

SCC-0505  
INTRODUÇÃO À TEORIA DA COMPUTAÇÃO  
2012

**Lista de Exercícios do Capítulo 3**

***Gramáticas e Linguagens Sensíveis ao Contexto***

1. Seja o seguinte conjunto de produções de uma gramática livre de contexto G:

$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow \lambda, B \rightarrow 1\}$$

- Descreva  $L(G)$ ;
- $L(G)$  é sensível ao contexto?
- Se possível, ache um autômato finito que processe  $L(G)$ ;
- Use o Lema da Cadeia Vazia para achar a gramática equivalente sensível ao contexto.

***Autômatos Limitados Linearmente e Máquinas de Turing***

- Construa uma máquina de Turing com fita limitada (ALL) que reconheça a linguagem  $a^{2^n}bc^n$ ,  $n \geq 1$ . Ilustre sua operação com o reconhecimento da sentença  $aabc$ .
- Especifique um ALL que reconheça a linguagem regular  $0^*1+2^*$ . Mostre os movimentos que conduzem à aceitação da cadeia 001 e à rejeição da cadeia 022.
- Construa ALLs que reconheçam as seguintes linguagens:
  - $a(bc)^*a^* \mid a^*(b^*c \mid bc^*)a$
  - o conjunto de anagramas que podem ser obtidos a partir de uma palavra qualquer, construída sobre o alfabeto  $\{a,b,\dots,z\}$ , que é fornecida como entrada. Considere que a cadeia a ser analisada possui a forma palavra1-palavra2. A cadeia deve ser aceita se palavra2 for anagrama de palavra1. Caso contrário, deverá ser rejeitada
  - o conjunto das expressões aritméticas que podem ser definidas sobre o alfabeto  $\{a,b,c,+,*,-,/,(\},\}$
  - $a^m b^n c^m d^n$ ,  $m \geq 1$ ,  $n < m$
  - $a^m b^n c^p d^q$ ,  $m \geq 1$ ,  $n > m$ ,  $p > n$ ,  $q > p$

5. Considere a linguagem  $L = \{w \mid w \in (a + b)^*$  com número par de  $a$ 's}. Por exemplo, a cadeia  $abbabaa$  seria aceita, enquanto que a cadeia  $baabba$  não.

- Se possível, escreva um autômato limitado linearmente (ALL) que processe  $L$ . Caso não seja possível, explique o porquê.
- Se possível, escreva um autômato de pilha (APN) que processe  $L$ . Caso não seja possível, explique o porquê.
- Qual é o tipo de  $L$ ? Comente a sua resposta.

6. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática  $G$ :

$$S \rightarrow aSBC|aBC$$

$$CB \rightarrow BC$$

$$aB \rightarrow ab$$

$$bB \rightarrow bb$$

$$bC \rightarrow bc$$

$$cC \rightarrow cc$$

- Qual o processador de linguagem de menor poder computacional capaz de processar  $L(G)$  (AFN, APD, ALL ou MT)? Por que?
- Escreva este processador.

7. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática livre de contexto  $G_A$ :

$$S \rightarrow aaZcc$$

$$Z \rightarrow aZc$$

$$Z \rightarrow b$$

Observe agora o seguinte conjunto de produções da gramática linear a direita  $G_B$ :

$$S \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow aB$$

$$B \rightarrow aB \mid bC$$

$$C \rightarrow cC \mid cD$$

$$D \rightarrow c$$

Qual a relação entre  $G_A$  e  $G_B$ ? São equivalentes? Por que? Escreva a máquina de Turing que processa  $L(G_A)$ .

8. Considere a gramática  $G = (\{a,b\}, \{S,A,B\}, S, P)$ , onde  $P$  é o conjunto de produções:

$$S \rightarrow aAa \mid bBb$$

$$A \rightarrow b$$

$$B \rightarrow aA$$

- a) Ache o autômato limitado linearmente que processe  $L(G)$ , se possível. Se não for possível, explique o porquê.
- b) Ache a máquina de Turing de uma cabeça que processe  $L(G)$ , se possível. Se não for possível, explique o porquê.

