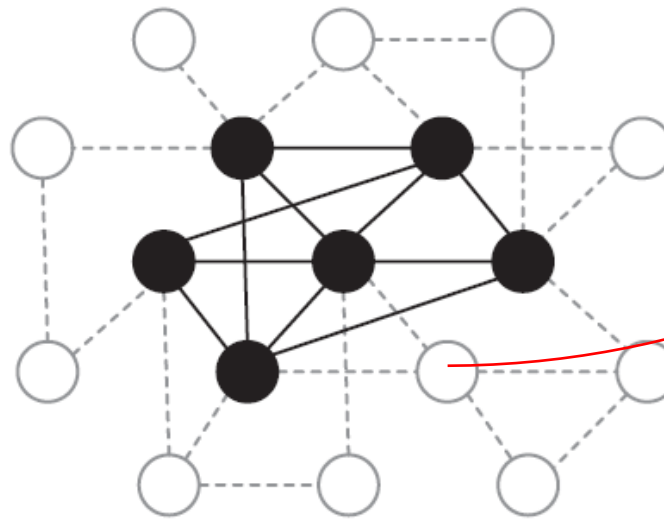


k -core

O k -core é o maior subgrafo cujos vértices tenham ao menos grau k .

Exemplo: 3-core
(em preto)



Esse vértice tem grau 4.
Por que não está no 3-core?

Na definição, considera-se apenas as arestas dentro do core (arestas não tracejadas).

Algoritmo para calcular um k -core:

Remova recursivamente todos os vértices com grau menor que k (e suas respectivas arestas).

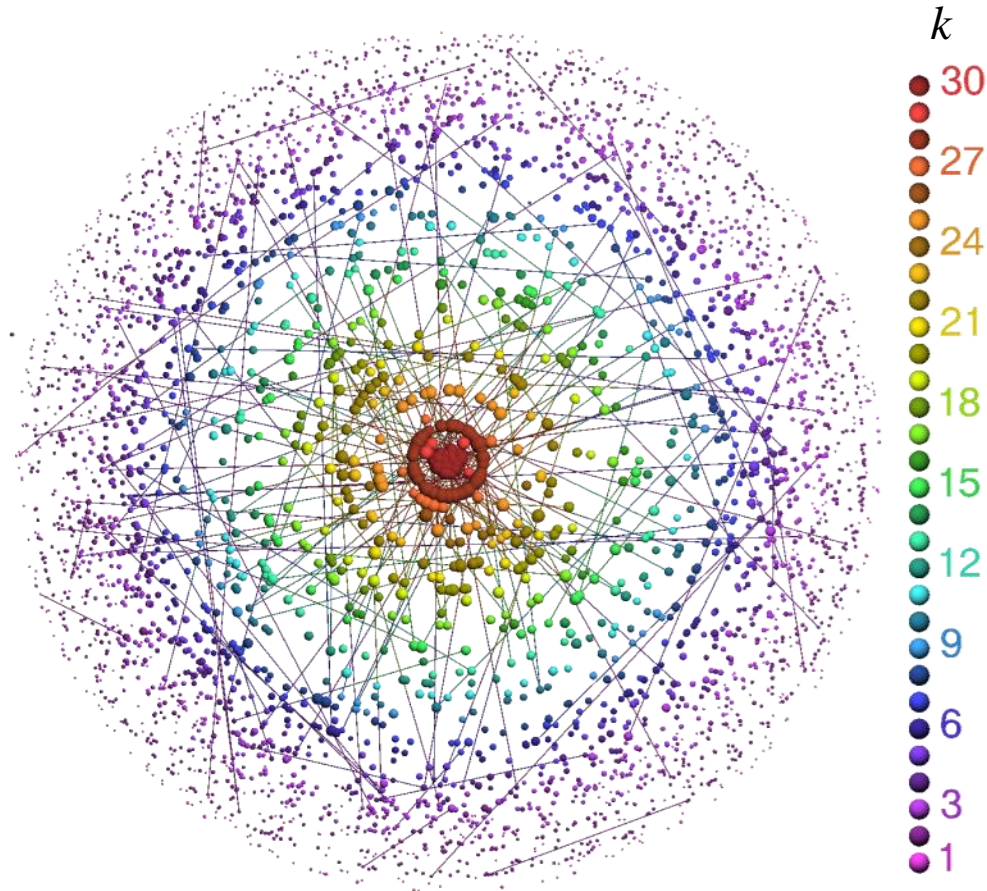
Pare quando todos os vértices tiverem grau maior ou igual a k .

