

Trabalho Final - SSC0109

Descrição

Implemente um hardware para calcular uma das funções matemáticas presentes no final deste documento:

- Entrada:
 - $X[7..0]$: número real na representação em ponto-fixo, diferente de zero quando aplicável (por exemplo em funções onde X é usado como divisor).
- Saída:
 - $Y[7..0]$: resultado da função, número real na representação em ponto-fixo.
- **Número real: pode ser positivo ou negativo (utilizar complemento de 2)!**

Ponto-fixo

Neste trabalho, utilizaremos a representação em ponto-fixo, onde é possível representar números reais utilizando um número fixo de bits para parte inteira e fracionária. Utilizaremos 4 bits para parte inteira ($X[7..4]$ e $Y[7..4]$) e 4 bits para parte fracionária ($X[3..0]$ e $Y[3..0]$).

Da mesma maneira que o bit menos significativo inteiro vale 2^0 , o segundo menos significativo vale 2^1 e assim por diante, o primeiro bit fracionário (mais à esquerda) vale 2^{-1} , o próximo 2^{-2} e assim sucessivamente. Para números negativos, o complemento de 2 funciona igual a números inteiros.

Exemplos de números nesta representação:

- $5.000 = 01010000 = 2^2 + 2^0$
- $7.500 = 01111000 = 2^2 + 2^1 + 2^0 + 2^{-1}$
- $2.250 = 00100100 = 2^1 + 2^{-2}$
- $0.625 = 00001010 = 2^{-1} + 2^{-3}$
- $-7.625 = 10000110$

Para este trabalho, os módulos aritméticos deverão ser expandidos:

- Somador/subtrator: expandir de 4 para 8 bits. Exemplo de operação:
 - $4.5 + 2.5 \rightarrow 01001000 + 00101000 \rightarrow 01110000 \rightarrow 7$
- Multiplicador: expandir as entradas para 8 bits (a saída terá 16 bits). Dos 16 bits da saída, realizar um shift de 4 bits para direita. Exemplo de operação:
 - $2.5 * 2.5 \rightarrow 00101000 * 00101000 \rightarrow 110010000000$ (shift) $\rightarrow 01100100 \rightarrow 6.25$
- Divisor: expandir as entradas para 16 bits (a saída terá 8 bits). O valor do primeiro operando (dividendo) deverá ter um shift para a esquerda de 4 bits. Exemplo de operação:
 - $2.5 / 2 \rightarrow 0000000000101000 / 0000000000100000 \rightarrow 0000001010000000 / 0000000000100000$ (shift no dividendo) $\rightarrow 00010100 \rightarrow 1.25$

Caso haja algum operando negativo na operação de multiplicação ou divisão, convertê-los para positivo, realizar a operação e ajustar o sinal no resultado:

- **Se os dois operandos forem positivos, a saída é positiva**
- **Se os dois operandos forem negativos, a saída é positiva**
- **Se os dois operandos diferem em seus sinais, a saída é negativa**

Exemplo de divisão onde um dos operandos é negativo:

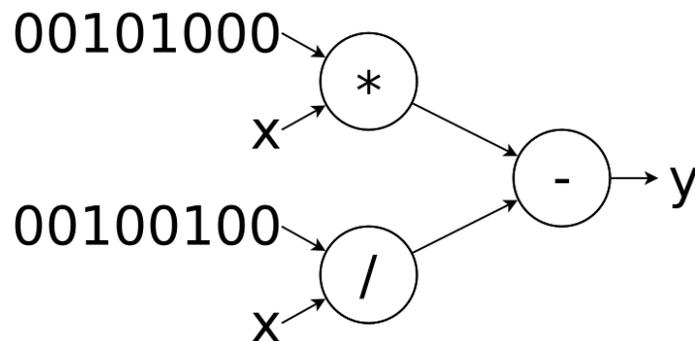
- $-4.5 / 1.5 \rightarrow 0000000001001000$ (convertido para positivo) / 0000000000011000
 $\rightarrow 0000010010000000$ / 0000000000011000 (shift no dividendo) $\rightarrow 00110000 \rightarrow$
 11010000 (convertido para negativo) $\rightarrow -3$

Observações

- Entre na wiki da disciplina e veja quais funções já foram escolhidas. Escolha uma função que não tenha sido escolhida e mande um e-mail para make.vhdl.not.war@gmail.com no formato:
 - Assunto: Projeto SSC-109 2017/1 Ter/Qui
 - Conteúdo: Nome e NUSP dos integrantes da dupla e a função escolhida
- Caso algum ponto da função cause overflow, este deve ser indicado por um LED
- Os trabalhos serão avaliados no horário de aula:
 - Terça: 27/06
 - Quinta: 29/06
- Dupla de 2 alunos (também conhecido como dupla)
- Colar = 0
- Não é possível mudar de equação após o e-mail ter sido enviado e confirmado!
- O projeto será executado nas placas (utilizar os switches para entrada de dados e LEDs ou displays de sete segmentos para o resultado)

