria de uma popula\c
  c\~ao $\textsf{Laplace}(\theta)$, com fun\c c\~ao densidade
  $f(x;\theta) = \exp(-|x|/\theta) / (2 \theta) \ I_\mathbb{R}(x)$, $\theta > 0$.
\begin{enumerate}
\item Prove que $\sum_{i=1}^n |X_i|$ \'e suficiente para $\theta$ e
  que $2 \sum_{i=1}^n |X_i| / \theta \sim \chi^2_{2n}$.
\item Apresente um intervalo de confian\c ca de $100(1-\alpha)$\% para
  $\theta$, indicando como obter o intervalo de amplitude m\'inima.
\end{enumerate}

\item \label{itexp} $X_1,\ldots,X_n$ \'e uma amostra aleat\'oria de uma popula\c
  c\~ao com fun\c c\~ao densidade
  $f(x;\theta) = \exp\{-(x - \theta)\} \ I_{(\theta,\infty)}(x)$, $\theta
 \in \mathbb{R}$.
Com base na estat\'istica $X_{(1)}=\min(X_1,\dots,X_n)$ (\'e
suficiente?), apresente o intervalo de confian\c ca de
$100(1-\alpha)$\% de amplitude m\'inima para
  $\theta$.

\item Uma observa\c c\~ao \'e coletada de uma popula\c c\~ao com fun\c
  c\~ao densidade
$$f(x;\theta) = 2 \frac{x-\theta}{(b_0-\theta)^2} I_{(\theta,b_0)}(x),$$
sendo que $b_0 > \theta$ \'e conhecido.
```

```
\begin{enumerate}
\item Prove que $(X-\theta)/(b_0-\theta)$ \'e uma quantidade pivotal.
\item Prove que
$$\left[ \frac{X - b_0 a_2}{1 - a_2}, \frac{X - b_0 a_1}{1-a_1} \right]$$
\'e um intervalo de confian\c ca de $100(1-\alpha)$\% para
  $\theta$, em que $a_1$ e $a_2$ s\~ao tais que $1-\alpha = a_2^2 -
 a_1^2$.
\item Calcule a amplitude do intervalo acima.
\end{enumerate}

\item Considere $X_1,\ldots,X_n \iid
 \textsf{normal}(\mu,\sigma^2)$.
\begin{enumerate}
\item Supondo $\mu = \mu_0$ conhecido, apresente intervalos de confian\c ca
de
$100(1-\alpha)$\% para $\sigma^2$ e $\sigma$.
\item Supondo $\mu$ desconhecido, apresente intervalos de confian\c ca de
$100(1-\alpha)$\% para $\sigma^2$ e $\sigma$.
\item Nos dois itens anteriores, indique como obter os intervalos de
  amplitude m\'inima.
\end{enumerate}

\item Para cada uma das seguintes situa\c c\~oes, apresente uma
  quantidade pivotal com base em uma amostra de tamanho $n=1$.
\begin{enumerate}
\item $f(x;\theta) = 2 (\theta -x) / \theta^2 \ I_{(0,\theta)}(x)$.
\item Exerc\'icio~\ref{itexp}.
\item $f(x;\theta) = \exp(-x/\theta) /
\theta \ I_{(0,\infty)}(x)$, $\theta>0$.
\item $f(x;\theta) = x \exp(-x/\theta) /
\theta^2 \ I_{(0,\infty)}(x)$, $\theta>0$.
\item $X \sim \textsf{normal}(0,\sigma^2)$.
\end{enumerate}

\end{enumerate}

\end{document}
```