

1. use o teste da razão para determinar o comportamento das seguintes séries:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

$$(e) 1 + \frac{1 \cdot 3}{2!} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{3!} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{n!} + \dots$$

2. use o teste da raiz para determinar o comportamento das seguintes séries:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^n}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(\ln 2)^n}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} e^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$$

3. Classifique cada uma das seguintes séries como absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+10}}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n+2}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{n!}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{1+n^5}$$

$$(e) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}}{\ln n}$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}}{n+3}$$

$$(h) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{3n^2}$$

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin^2 n}{n^2}$$

$$(j) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin^2 n}{n^{9/2}}$$

4. Verifique se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa:

- (a) toda série alternada convergente é condicionalmente convergente,
- (b) toda série absolutamente convergente é convergente,
- (c) toda série convergente é absolutamente convergente,
- (d) toda série alternada converge,
- (e) se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é condicionalmente convergente, então $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ diverge,
- (f) se $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ diverge, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é condicionalmente convergente.

5. Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ convergem, mostre que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ é absolutamente convergente.

Sugestão: $(a - b)^2 \geq 0$, logo $2ab \leq a^2 + b^2$.

6. Use o problema anterior para mostrar que se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n/n$ é absolutamente convergente.

7. Determine o intervalo de convergência de cada uma das seguintes séries:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{4^n} x^n$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} x^n$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} (x - 4)^n$$