Exemplo

Considere a equação: $f(x) = 2.5x^2 - 2.25/x$. O hardware para esta função:



Aplicativo

Ao utilizar 4 bits para parte fracionária no ponto fixo, a precisão é baixa. Portanto, o seu hardware possivelmente gerará resultados bem diferentes dos esperados em uma calculadora. Para comparar os resultados, será disponibilizado na wiki uma ferramenta denominada evaluator. Este programa faz cálculos com precisão similar ao do hardware, gerando resultados próximos. Para utilizá-lo:

- Instale Python em sua máquina, caso já não tenha
- Para avaliar $x = 0.5$ na função $f(x) = ax^b + cx^d$, execute:
 - `python evaluator.py a b c d 0.5`
- A saída será algo similar à:
 - $f(11110010 \quad (-0.89)) = 1001011 \quad (4.6875)$
 - x em binário (x decimal) = y em binário (y decimal)
- O resultado ainda pode ser levemente diferente do esperado no hardware

Funções

1. $(2.0625x^{2.0}) + (-2.8125x^{-3.0})$
2. $(-3.8125x^{3.0}) + (3.25x^{-1.0})$
3. $(-3.375x^{1.0}) + (2.25x^{-2.0})$
4. $(-2.375x^{2.0}) + (2.125x^{-3.0})$
5. $(3.1875x^{-2.0}) + (-2.125x^{1.0})$
6. $(2.5625x^{2.0}) + (-3.625x^{-3.0})$
7. $(-2.0625x^{-2.0}) + (2.4375x^{1.0})$
8. $(2.5625x^{3.0}) + (-3.0x^{-1.0})$
9. $(-2.5x^{-2.0}) + (2.5x^{3.0})$
10. $(3.0x^{-1.0}) + (-3.25x^{3.0})$
11. $(3.75x^{3.0}) + (-2.0x^{-1.0})$
12. $(3.1875x^{2.0}) + (-2.3125x^{-1.0})$
13. $(2.1875x^{-2.0}) + (-3.625x^{1.0})$
14. $(-3.0x^{1.0}) + (2.25x^{-3.0})$
15. $(-3.875x^{3.0}) + (2.125x^{-1.0})$
16. $(2.5625x^{1.0}) + (-2.25x^{-3.0})$
17. $(-2.875x^{3.0}) + (2.25x^{-1.0})$
18. $(2.75x^{-1.0}) + (-3.5x^{2.0})$
19. $(-2.375x^{-1.0}) + (2.0x^{3.0})$
20. $(-2.5625x^{-1.0}) + (2.125x^{2.0})$
21. $(2.875x^{1.0}) + (-3.0625x^{-2.0})$
22. $(-3.4375x^{1.0}) + (3.0625x^{-3.0})$
23. $(2.5625x^{2.0}) + (-3.4375x^{-1.0})$
24. $(-2.3125x^{-3.0}) + (3.5625x^{2.0})$
25. $(3.875x^{1.0}) + (-2.875x^{-2.0})$
26. $(-2.125x^{3.0}) + (2.375x^{-1.0})$
27. $(-2.5x^{2.0}) + (2.125x^{-1.0})$
28. $(-2.5x^{3.0}) + (2.125x^{-1.0})$
29. $(-3.4375x^{-2.0}) + (3.4375x^{1.0})$
30. $(-2.375x^{2.0}) + (2.625x^{-3.0})$
31. $(2.5x^{-3.0}) + (-2.625x^{1.0})$
32. $(-3.1875x^{1.0}) + (3.5x^{-3.0})$
33. $(-3.0625x^{-3.0}) + (2.0625x^{1.0})$
34. $(-2.4375x^{3.0}) + (2.0x^{-1.0})$
35. $(-2.0625x^{2.0}) + (3.625x^{-1.0})$
36. $(-2.3125x^{3.0}) + (2.5625x^{-2.0})$
37. $(-2.1875x^{-2.0}) + (3.8125x^{1.0})$
38. $(-2.375x^{-1.0}) + (2.8125x^{2.0})$
39. $(2.8125x^{-3.0}) + (-3.1875x^{1.0})$
40. $(2.0625x^{1.0}) + (-2.375x^{-3.0})$
41. $(-2.3125x^{-1.0}) + (3.8125x^{3.0})$
42. $(3.3125x^{-1.0}) + (-3.875x^{2.0})$
43. $(-3.0625x^{-1.0}) + (3.75x^{2.0})$
44. $(-2.0x^{3.0}) + (3.0x^{-1.0})$
45. $(2.75x^{1.0}) + (-3.5x^{-3.0})$
46. $(2.0x^{-1.0}) + (-2.125x^{3.0})$
47. $(-2.6875x^{-2.0}) + (2.6875x^{1.0})$
48. $(2.25x^{1.0}) + (-2.5x^{-3.0})$
49. $(-3.0x^{1.0}) + (2.625x^{-3.0})$
50. $(2.0625x^{-1.0}) + (-2.8125x^{2.0})$
51. $(-2.4375x^{3.0}) + (2.125x^{-2.0})$
52. $(2.8125x^{1.0}) + (-2.625x^{-3.0})$
53. $(3.3125x^{-2.0}) + (-3.25x^{1.0})$
54. $(-3.875x^{1.0}) + (3.5625x^{-3.0})$