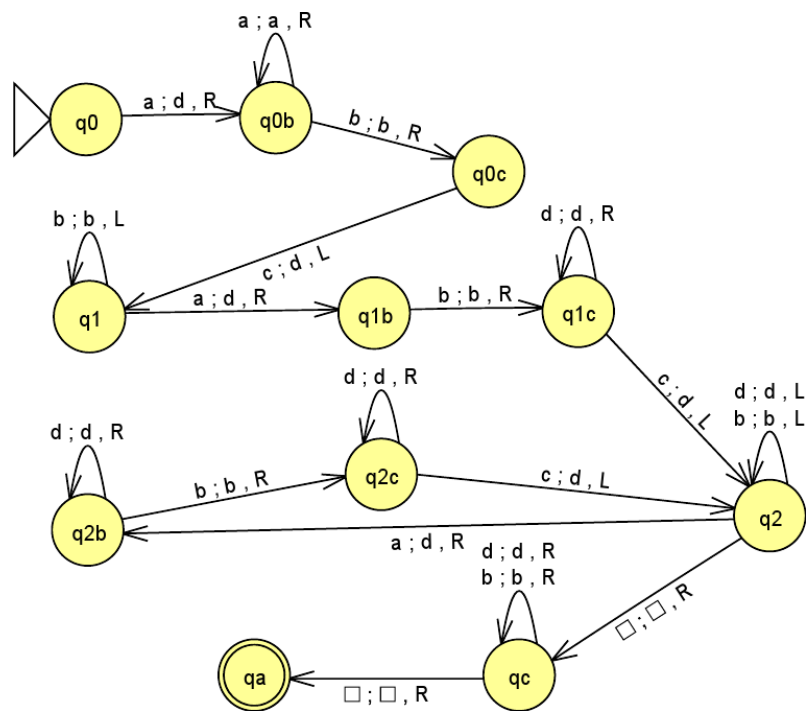
9. Seja o seguinte autômato finito  $(\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0\})$ :

$\delta$	0	1
$q_0$	$q_1$	$q_1$
$q_1$	$q_1$	$q_0$

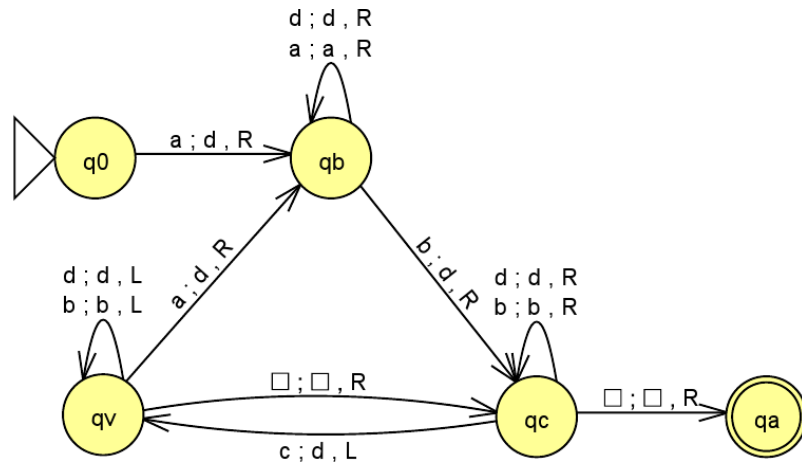
Escreva a máquina de Turing  $T$  equivalente. Se não for possível, explique o porquê.

10. Considere uma gramática  $G = (\Sigma, V, S, P)$ , onde  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $V = \{S, A, B\}$ ,  $P = \{S \rightarrow 0A \mid 1B \mid 0, A \rightarrow 0A \mid 0S \mid 1B, B \rightarrow 1B \mid 1 \mid 0\}$ . Qual é a Máquina de Turing que processa  $L(G)$ ?

11. Seja a Máquina de Turing  $M_A$ , representada no *JFlap*:



Seja a Máquina de Turing  $M_B$ , representada no *JFlap*:



A partir do conjunto de instruções:

- É possível afirmar que  $T(M_A)$ , ou seja, o conjunto de cadeias aceitas pela Máquina de Turing  $M_A$ , é regular?
- E quanto à  $T(M_B)$ ?
- Se não forem regulares, quais os tipos das linguagens processadas por  $M_A$  e por  $M_B$ ?
- Escreva os processadores de menor poder computacional que processa  $T(M_A)$  e  $T(M_B)$ .

