SMA0333 - Cálculo III – A – 2 de junho de 2016

NOME E NÚMERO USP: ______________________________

1 - Você só poderá sair da sala de aula após entregar a sua prova.

2 - O uso de quaisquer equipamentos eletrônicos é proibido. Em particular, desligue e guarde o seu telefone celular. Portar em mãos ou utilizar quaisquer equipamentos eletrônicos durante a aula **resultará em reprovação automática no curso.**

3 - Esta prova é **individual.** Tentativas de consultar colegas, fornecer informações a colegas, consultar material bibliográfico, anotações pessoais, etc. **resultará em reprovação automática no curso.**

4 - Transcreva todas as respostas para o quadro abaixo.

5 - Só serão consideradas as respostas assinaladas neste quadro.

6 - Respostas dúbias ou rasuradas não serão consideradas.

7 - Não é permitido destacar as folhas.

Termo de compromisso

Eu, abaixo assinado, empenho a minha honra em realizar esta avaliação de acordo com as instruções recebidas, de modo estritamente individual, sem consultar ou fornecer informações aos meus colegas, respeitando assim o propósito da avaliação, os meus colegas e professores bem como o Código de Ética da Universidade de São Paulo.

Assinatura: ______________________________

Questão	Resposta
1.	(a) (b) (c) (X) (e)
2.	(a) (b) (X) (d) (e)
3.	(X) (b) (c) (d) (e)
4.	(a) (b) (c) (X) (e)
5.	(a) (X) (c) (d) (e)
6.	(a) (X) (c) (d) (e)
7.	(a) (b) (c) (d) (X)
8.	(a) (b) (X) (d) (e)
9.	(a) (b) (c) (d) (X)
10.	(a) (X) (c) (d) (e)

SMA0333 - Cálculo III – A – 2 de junho de 2016

1. O valor do coeficiente de Fourier a_n, $n \geq 1$, na série de Fourier de $f(x) = \begin{cases} \cos x, & -\pi < x \leq 0 \\ -\cos x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ é

   (a) $\dfrac{(-1)^n}{n}$

   (b) $\dfrac{1}{n}$

   (c) $\dfrac{(-1)^n}{n^2+1}$

   (d) 0 *correta*

   (e) nenhuma das anteriores

2. A quantidade dos coeficientes de Fourier da função $f(x) = \operatorname{sen}^2 x \cos x$ que são diferentes de zero é

   (a) 0

   (b) 1

   (c) 2 *correta*

   (d) 3

   (e) uma infinidade

3. Considere duas funções F, G tais que $F(-x) = F(x)$ e $G(-x) = -G(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Das afirmativas abaixo

   I) $\displaystyle\int_{-L}^{L} (F(x) + G^2(x))dx = 2\int_0^L (F(x) + G^2(x))dx$

   II) $\displaystyle\int_{-L}^{L} (F^2(x) + G(x))dx = 2\int_0^L (F^2(x) + G(x))dx$

   III) $\displaystyle\int_{-L}^{L} F(x)G(x)dx = 2\int_0^L F(x)G(x)dx$

   IV) $\displaystyle\int_{-L}^{L} F(x)G^2(x)dx = 2\int_0^L F(x)G^2(x)dx$

   V) $\displaystyle\int_{-L}^{L} F^2(x)G(x)dx = 2\int_0^L F^2(x)G(x)dx$

   é correto dizer que:

   (a) I e IV são as únicas afirmativas corretas. *correta*

   (b) II e V são as únicas afirmativas corretas.

   (c) I, III e IV são as únicas afirmativas corretas.

   (d) II, III e V são as únicas afirmativas corretas.

   (e) III e V são as únicas afirmativas corretas.

4. Seja $f(x) = x^2$ para $x \in [-1, 1)$, $f(x+2) = f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Sua série de Fourier é dada por $\mathcal{S}_f(x) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{4}{\pi^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2} \cos n\pi x$. É certo afirmar que:

   (a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2 \operatorname{sen} 3\pi x dx = 2\int_{0}^{1} x^2 \operatorname{sen} 3\pi x dx.$

   (b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2 \cos 2\pi x dx = \frac{1}{4}.$

   (c) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2 [\cos 2\pi x + 2 \operatorname{sen} 3\pi x] dx = -\frac{1}{4}.$

   (d) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2 \cos 2\pi x dx = \frac{1}{\pi^2}.$ *correta*

   (e) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2 \cos 2\pi x dx = -\frac{1}{\pi^2}$

5. Se $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2nx}{n^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{sen}(2n-1)x}{n}$ então é certo dizer que:

   (a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos 9x \; dx = 2\pi \cos 9\pi = -2\pi.$

   (b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen} 9x \; dx = -\frac{\pi}{5}.$ correta

   (c) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen} 9x \; dx = \frac{\pi}{5}.$

   (d) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos 10x \; dx = \frac{\pi}{10^2}.$

   (e) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)(\operatorname{sen} 2x + 7\cos 9x) \; dx = \frac{1}{5}.$

6. A série de Fourier da função 2-periódica dada por $f(x) = |x|$, para $-1 \leq x \leq 1$, é

   (a) $1 - \dfrac{4}{\pi^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^2} \cos 2n\pi x$

   (b) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{4}{\pi^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos(2n-1)\pi x$ correta

   (c) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{4}{\pi^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \cos(2n-1)\pi x$

   (d) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{4}{\pi^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)^2} \cos 2n\pi x$

   (e) $1 - \dfrac{4}{\pi^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos(2n-1)\pi x$

7. Quais das seguintes afirmações são corretas?

   I – Se uma função 2π-periódica tem a série de Fourier dada por $\mathcal{S}_f(x) = 2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \operatorname{sen}(nx)$ então f é uma função ímpar.
   II – A série de Fourier de uma fução ímpar que tanto ela quanto sua derivada são contínuas por partes sempre converge em $x = 0$ para o valor da função neste ponto.
   III – A série de Fourier de uma função par que tanto ela quanto sua derivada são contínuas por partes sempre converge em $x = 0$ para o valor da função neste ponto.

   (a) Somente I
   (b) Somente I e II
   (c) Somente II e III
   (d) Somente III
   (e) Somente II correta

8. Seja $f : [0, 3] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ -1, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$. A série de senos de f em $x = 4$ converge para

   (a) -2
   (b) $1/2$
   (c) $-1/2$ correta
   (d) $3/2$
   (e) nada, pois diverge.

9. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de período igual a 4 dada por $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ x - 2, & \text{se } 2 \leq x < 4 \end{cases}$. A série de Fourier de f em $x = 30$, $x = 31$ e $x = 32$, converge, respectivamente, para

   (a) 0, 2 e 2.
   (b) 1, 2 e 2.
   (c) 0, 1 e 2.
   (d) 2, 2 e 1.
   (e) 1, 1 e 2. correta

10. Seja $f(x) = \frac{L}{2} + \frac{4L}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos \frac{(2k-1)\pi x}{L}$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Sabe-se que $f(x) = L - x$ para todo $x \in [0, L]$. É certo dizer que:

    (a) $f(x) = L - x$ se $x \in [-L, 0]$.
    (b) $f(x) = L + x$ se $x \in [-L, 0]$. correta
    (c) $f(x)$ é par e L-periódica.
    (d) $f(x)$ é ímpar e L-periódica.
    (e) $f(x) = L - x$ se $x \in [-L, 0]$ e é L-periódica.