

Lista de Exercícios - Elementos de Lógica Digital

- Material para estudo:

- Capítulos 1 e 2 e seção 4.1 do livro-texto (inclusive os exercícios)
- Slides de aula

Exercícios 1 e 2 resolver com Álgebra de Boole

Exercício 3 resolver com mapa de Karnaugh

1. Mostre que:

(a) $\sum m(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) = x_1 + x_2 + x_3$

(b) $\prod M(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) = x_1 x_2 x_3$

2. Ache a expressão mínima:

(a) SOP $\Rightarrow f = x_1 x_3 + x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$

(b) POS $\Rightarrow f = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)$

3. Encontre as formas SOP e POS de custo mínimo para as funções:

(a) $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(1, 4, 7) + D(2, 5)$

(b) $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \prod M(1, 4, 6, 7, 9, 12, 15, 17, 20, 21, 22, 23, 28, 31)$

4. Exercício extra 1 das aulas práticas

OBS: Considere o custo de um circuito = número de portas + número total de entradas de todas as portas.

Respostas

$$\begin{aligned}
1.a) f &= \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + x_1\bar{x}_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3 + x_1x_2x_3 \\
&= x_1(\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_2x_3 + x_2\bar{x}_3 + x_2x_3) + x_2(\bar{x}_1\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_3 + x_1\bar{x}_3 + x_1x_3) + x_3(\bar{x}_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1x_2 + x_1\bar{x}_2 + x_1x_2) \\
&= x_1(\bar{x}_2(\bar{x}_3 + x_3) + x_2(\bar{x}_3 + x_3)) + x_2(\bar{x}_1(\bar{x}_3 + x_3) + x_1(\bar{x}_3 + x_3)) + x_3(\bar{x}_1(\bar{x}_2 + x_2) + x_1(\bar{x}_2 + x_2)) \\
&= x_1(\bar{x}_2 + x_2) + x_2(\bar{x}_1 + x_1) + x_3(\bar{x}_1 + x_1) \\
&= x_1 + x_2 + x_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.b) f &= (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3) \\
&= x_1 + (x_2 + x_3)(x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_2 + x_3)(\bar{x}_2 + \bar{x}_3) + x_2 + (x_1 + x_3)(x_1 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_3) + x_3 + (x_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2)(\bar{x}_1 + x_2)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \\
&= x_1 + (x_2 + (x_3\bar{x}_3))(\bar{x}_2 + (x_3\bar{x}_3)) \\
&= x_1 + (x_2)(\bar{x}_2) \\
&= x_1x_2x_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.a) &= x_1(\bar{x}_2 + x_2)x_3 + x_1\bar{x}_2(\bar{x}_3 + x_3) + \bar{x}_1x_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \\
&= x_1\bar{x}_2x_3 + x_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \\
&= x_1x_3 + (x_1 + \bar{x}_1)x_2x_3 + (x_1 + \bar{x}_1)\bar{x}_2\bar{x}_3 \\
&= x_1x_3 + x_2x_3 + x_2x_3
\end{aligned}$$

2.b) Por associação:

$$= ((x_1 + x_2) + x_3)((x_1 + x_2) + \bar{x}_3)(x_1 + (\bar{x}_2 + x_3))(\bar{x}_1 + (\bar{x}_2 + x_3))$$

Por combinação:

$$= (x_1 + x_2)(\bar{x}_2 + x_3)$$

$$3.a) \text{ SOP} \Rightarrow \bar{x}_2x_3 + x_1x_3 + x_1\bar{x}_2$$

$$\text{POS} \Rightarrow (x_1 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2)(\bar{x}_2 + x_3)$$

$$3.b) \text{ SOP} \Rightarrow \bar{x}_2\bar{x}_4 + \bar{x}_2x_3 + x_1x_3\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5 + x_1\bar{x}_3x_4x_5$$

$$\text{POS} \Rightarrow (x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_2 + x_3 + x_4)(\bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4)(x_1 + x_3 + \bar{x}_4 + \bar{x}_5)(x_2 + x_3 + \bar{x}_4 + x_5)$$

OBS: O mapa de Karnaugh pode gerar diferentes expressões dependendo das escolhas de agrupamento. Entretanto, o custo mínimo será o mesmo para todas as opções de agrupamento. Caso sua expressão resultante seja diferente das expressões acima, verifique se o custo associado é o mesmo. Se for o mesmo, a expressão também está correta (desde que as saídas geradas pela expressão estejam de acordo com a tabela-verdade).