55. $(2.1875x^{2.0}) + (-3.4375x^{-1.0})$
56. $(-2.875x^{-2.0}) + (2.1875x^{1.0})$
57. $(-2.3125x^{3.0}) + (3.6875x^{-1.0})$
58. $(-3.625x^{1.0}) + (3.0x^{-3.0})$
59. $(-3.5625x^{-3.0}) + (3.125x^{1.0})$
60. $(2.5x^{-1.0}) + (-3.75x^{3.0})$
61. $(2.375x^{2.0}) + (-2.375x^{-1.0})$
62. $(-3.3125x^{1.0}) + (2.5x^{-3.0})$
63. $(-3.625x^{-3.0}) + (2.3125x^{1.0})$
64. $(2.3125x^{2.0}) + (-3.375x^{-3.0})$
65. $(3.375x^{1.0}) + (-2.0625x^{-2.0})$
66. $(-3.5x^{1.0}) + (3.375x^{-2.0})$
67. $(-3.75x^{-3.0}) + (2.1875x^{1.0})$
68. $(2.0625x^{2.0}) + (-2.0625x^{-1.0})$
69. $(-2.75x^{-1.0}) + (3.1875x^{2.0})$
70. $(3.3125x^{-2.0}) + (-3.4375x^{3.0})$
71. $(3.0625x^{-1.0}) + (-2.0625x^{3.0})$
72. $(2.0x^{-1.0}) + (-3.125x^{2.0})$
73. $(-2.875x^{1.0}) + (3.4375x^{-2.0})$
74. $(2.3125x^{1.0}) + (-2.9375x^{-3.0})$
75. $(-3.625x^{-2.0}) + (2.25x^{3.0})$
76. $(-2.6875x^{-1.0}) + (3.125x^{2.0})$
77. $(2.75x^{-2.0}) + (-2.8125x^{1.0})$
78. $(2.5625x^{3.0}) + (-2.9375x^{-1.0})$
79. $(2.25x^{-1.0}) + (-3.5x^{3.0})$
80. $(-2.3125x^{3.0}) + (3.25x^{-1.0})$
81. $(3.0625x^{3.0}) + (-2.0x^{-2.0})$
82. $(3.375x^{-1.0}) + (-3.875x^{2.0})$
83. $(3.6875x^{1.0}) + (-2.375x^{-2.0})$
84. $(3.6875x^{-3.0}) + (-2.625x^{2.0})$
85. $(2.1875x^{1.0}) + (-2.0x^{-3.0})$
86. $(-2.9375x^{2.0}) + (2.0625x^{-1.0})$
87. $(-3.5x^{1.0}) + (3.625x^{-2.0})$
88. $(2.3125x^{1.0}) + (-3.3125x^{-3.0})$
89. $(-3.0625x^{1.0}) + (2.0x^{-2.0})$
90. $(2.1875x^{-1.0}) + (-2.0x^{3.0})$
91. $(3.875x^{-1.0}) + (-3.125x^{3.0})$
92. $(-3.5625x^{1.0}) + (3.1875x^{-3.0})$
93. $(2.125x^{1.0}) + (-3.375x^{-3.0})$
94. $(-3.375x^{1.0}) + (2.375x^{-2.0})$
95. $(2.9375x^{-2.0}) + (-2.6875x^{1.0})$
96. $(-2.0x^{3.0}) + (2.9375x^{-2.0})$
97. $(-2.625x^{-3.0}) + (2.625x^{1.0})$
98. $(2.875x^{-1.0}) + (-2.3125x^{2.0})$
99. $(2.0x^{2.0}) + (-2.8125x^{-3.0})$
100. $(3.0625x^{-3.0}) + (-2.625x^{1.0})$