Exemplo de aplicação: **Visualização**

Decomposição
 k -core

Grau

- 2
- 5
- 20
- 80
- 318

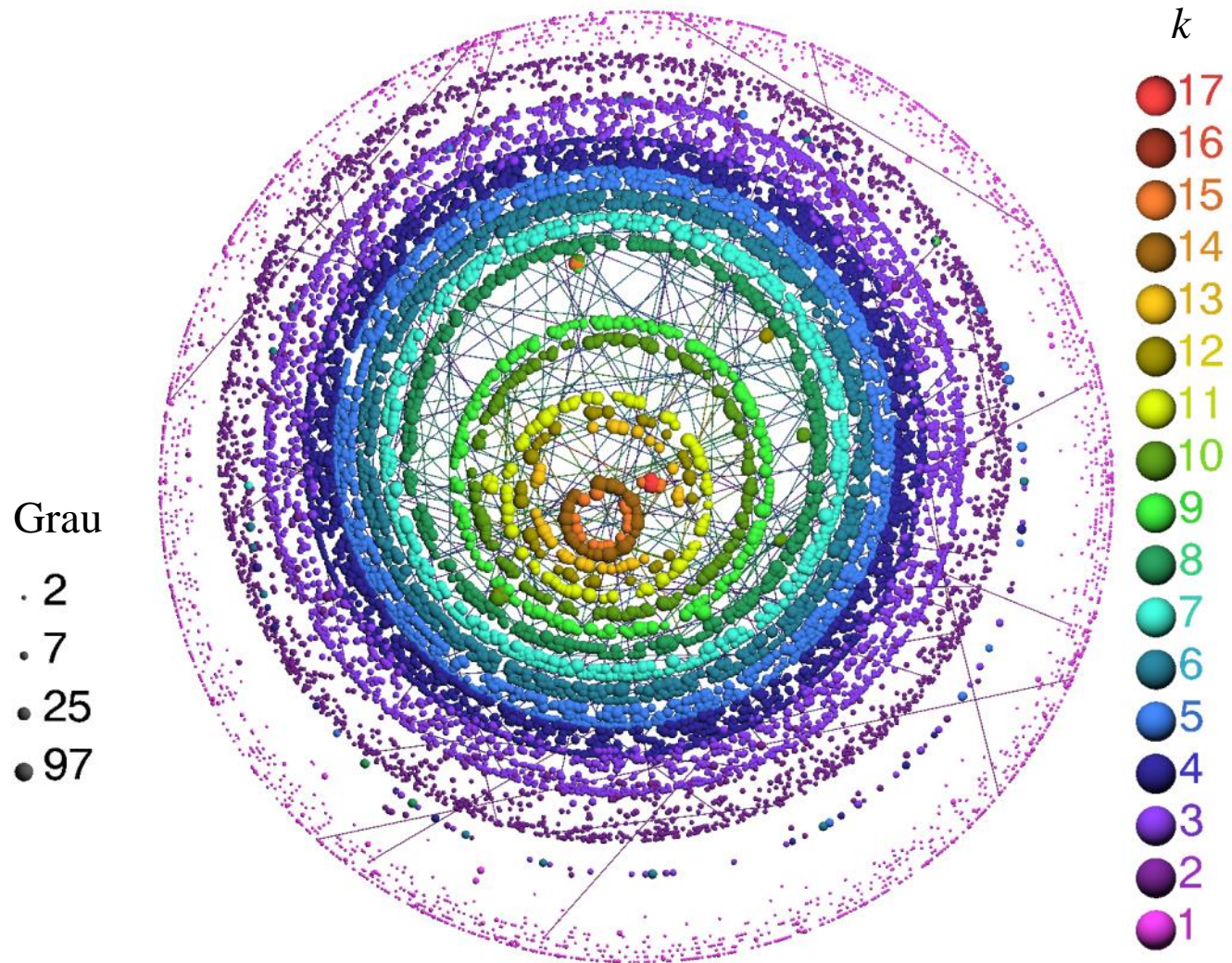


Voos entre aeroportos

Definição recursiva (variando-se k) → multi-escala

Large Networks Visualization Tool (LaNet-vi)
<http://lanet-vi.soic.indiana.edu/>

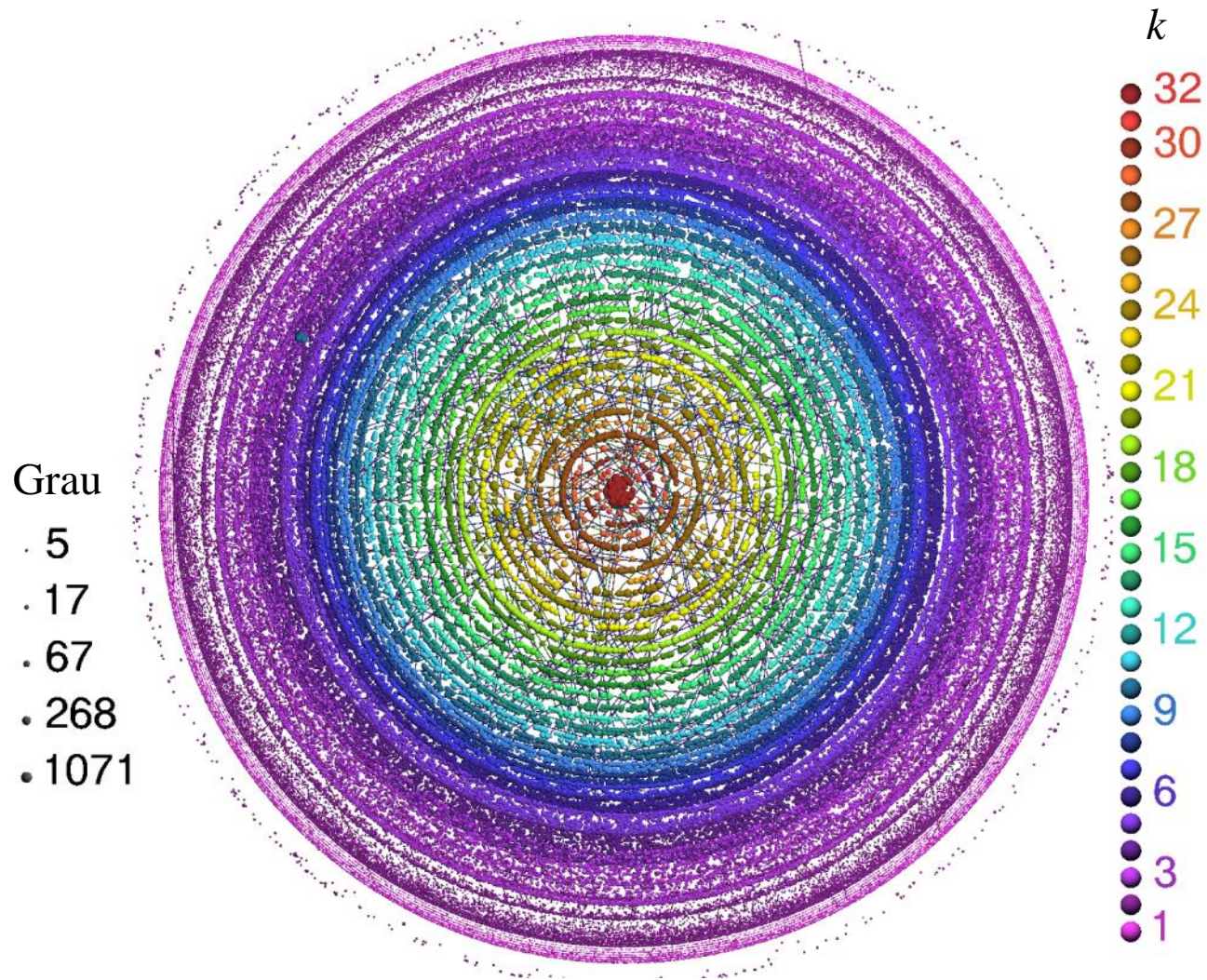
Exemplo de aplicação: **Visualização**



Colaboração científica

<http://lanet-vi.soic.indiana.edu/>

Exemplo de aplicação: **Visualização**

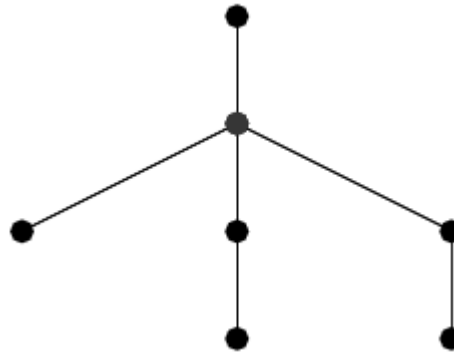


Roteadores na Internet

<http://lanet-vi.soic.indiana.edu/>

Excentricidade e medidas derivadas

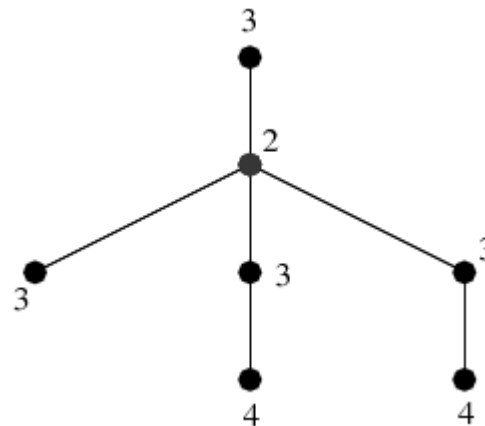
- A **excentricidade** de um vértice i em um grafo conexo é a máxima distância entre i e qualquer outro vértice do grafo



Quais os valores de excentricidade dos vértices deste grafo?

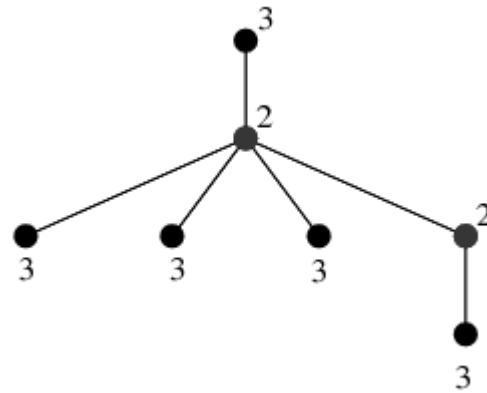
Excentricidade e medidas derivadas

- A **excentricidade** de um vértice i em um grafo conexo é a máxima distância entre i e qualquer outro vértice do grafo



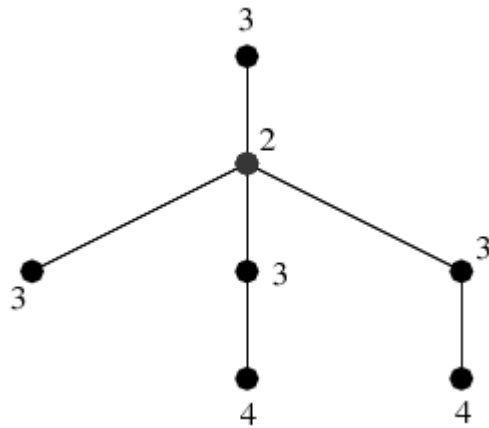
Excentricidade e medidas derivadas

- Outro exemplo:

