

USP – ICMC – SME0320- Estatística I

Exemplo da aula do dia 22/4/2019

1. Uma indústria produz artigos cuja massa, em kg, é uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} x - 8, & \text{se } 8 \leq x < 9, \\ 10 - x, & \text{se } 9 \leq x < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1)$$

O fabricante vende um artigo por um preço de R\$ 20,00 e garante o reembolso do preço de venda a qualquer cliente se a massa do artigo for inferior a 8,25 kg. O custo de produção está relacionado à massa do artigo de acordo com a expressão $0,05X + 0,50$. Calcule o lucro esperado por artigo.

SOLUÇÃO. O lucro, L é uma função da massa, X . Se $8 \leq X < 8,25$, por causa do reembolso, há uma perda igual a $-(0,05X + 0,50)$ referente ao custo de produção. Se $8,25 \leq X < 10$, registra-se um ganho dado por $20,00 - (0,05X + 0,50) = 19,50 - 0,05X$. Assim, o lucro é dado por

$$L(X) = \begin{cases} -0,05X - 0,50, & \text{se } 8 \leq X < 8,25, \\ 19,50 - 0,05X, & \text{se } 8,25 \leq X < 10, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2)$$

Usando (1) e (2), o lucro esperado é dado por

$$\begin{aligned} E\{L(X)\} &= \int_8^{10} L(x)f(x)dx = \int_8^{8,25} (-0,05X - 0,50)(x - 8)dx \\ &\quad + \int_{8,25}^9 (19,50 - 0,05x)(x - 8)dx + \int_9^{10} (19,50 - 0,05x)(10 - x)dx \\ &= \frac{1}{20} \left(80x - x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_8^{8,25} + \frac{1}{20} \left(-\frac{1}{3}x^3 + 199x^2 - 3120x \right) \Big|_{8,25}^9 \\ &\quad + \frac{1}{20} \left(3900x - 200x^2 + \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_9^{10} \\ &= -0,0283854 + 8,93672 + 9,51667 = \text{R\$ } 18,425. \end{aligned}$$