Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Curso de Ciências de Computação

SCC-205
TEORIA DA COMPUTAÇÃO E LINGUAGENS FORMAIS
Turma A – 2º. Semestre de 2010 – Prof. João Luís

Lista de Exercícios do Capítulo 3

1. Considere a linguagem $L = \{w \mid w \in (a + b)^*$ com número par de a's$\}$. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.

a) Se possível, escreva um autômato limitado linearmente (ALL) que processe L. Caso não seja possível, explique o porquê.
b) Se possível, escreva um autômato a pilha (APN) que processe L. Caso não seja possível, explique o porquê.
c) Qual é o tipo de L? Comente a sua resposta.

2. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S, A, B\}$, $P = \{S \to 0A \mid 1B \mid 0, A \to 0A \mid 0S \mid 1B, B \to 1B \mid 1 \mid 0\}$. Qual é a Máquina de Turing que processa $L(G)$?

3. Seja o seguinte conjunto de produções de uma gramática livre de contexto G:

$$P = \{S \to \mathrm{AB}, \mathrm{A} \to 0, \mathrm{A} \to 1, \mathrm{A} \to \lambda, \mathrm{B} \to 1\}$$

a) Descreva $L(G)$;
b) $L(G)$ é sensível ao contexto?
c) Se possível, ache um autômato finito que processe $L(G)$;
d) Use o Lema da Cadeia Vazia para achar a gramática equivalente sensível ao contexto.

4. Seja T a máquina de Turing:

$T = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, [,], \#\}, q_0, \{q_3\}, \delta)$

onde δ é dado por:
$\delta(q_0, a) = (q_0, a, R)$
$\delta(q_0, \#) = (q_0, \#, R)$
$\delta(q_0, [) = (q_1, \#, R)$
$\delta(q_1, [) = (q_1, [, R)$
$\delta(q_1, \#) = (q_1, \#, R)$
$\delta(q_1,]) = (q_2, \#, L)$
$\delta(q_2, x) = (q_2, x, L)$ para todo $x \neq a$
$\delta(q_2, a) = (q_0, a, R)$

$\delta(q_0, B) = (q_3, \#, R)$

Quais palavras da forma aw, onde w está em {[,]}*, são aceitas? Você pode achar uma gramática para esta linguagem?

5. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem (a + b)*, na qual há menos a's do que b's.

6. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem (a + b)* onde existe mais a's que b's.

7. Escreva uma Máquina de Turing que aceite a linguagem (a + b)*, na qual há pelo menos um par de a's.

8. Sabe-se que um autômato finito (AFD/AFN) processa linguagem linear a direita (regular) e que um autômato a pilha (APN), que é equivalente a um AFN + pilha, processa linguagem livre de contexto.

Afirmação: "Qualquer máquina de Turing pode ser simulada por algum APN com duas pilhas."

Comente esta afirmação.

9. Construa a máquina de Turing que aceite o conjunto de todas as sentenças que contenham dois 0s consecutivos ou dois 1s consecutivos. Teste para 010110, através de transições entre descrições instantâneas.

10. Considere a seguinte máquina de Turing T que reconhece a LLC L = $\{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Seja T = $(Q, \Sigma, q_0, q_a, \delta)$, onde

$$Q = \{q_0, q_1, \ldots, q_5\}$$
$$\Sigma = \{0, 1, Y, Z\}$$
$$q_a = q_5$$

sendo que Y e Z são símbolos da fita, mas não símbolos de entrada. δ é dado por:

1) $\delta(q_0, 0) = (q_1, Y, R)$

(*T* irá alternativamente substituir um 0 por Y, então um 1 por Z. No estado q_0, um 0 é substituído por um Y, e *T* move para a direita no estado q_1 procurando um 1.)

2) a) $\delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$

b) $\delta(q_1, Z) = (q_1, Z, R)$

c) $\delta(q_1, 1) = (q_2, Z, L)$

(*T* se move para a direita no estado q_1 (regras 2a e 2b). Quando um 1 é encontrado, ele é mudado para um Z, e o estado se torna q_2 (regra 2c). Em q_2, vemos que *T* se move para a esquerda, procurando por um 0 para converter para um Y. Movendo para a esquerda, T encontrará um bloco de Z's, então talvez um bloco de 0's, então um Y.)

3) a) $\delta(q_2, Z) = (q_2, Z, L)$
   b) $\delta(q_2, Y) = (q_3, Y, R)$
   c) $\delta(q_2, 0) = (q_4, 0, L)$

   (T se move para a esquerda através de Z's (3a). Se T encontra um Y enquanto no estado q_2, não há mais 0's para converter. T vai para o estado q_3 para checar que não há mais 1's (3b). Se um 0 é encontrado, T vai para o estado q_4 e se move para a esquerda para converter o 0 mais a esquerda (3c).)

4) a) $\delta(q_4, 0) = (q_4, 0, L)$
   b) $\delta(q_4, Y) = (q_0, Y, R)$

   (T se move através de 0's (4a). Se um Y é encontrado, T passou o 0 mais a esquerda e então deve mover para a direita, para converter o 0 em um Y. Entra no estado q_0 e o processo descrito nas regras 1 a 4 se repete (regra 4b).)

5) a) $\delta(q_3, Z) = (q_3, Z, R)$
   b) $\delta(q_3, B) = (q_5, Z, R)$

   (T entra no estado q_3 quando não houver mais 0's (veja 3a). T deve mover à direita (5a). Se um branco for encontrado antes de um 1, então não há mais 1's (5b). A entrada está em L e T entra no estado q_5, o estado de aceitação.)

6) δ é indefinida, para outros casos diferentes de 1 a 5 acima.

Verifique como T age com a entrada 000111, através de transições entre descrições instantâneas.