Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Departamento de Ciências de Computação

SCC-0505
INTRODUÇÃO À TEORIA DA COMPUTAÇÃO

Lista de Exercícios – Capítulo 2

Linguagens e gramáticas

1. Seja $G = (\Sigma, V, S, P)$ onde $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S\}$ e P é o seguinte conjunto de produções:
$$S \rightarrow aSb$$
$$S \rightarrow aSa$$
$$S \rightarrow bSa$$
$$S \rightarrow bSb$$
$$S \rightarrow \lambda$$
Mostre que $L(G)$ é uma LLD.

2. Suponha que $G = (\Sigma, V, S, P)$ seja uma GLC tal que cada produção em P ou é da forma $A \rightarrow wB$ ou da forma $A \rightarrow w$, onde $A, B \in V$ e $w \in \Sigma^*$. $L(G)$ é necessariamente uma LLD? Prove esta afirmação ou ache um contra-exemplo.

3. Converta a seguinte gramática à Forma Normal de Greibach.
$$S \rightarrow 00A \mid B \mid 1$$
$$A \rightarrow 1AA \mid 2$$
$$B \rightarrow 0$$

4. Escreva a gramática para a linguagem com cadeias que contenham um único a a esquerda e n b's a direita: ab^n, $n > 0$. Qual é o tipo desta linguagem?

5. Construa uma gramática livre de contexto G para a linguagem $L(G) = \{ w = xayb \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$.

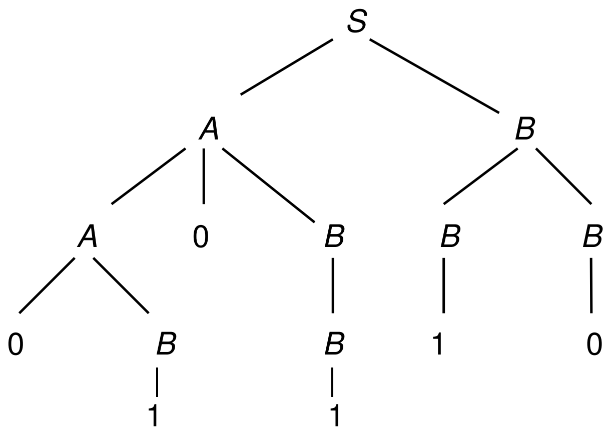
6. Mostre que para qualquer linguagem livre de contexto L, $L - \{\lambda\}$ também é livre de contexto.

7. Escreva a gramática para a linguagem com cadeias que contenham um único a a esquerda e n b's a direita: ab^n, $n > 0$. Qual é o tipo desta linguagem?

8. Construa uma gramática livre de contexto G para a linguagem $L(G) = \{w = xayb \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$.

9. Seja G = ({0, 1}, {A, B}, A, { A → B0, B → BB, A0 → B1, B → 1, B → 1A, A → 0, A1 → λ}). Como você descreveria essa gramática? Essa gramática é livre de contexto? Por que? Essa gramática é sensível ao contexto? Por que?

10. Suponha que *G* é uma gramática livre de contexto (GLC) a partir da qual a cadeia 010110 pode ser derivada. Suponha que a árvore de derivação para 010110, dada na figura abaixo, inclui todas as produções de *G*. Mostre que *G* é ambígua.



Autômatos de pilha

11. Dê um APN que aceite a linguagem dos parênteses casados pelo estado final.

12. Dê um APN que aceite pelo estado final a linguagem gerada pela GLC:

$$S \rightarrow aAA,\ A \rightarrow aS \mid bS \mid a$$

13. Dê um APN de um estado que aceita a linguagem $\{wcw^R \mid w \in (a + b)^*\}$.

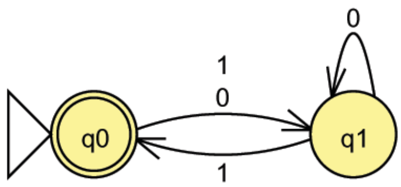
14. Dê um APN (autômato de pilha) que aceite a linguagem $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ pela pilha vazia. Teste para 011110.

15. Considere a seguinte linguagem livre de contexto $L = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$. Escreva um APN (autômato de pilha) *M* que processe esta linguagem. Verifique como *M* age com as entradas 01 e 011.

16. Dê um APN (autômato de pilha) de um estado que aceite a linguagem $\{ww^R \mid w \in (a + b)^*\}$ pela pilha vazia. Dê a gramática correspondente. Qual é o tipo desta gramática?

17. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S\}$, $P = \{S \to 0S1, S \to 01\}$. Qual é o APN (autômato de pilha) equivalente a esta gramática?

18. Como um autômato de pilha (APN) é constituído de uma pilha *last-in first-out* e uma máquina de estados, deve ser possível converter um autômato finito (AFD) em um APN ignorando a pilha. Construa, se possível, um APN a partir do seguinte AFD:



19. Considere a linguagem $L = \{ w \mid w \in (a + b)^*$ com número par de a's$\}$. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.

    a) Se possível, escreva um autômato de pilha (APN) que processe L. Caso não seja possível, explique o porquê.
    b) Qual é o tipo de L? Comente a sua resposta.

20. Considere a gramática $G = (\{a, b\}, \{S,A,B\}, S, P\}$, onde P é o conjunto de produções:

    $S \to aAa \mid bBb$
    $A \to b$
    $B \to aA$

    a) Qual é o tipo de menor complexidade de G?
    b) Qual é o tipo de menor complexidade de $L(G)$?
    c) Ache uma gramática na Forma Normal de Greibach para G, se possível. Se não for possível, explique o porquê.
    d) Ache o autômato finito que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.
    e) Ache o autômato de pilha de um estado que processe $L(G)$, se possível. Se não for possível, explique o porquê.

21. Seja o seguinte autômato finito $(\{q_0, q_1\}, \{0,1\}, \delta, q_0, \{q_0\})$:

δ	**0**	**1**
$\boldsymbol{q_0}$	q_1	q_1
$\boldsymbol{q_1}$	q_1	q_0

Escreva o autômato de pilha equivalente. Se não for possível, explique o porquê.

22. Seja o seguinte conjunto de produções da gramática livre de contexto G:

$$S \rightarrow aaZcc$$
$$Z \rightarrow aZc$$
$$Z \rightarrow b$$

a) Qual é a linguagem que esta gramática gera?
b) $L(G)$ é regular?

Observe agora o seguinte conjunto de produções da gramática linear a direita G':

$$S \rightarrow aA$$
$$A \rightarrow aB$$
$$B \rightarrow aB \mid bC$$
$$C \rightarrow cC \mid cD$$
$$D \rightarrow c$$

c) Qual é a relação entre G e G'? São equivalentes? Por que?
d) Escreva o autômato a pilha que processa $L(G)$.