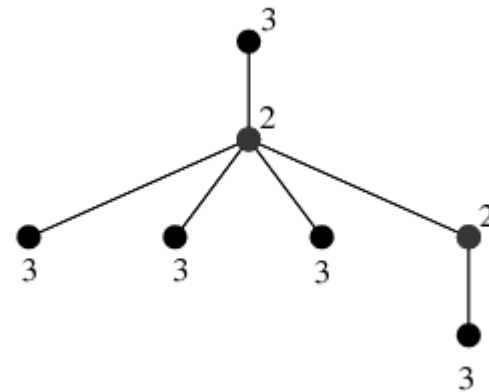


Excentricidade e medidas derivadas

- O **raio** é a mínima excentricidade do grafo



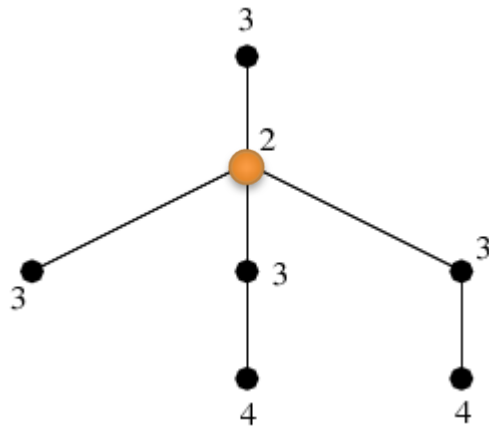
Raio 2



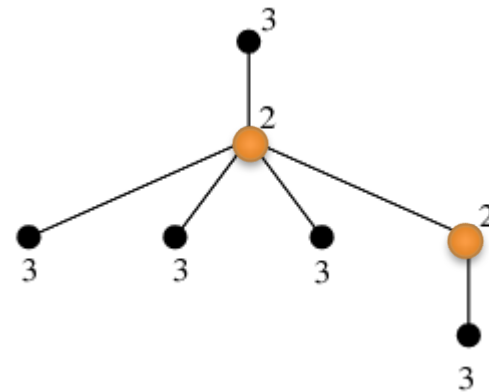
Raio 2

Excentricidade e medidas derivadas

- O **centro** é o conjunto de vértices com excentricidade igual ao raio



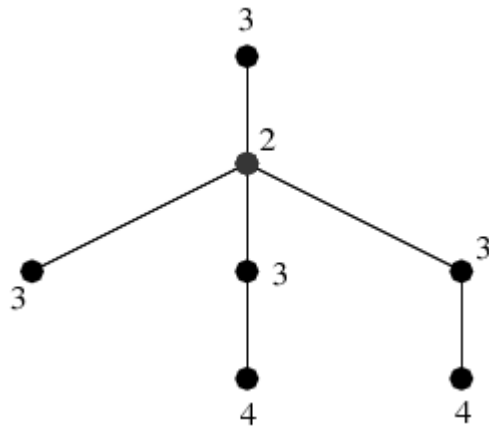
Raio 2



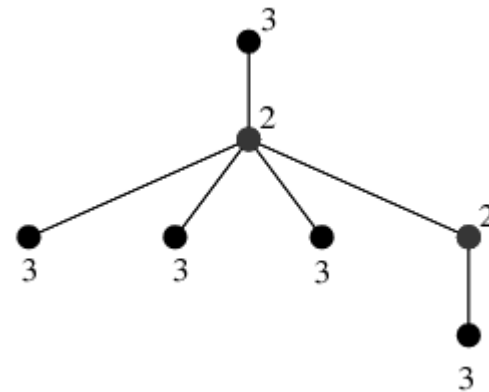
Raio 2

Excentricidade e medidas derivadas

- O **diâmetro** é a máxima excentricidade do grafo



Diâmetro 4

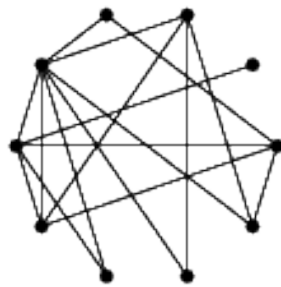


Diâmetro 3

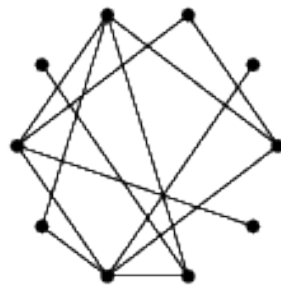
Excentricidade e medidas derivadas

- O **diâmetro** é a máxima excentricidade do grafo

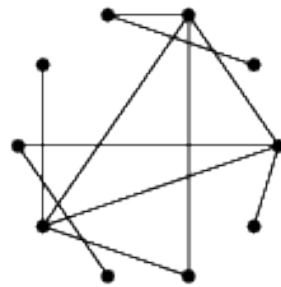
Diâmetros em alguns grafos aleatórios



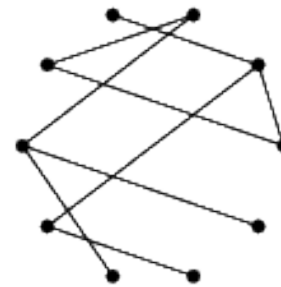
3



4



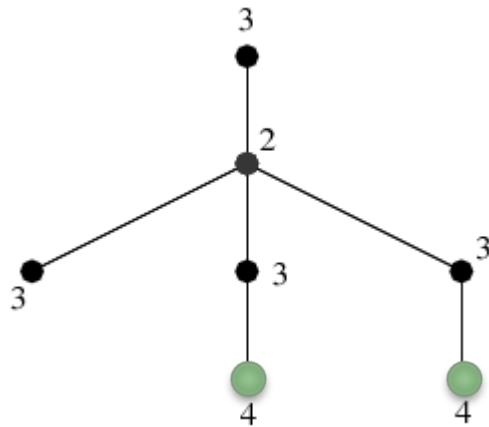
5



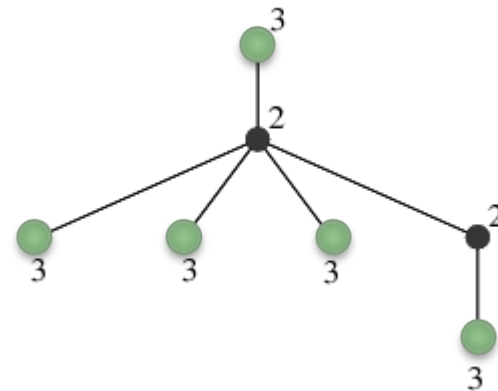
7

Excentricidade e medidas derivadas


- A **periferia** é o conjunto de vértices com excentricidade igual ao diâmetro



Diâmetro 4



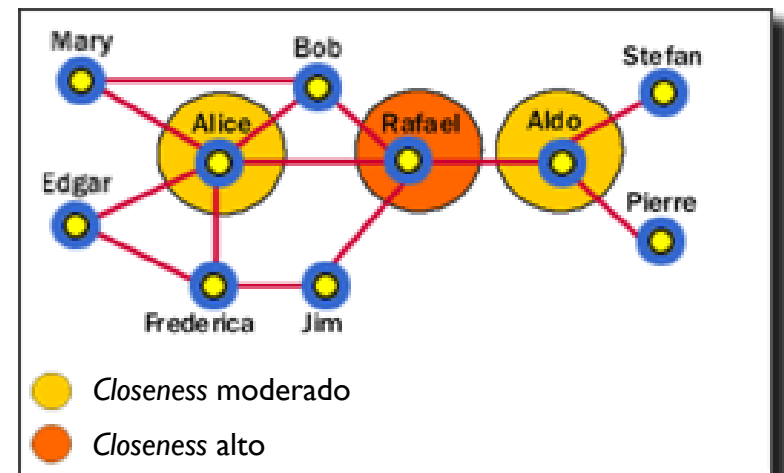
Diâmetro 3

- 
- Note que é comum em redes complexas utilizar medidas de grafos a fim de *avaliar a importância dos vértices* de acordo com algum critério específico
 - Outros exemplos são as medidas de centralidade (vejam a seguir)

Algumas medidas de centralidade

- O próprio grau pode ser considerado uma medida de centralidade (*degree centrality*)
- Já a *closeness centrality* de um vértice i é o inverso da média de todas as distâncias de i aos outros $N-1$ vértices do grafo

$$\text{closeness}(i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^N \frac{d_{ij}}{N-1}}$$



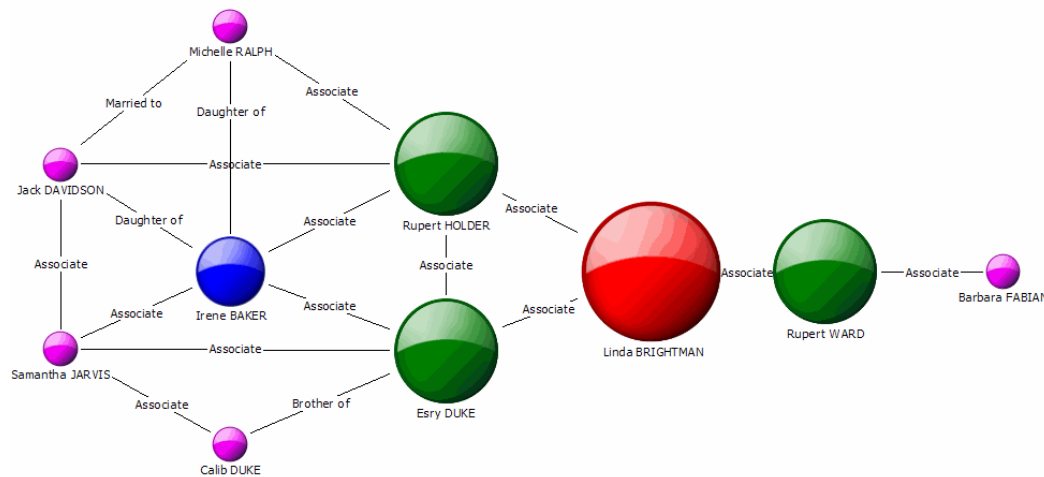
Algumas medidas de centralidade

- A **betweenness centrality** quantifica a participação de um vértice u em caminhos de comprimento mínimo

