Cálculo 1	**7a. Lista**	**15/05/2012**

1. Determine os pontos de máximo e de mínimo, os intervalos de crescimento e de decrescimento, os pontos de inflexão e esboce o gráfico de cada função:

$a)\ f(x) = 4 + 3x - x^3$	$f)\ f(x) = 2\|x\| - x^2$
$b)\ f(x) = x + \frac{4}{x}$	$g)\ f(x) = \sin x + \cos x$
$c)\ f(x) = x^2(x-12)^2$	$h) f(x) = \frac{x^4-3}{x}$
$d)\ f(x) = \frac{x^3}{x^2+3}$	$i)\ f(x) = \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}$
$e)\ f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$	$j)\ f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$

2. Esboce um gráfico possível de uma função f que satisfaça todas as condições dadas: o domínio de f é o conjunto $\mathbb{R}$, $f'(-1) = f'(1) = 0$, $f'(x) < 0$ para todo $x \in (-1, 1)$, $f'(x) > 0$ para todo $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$, $f''(x) > 0$ para todo $x > 0$, $f''(x) < 0$ para todo $x < 0$, $f''(0) = 0$, $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - \dfrac{x}{2}] = -\dfrac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to-\infty}[f(x) - \dfrac{x}{2}] = \dfrac{\pi}{2}$.

3. Determine os valores máximo e mínimo absolutos de
$$f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x}, \quad 0 \le x \le 2\pi.$$

4. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ diferenciável, com $\lim_{x\to\infty} f'(x) = c > 0$. Mostre que $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

5. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ diferenciável, com $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 0$. Pode-se concluir que existe $l \in \mathbb{R}$ tal que $\lim_{x\to\infty} f(x) = l$? Prove, se a resposta for positiva, ou dê um contra-exemplo se a resposta for negativa.

   Mostre que $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

6. Se $f(x)$ é um polinômio qualquer, mostre que entre duas raízes distintas de $f(x)$ existe pelo menos uma raiz de $f'(x)$.

7. Suponha f diferenciável em $\mathbb{R}$. Prove que entre duas raízes consecutivas de f' há, no máximo, uma raiz de f.

8. Prove que polinômios de segundo grau não têm pontos de inflexão.

9. Prove que polinômios de terceiro grau sempre sempre têm um único ponto de inflexão.

10. Seja $f : [a, +\infty) \to \mathbb{R}$ diferenciável e convexa, com $f(a) < f(a+1)$. Mostre que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

11. Se I é um intervalo fechado limitado e $f : I \to \mathbb{R}$ é contínua, mostre que se f for estritamente convexa ela possui um único ponto de mínimo. (*Por definição, uma função contínua é estritamente convexa se seu gráfico não contém segmentos de reta.*)

12. Mostre por meio de um exemplo que se no exercício anterior o intervalo não é fechado, a conclusão não valeria em geral.

13. Determinar os pontos da curva $y = \frac{1}{1+x^2}$ em que a reta tangente a ela tem coeficiente angular máximo.

14. Dado um número $a > 0$, determinar dois números positivos, x e y, de modo que sua soma seja a r seu produto seja máximo, *ou seja, determinar um retângulo de perímetro dado com área máxima.*

15. Calcule a área máxima de um retângulo com base sobre o eixo x e vértices superiores na curva $y = 12 - x^2$

16. Deve-se construir uma caixa de base retangular com um pedaço de cartolina de 30 cm por 20 cm, cortando-se fora um quadrado de cada vértice e então dobrando-se os lados. Determine o lado do quadrado extraído que produz a caixa de volume máximo.

17. Deve-se construir um reservatório na forma de um cilindro circular reto, aberto no topo, tendo $24\pi\ m^3$ de capacidade. O custo do material usado para fazer o fundo é três vezes maior do que o custo do material usado na superfície lateral. Supondo que não há perda de material no processo de fabricação, determine as medidas do reservatório que minimizam os custos.

18. A iluminação proveniente de uma fonte pontual de luz é diretamente proporcional a potência da fonte e inversamente proporcional ao quadrado de sua distância. Duas fontes têm, respectivamente, potências P_1 e P_2 e estão a uma distância l, uma da outra. Determine o ponto menos iluminado sobre o segmento unindo as duas fontes.