

## SMA 0333 Cálculo III - Lista 4

Prof. Nivaldo G. Grulha Jr

Estagiário PAE: Northon C. L. Penteado

1. Utilizando o critério de Cauchy mostre que se a série  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  converge então

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

2. Uma bola é atirada de uma altura de 10m. Em cada instante, golpeia o chão e ricocheteia verticalmente a uma altura que é  $\frac{3}{4}$  da altura precedente. Ache a distância total que a bola viajará se for admitindo que ricocheteia muitas vezes.

3. Suponhamos que  $a_n > 0$  para todo inteiro  $n \geq 0$  e  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  diverge então

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{1 + a_n} \text{ também diverge.}$$

4. Determine se as séries alteradas convergem. E determine se as mesmas convergem absolutamente.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\frac{3}{2}}} \quad c) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{n^3 + 3} \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n)}$$

$$e) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^2(n)} \quad f) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n} \quad g) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{\ln(n)} \quad h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n+1}}{\sqrt{n}}$$

$$i) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}} \quad j) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{2^n}}{n!} \quad k) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1} \quad l) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-n)^n}{n!}$$

$$m) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{sen} \left( \frac{1}{n^p} \right), \quad p \geq 1, p \in \mathbb{R}.$$

5. Estude a convergência das séries

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2 + 3} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{1}{n} \quad c) \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-1} \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)}$$

$$e) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \quad f) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! + n^2}{(n+1)!} \quad g) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} \quad h) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{1 + 4^n}$$

$$i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 2n + 1} \quad j) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 - 3n^4 + 2}{2n^8 + n - 1}$$

6. A série  $\sum_{n=0}^{\infty} na^n$ , com  $|a| < 1$  é convergente? É absolutamente convergente? O que podemos dizer da série  $\sum_{n=0}^{\infty} n^r a^n$ , para  $r$  inteiro positivo? E se  $|a| \geq 1$ ?
7. A série  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ , para um número real  $x$  fixado arbitrariamente, converge absolutamente?
8. Enuncie e demonstre o Critério da comparação por limites.
9. Enuncie e demonstre o Critério da Raiz por limites.