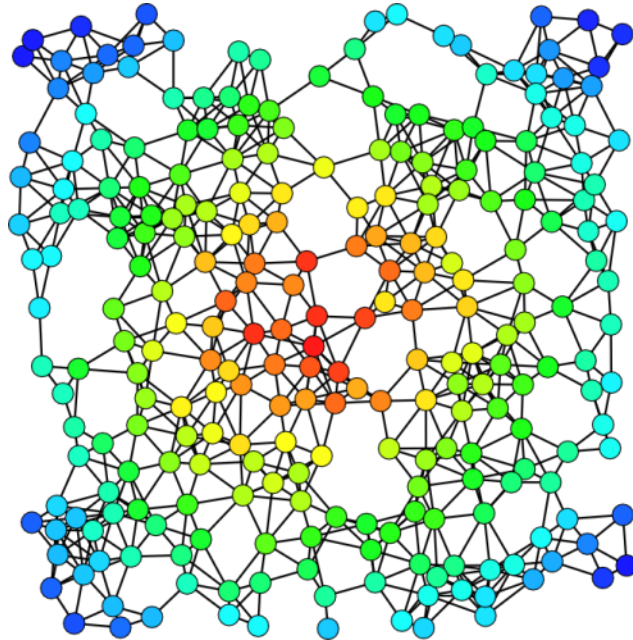
$$\text{betweenness}(u) = \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq u)}}^N \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i \text{ e } j \neq u)}}^N \frac{\sigma(i, u, j)}{\sigma(i, j)}$$

$\sigma(i, u, j)$ ← Número de caminhos de comprimento mínimo entre i e j que passam por u

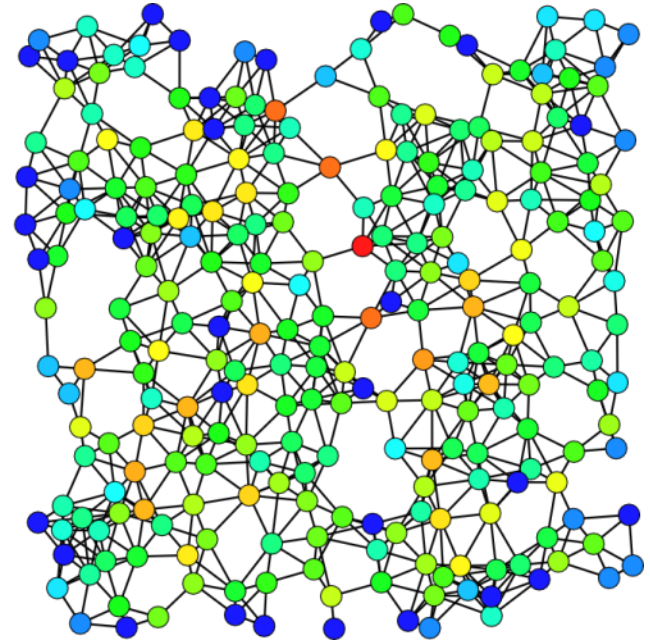
$\sigma(i, j)$ ← Número total de caminhos de comprimento mínimo entre i e j



Exemplo de comparação



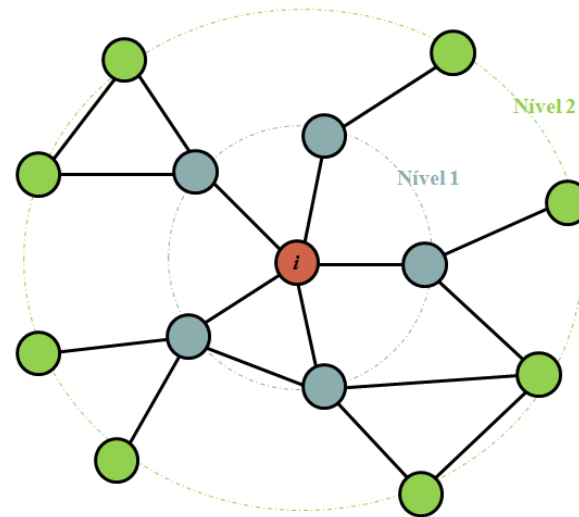
Closeness



Betweenness

Medidas concêntricas (hierárquicas)

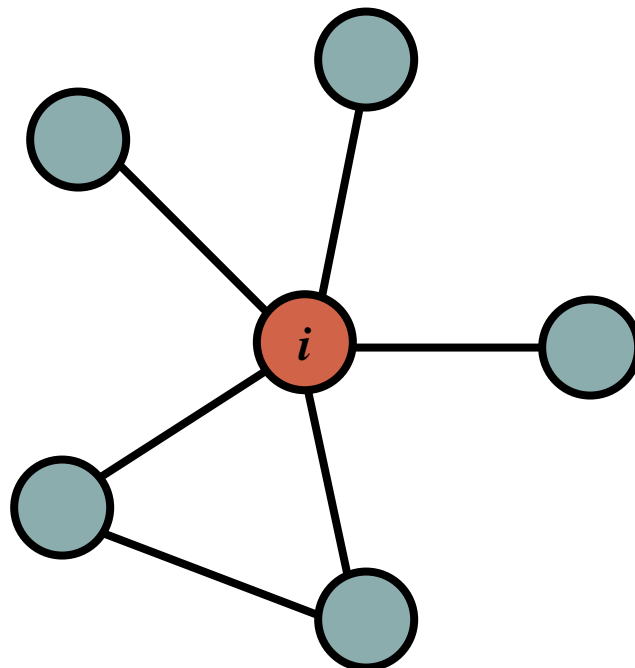
- Como seria algo concêntrico em um grafo?
- Qual algoritmo poderíamos aplicar para encontrar níveis concêntricos?
 - **Percurso em largura!**



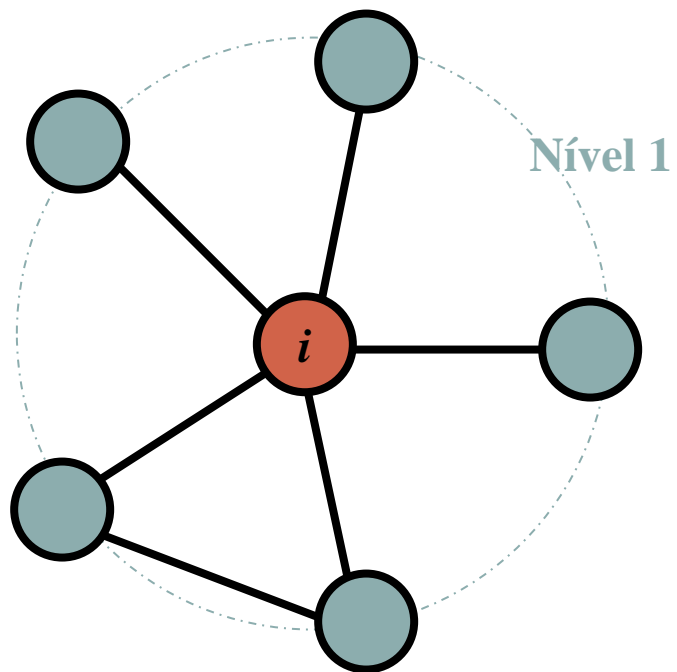
Intuição do percurso em largura a partir do vértice i



