

Problemas envolvendo subespaços

1. Verifique se em cada um dos itens abaixo o subconjunto W é um subespaço vetorial do espaço vetorial V dado.

1. $V = \mathbb{R}^2$ e $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y \geq 0\}$.

2. $V = \mathbb{R}^2$ e $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; xy \geq 0\}$.

3. $V = M_2(\mathbb{R})$ é o espaço vetorial das matrizes 2x2 reais e $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ e } b = c \right\}$

4. $V = P(\mathbb{R}) = \{\text{polinômios com coeficientes reais}\}$, $W = \{p \in P(\mathbb{R}); p'(t) = 0, \forall t \in \mathbb{R}\}$.

5. $V = M_{n \times n}(\mathbb{R})$, $W = \{A \in V; A^t = A\}$. (note a semelhança deste exercício com o exercício 3)

6. $V = M_{n \times n}(\mathbb{R})$, $W = \{A \in V; A^t = -A\}$.

7. $V = M_{n \times 1}(\mathbb{R})$, $W = \{X \in M_{n \times 1}(\mathbb{R}); AX = 0\}$, onde $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ é dada.

8. $V = \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $W = \{f \in V, f(x_0) = 0\}$, para algum $x_0 \in \mathbb{R}$ fixo.