12. Seja  $T$  a máquina de Turing:

$$T = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, [, ], \#\}, q_0, \{q_3\}, \delta)$$

onde  $\delta$  é dado por:

- $\delta(q_0, a) = (q_0, a, R)$
- $\delta(q_0, \#) = (q_0, \#, R)$
- $\delta(q_0, [) = (q_1, \#, R)$
- $\delta(q_1, [) = (q_1, [, R)$
- $\delta(q_1, \#) = (q_1, \#, R)$
- $\delta(q_1, ]) = (q_2, \#, L)$
- $\delta(q_2, x) = (q_2, x, L)$  para todo  $x \neq a$
- $\delta(q_2, a) = (q_0, a, R)$
- $\delta(q_0, B) = (q_3, \#, R)$

Quais palavras da forma  $aw$ , onde  $w$  está em  $\{[, ]\}^*$ , são aceitas? Você pode achar uma gramática para esta linguagem?

13. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem  $(a + b)^*$ , na qual há menos  $a$ 's do que  $b$ 's.

14. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem  $(a + b)^*$  onde existe mais  $a$ 's que  $b$ 's.
15. Escreva uma Máquina de Turing que aceite a linguagem  $(a + b)^*$ , na qual há pelo menos um par de  $a$ 's.
16. Sabe-se que um autômato finito (AFD/AFN) processa linguagem linear a direita (regular) e que um autômato a pilha (APN), que é equivalente a um AFN + pilha, processa linguagem livre de contexto.

Afirmção: "Qualquer máquina de Turing pode ser simulada por algum APN com duas pilhas."

Comente esta afirmação.

17. Construa a máquina de Turing que aceite o conjunto de todas as sentenças que contenham dois 0s consecutivos ou dois 1s consecutivos. Teste para 010110.
18. Considere a seguinte máquina de Turing  $T$  que reconhece a LLC  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ . Seja  $T = (Q, \Sigma, q_0, q_a, \delta)$ , onde

$$Q = \{q_0, q_1, \dots, q_5\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, Y, Z\}$$

$$q_a = q_5$$

sendo que  $Y$  e  $Z$  são símbolos da fita, mas não símbolos de entrada.  $\delta$  é dado por:

$$1) \delta(q_0, 0) = (q_1, Y, R)$$

( $T$  irá alternativamente substituir um 0 por  $Y$ , então um 1 por  $Z$ . No estado  $q_0$ , um 0 é substituído por um  $Y$ , e  $T$  move para a direita no estado  $q_1$  procurando um 1.)

$$2) a) \delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$$

$$b) \delta(q_1, Z) = (q_1, Z, R)$$

$$c) \delta(q_1, 1) = (q_2, Z, L)$$

( $T$  se move para a direita no estado  $q_1$  (regras 2a e 2b). Quando um 1 é encontrado, ele é mudado para um  $Z$ , e o estado se torna  $q_2$  (regra 2c). Em  $q_2$ , vemos que  $T$  se move para a esquerda, procurando por um 0 para converter para um  $Y$ . Movendo para a esquerda,  $T$  encontrará um bloco de  $Z$ 's, então talvez um bloco de 0's, então um  $Y$ .)

$$3) a) \delta(q_2, Z) = (q_2, Z, L)$$

$$b) \delta(q_2, Y) = (q_3, Y, R)$$

$$c) \delta(q_2, 0) = (q_4, 0, L)$$

( $T$  se move para a esquerda através de  $Z$ 's (3a). Se  $T$  encontra um  $Y$  enquanto no estado  $q_2$ , não há mais 0's para converter.  $T$  vai para o estado

$q_3$  para checar que não há mais 1's (3b). Se um 0 é encontrado,  $T$  vai para o estado  $q_4$  e se move para a esquerda para converter o 0 mais a esquerda (3c.)

4) a)  $\delta(q_4, 0) = (q_4, 0, L)$

b)  $\delta(q_4, Y) = (q_0, Y, R)$

( $T$  se move através de 0's (4a). Se um  $Y$  é encontrado,  $T$  passou o 0 mais a esquerda e então deve mover para a direita, para converter o 0 em um  $Y$ . Entra no estado  $q_0$  e o processo descrito nas regras 1 a 4 se repete (regra 4b).)

5) a)  $\delta(q_3, Z) = (q_3, Z, R)$

b)  $\delta(q_3, B) = (q_5, Z, R)$

( $T$  entra no estado  $q_3$  quando não houver mais 0's (veja 3a).  $T$  deve mover à direita (5a). Se um branco for encontrado antes de um 1, então não há mais 1's (5b). A entrada está em  $L$  e  $T$  entra no estado  $q_5$ , o estado de aceitação.)

6)  $\delta$  é indefinida, para outros casos diferentes de 1 a 5 acima.

Verifique como  $T$  age com a entrada 000111 através de transições entre descrições instantâneas.