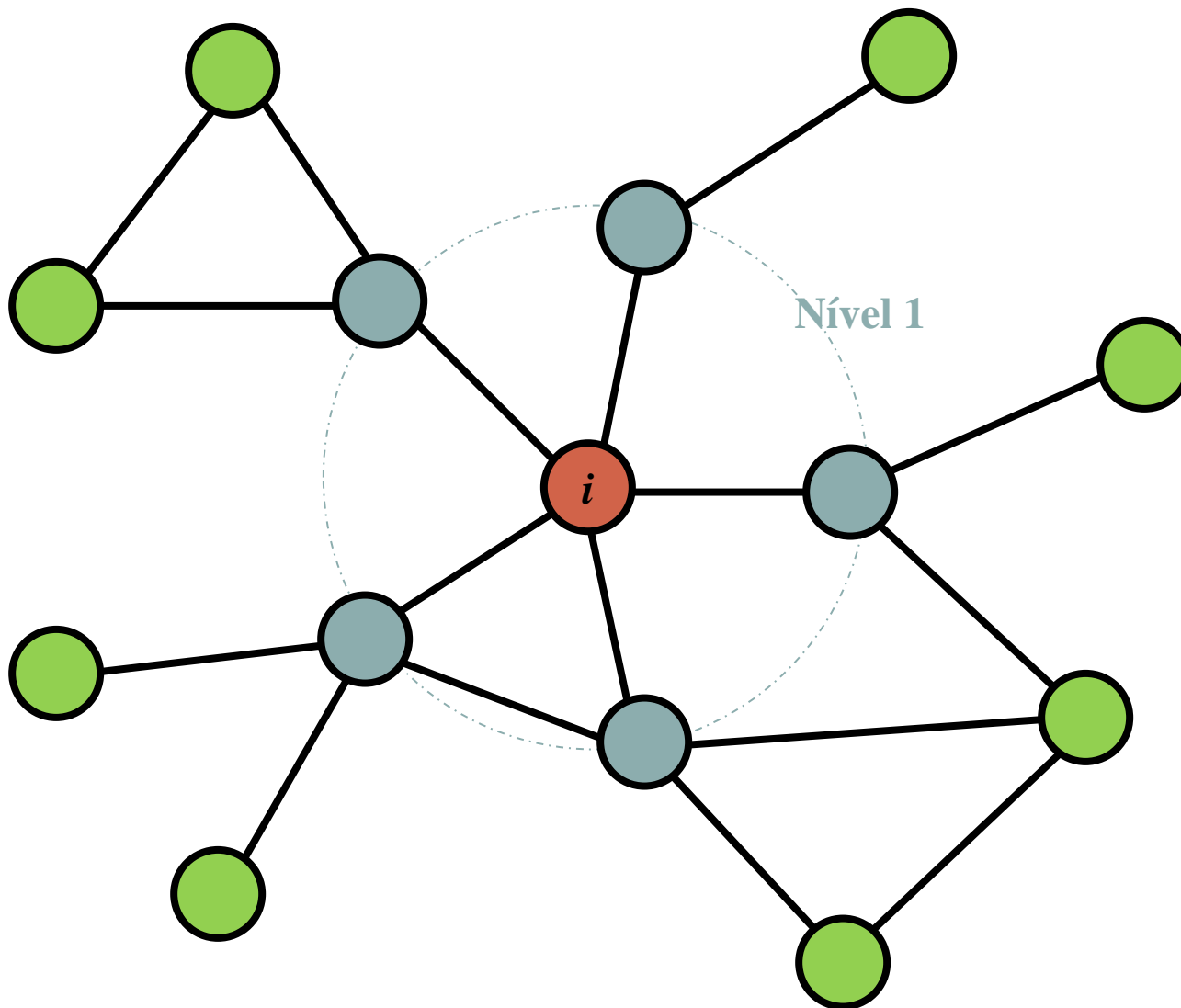
Intuição do percurso em largura a partir do vértice i



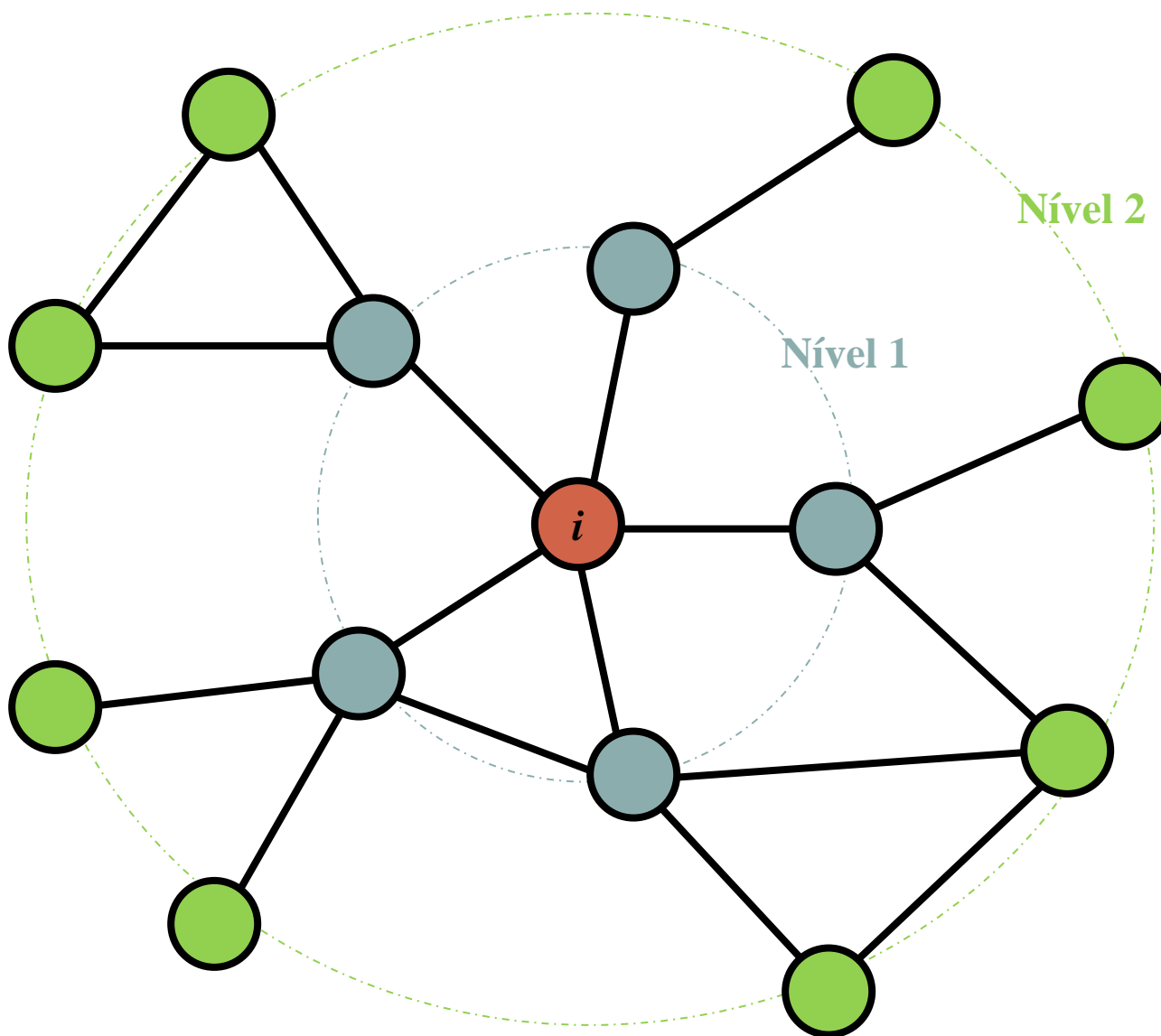
Intuição do percurso em largura a partir do vértice i



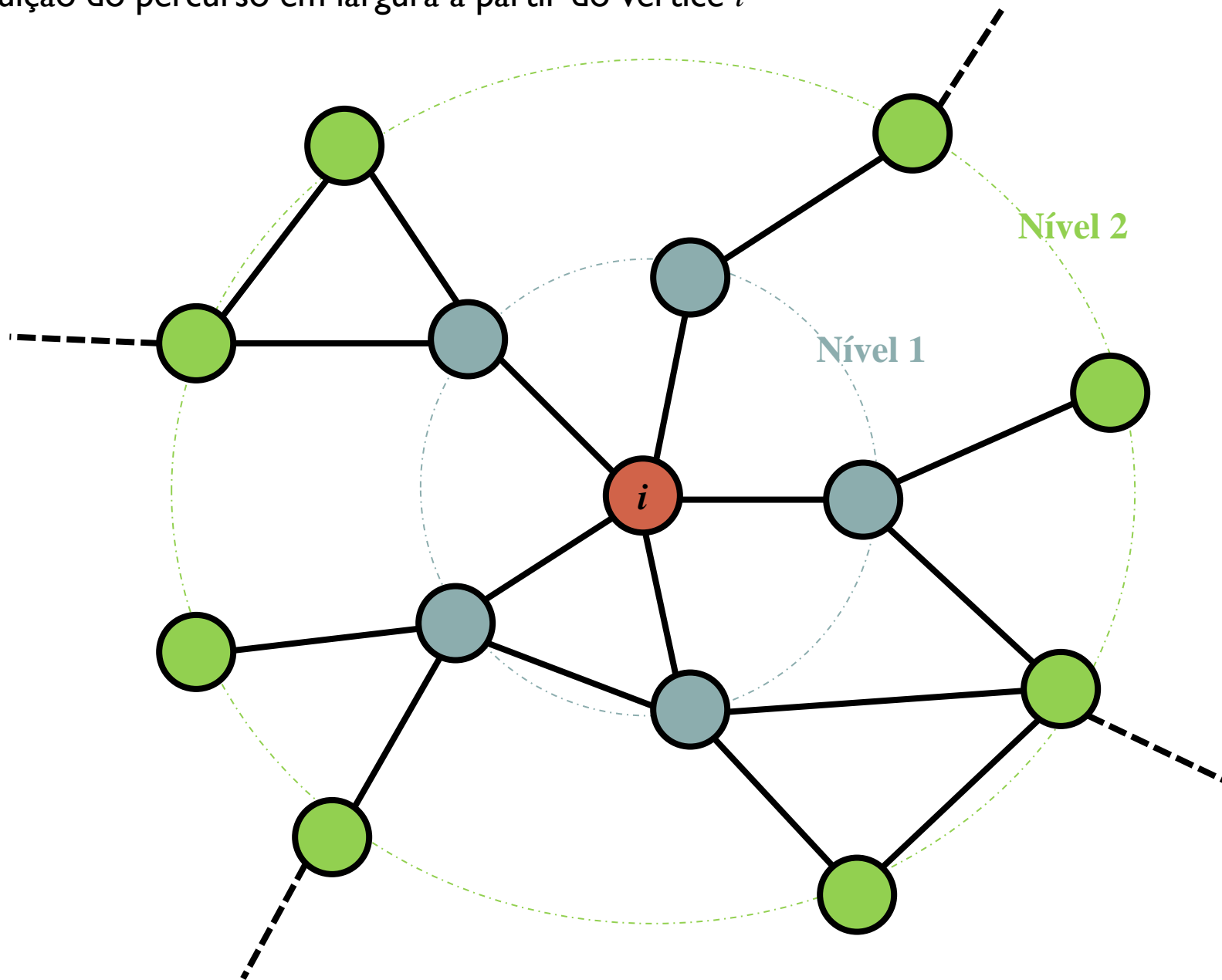
Intuição do percurso em largura a partir do vértice i



Intuição do percurso em largura a partir do vértice i

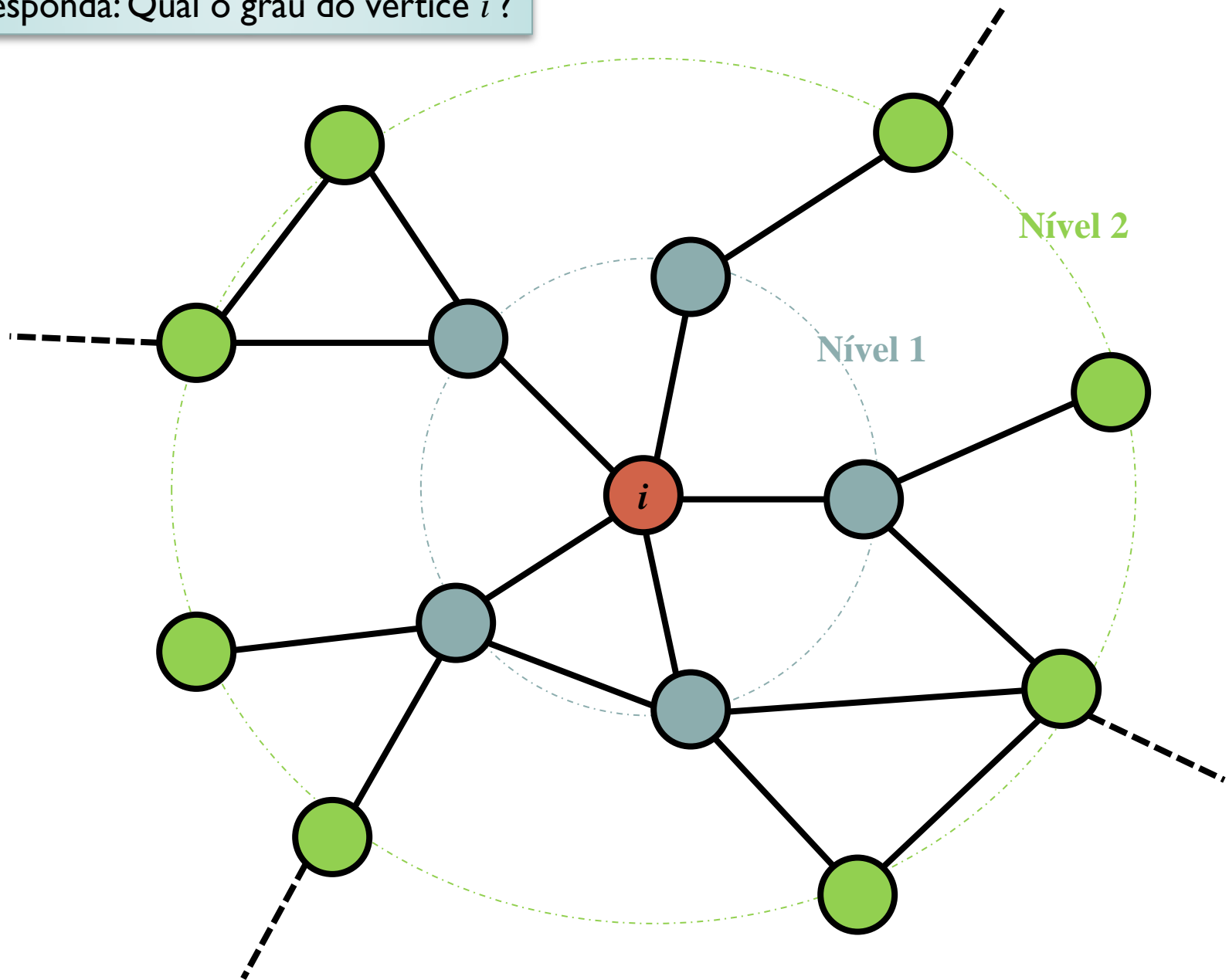


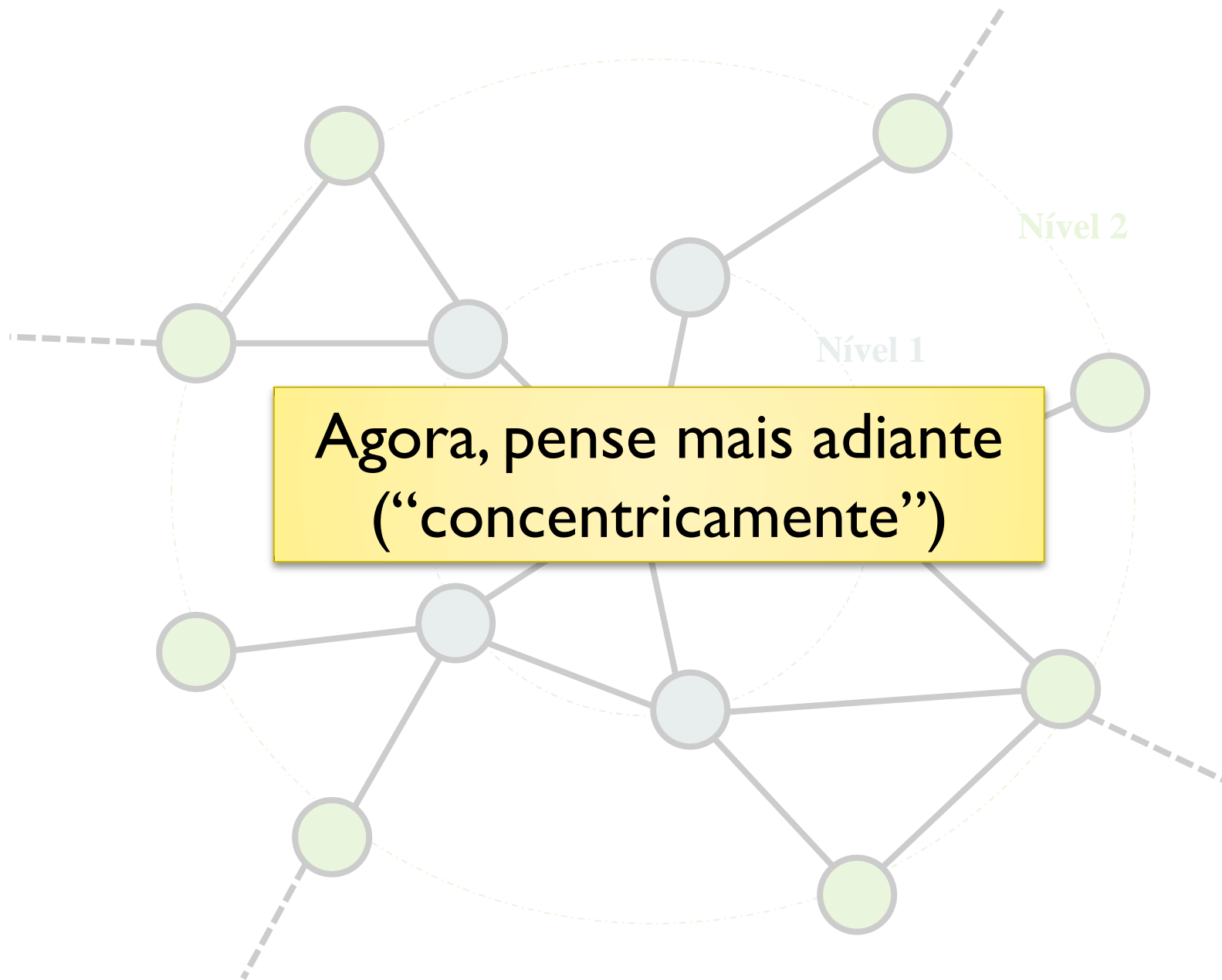
Intuição do percurso em largura a partir do vértice i



E assim em diante...

Responda: Qual o grau do vértice i ?



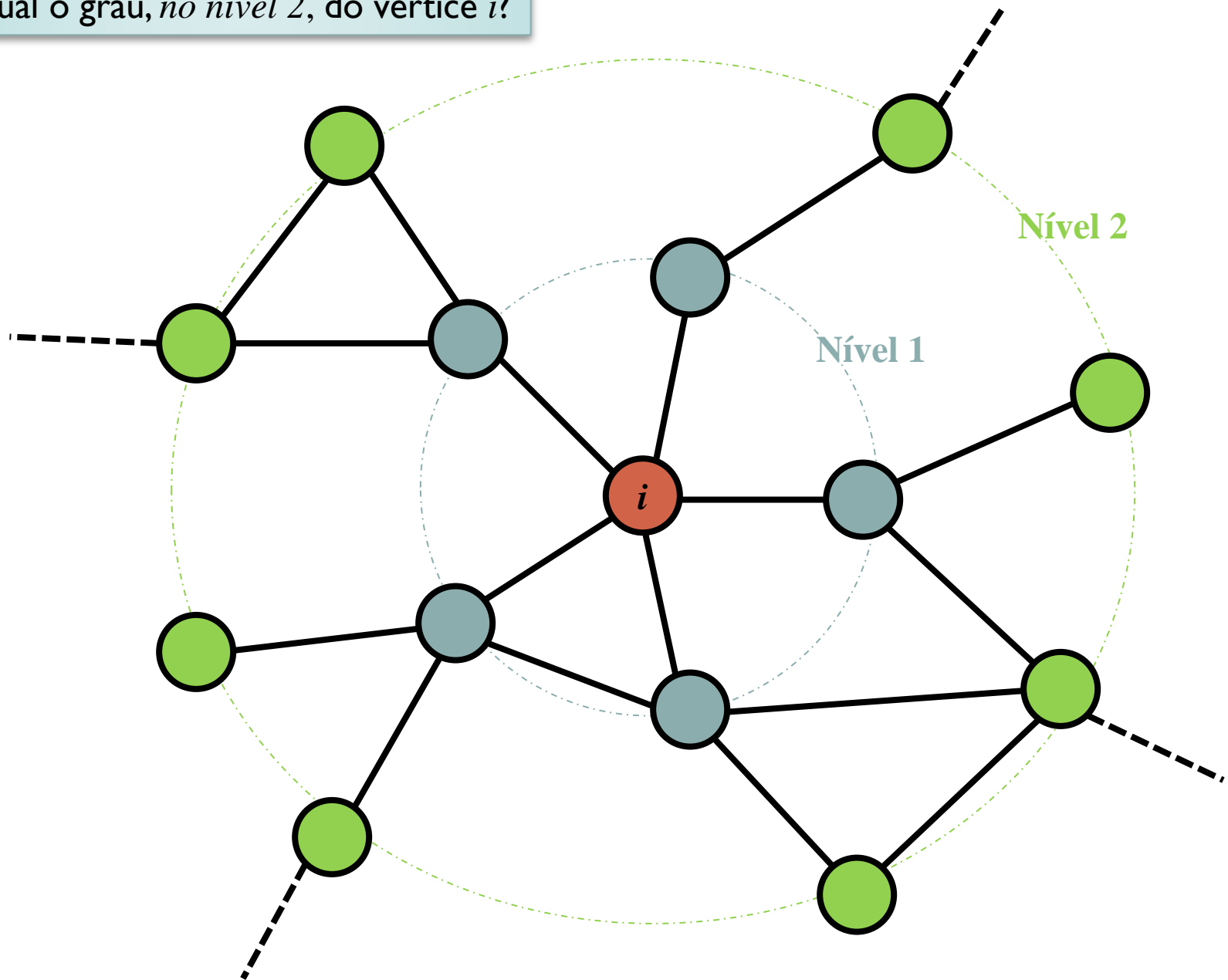


**Agora, pense mais adiante
("concentricamente")**

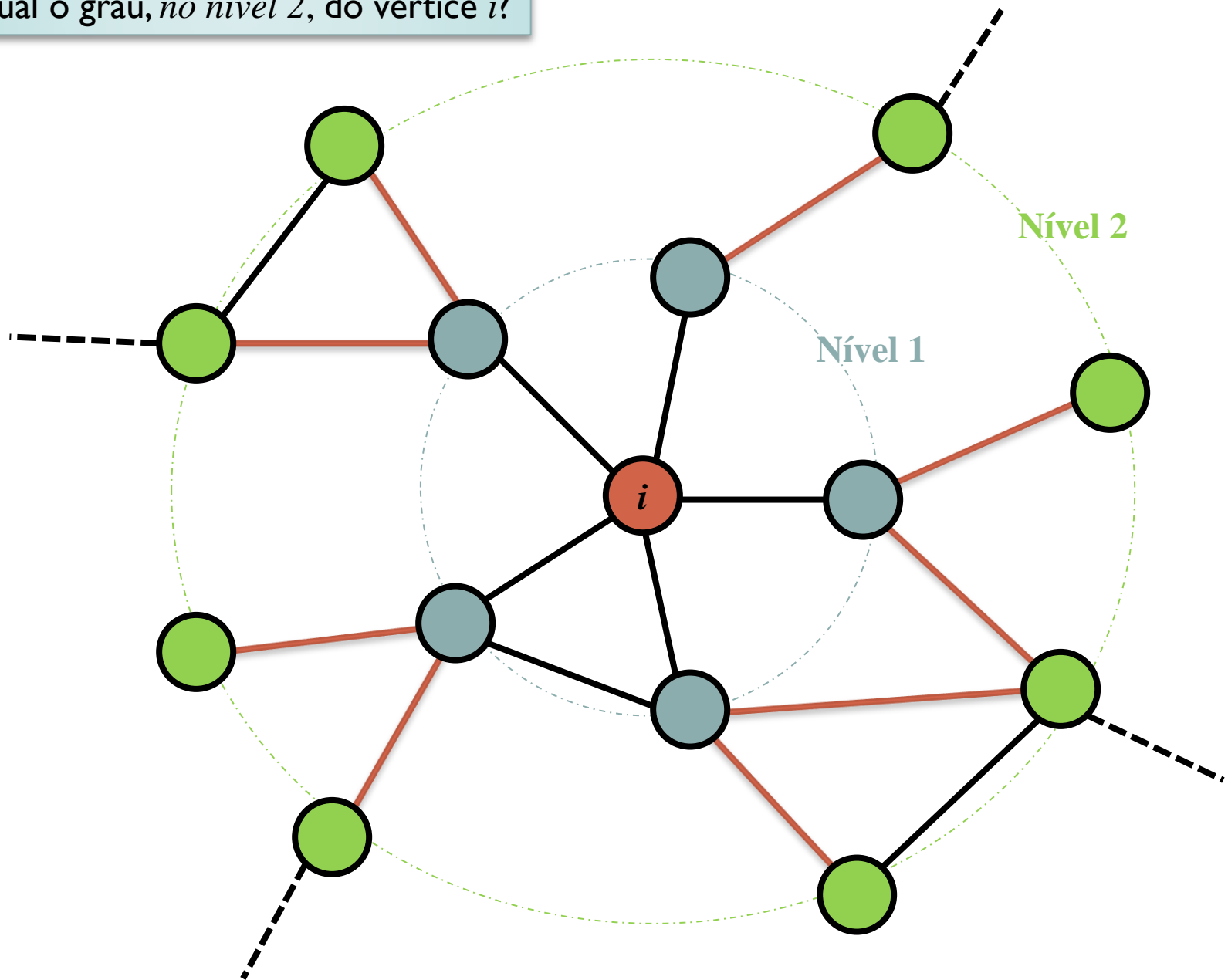
Nível 1

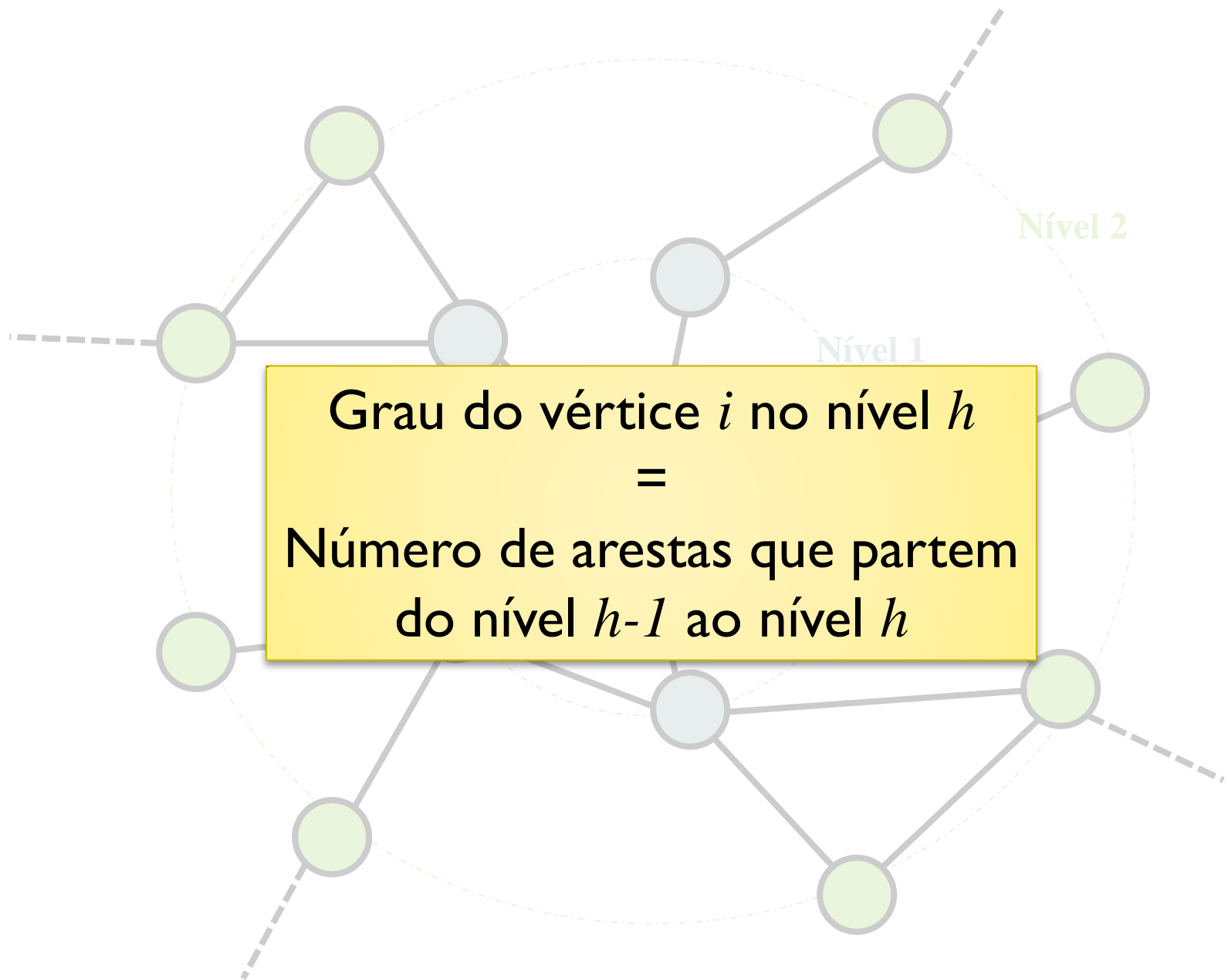
Nível 2

Qual o grau, *no nível 2*, do vértice i ?



Qual o grau, no nível 2, do vértice i ?





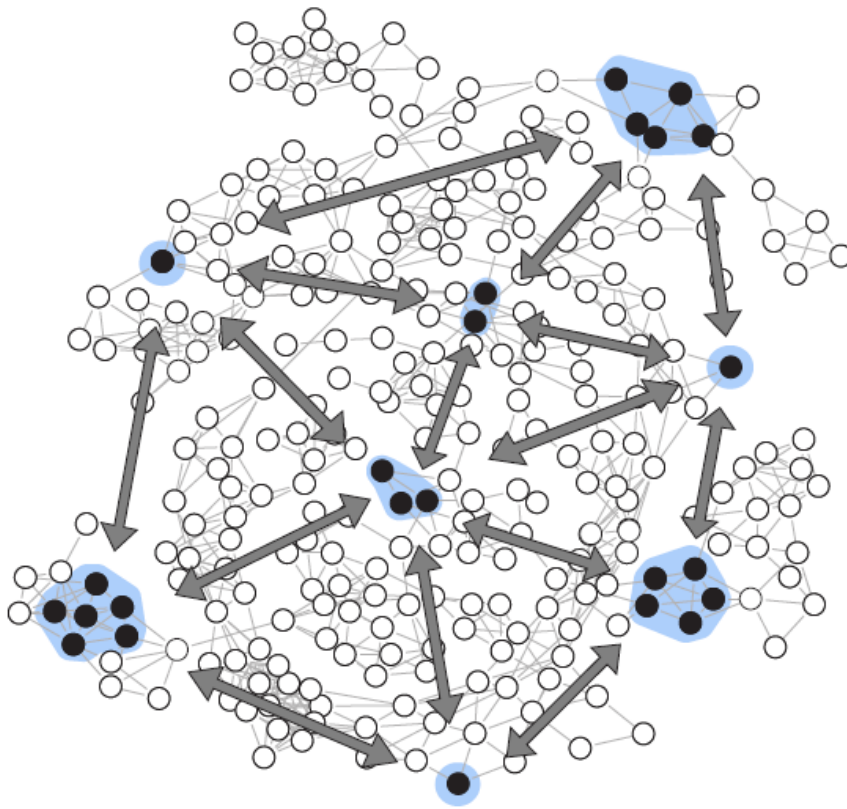
Medidas concêntricas (hierárquicas)

- Sugira outras medidas concêntricas!

Medidas concêntricas (hierárquicas)

- Outros exemplos:
 - Coeficiente de agrupamento no nível h
 - A definição tradicional trata o agrupamento no nível $h=1$
 - Basta aplicar a mesma fórmula a outros níveis $h>1$
 - Grau inter-anel no nível h
 - Número médio de arestas (por vértice dentro do nível $h-1$) que conectam os níveis $h-1$ e h
 - Grau intra-anel no nível h
 - Número médio de arestas que conectam vértices dentro do nível h
 - Etc...

Conectividade entre subgrafos



Qual o papel dos demais
vértices da rede no
estabelecimento das
**conexões entre os
subgrafos?**

Conectividade entre subgrafos

- *Objetivo: Ter especial atenção aos relacionamentos entre subgrafos*
- Dar grande importância aos vértices que participam de algum caminho curto que conecte qualquer par de subgrafos
 - São definidos valores de **relevância**