SMA 0333 Cálculo III - Lista 4

Bach. em Física

1. Utilizando o critério de Cauchy mostre que se a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge então $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

2. Uma bola é atirada de uma altura de 10m. Em cada instante, golpeia o chão e ricocheteia verticalmente a uma altura que é $\frac{3}{4}$ da altura precedente. Ache a distância total que a bola viajará se for admitindo que ricocheteia muitas vezes.

3. Suponhamos que $a_n > 0$ para todo inteiro $n \geq 0$ e $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge então $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ também diverge.

4. Determine se as séries altenadas convergem. E determine se as mesmas convergem absolutamente.

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}} \quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^{\frac{3}{2}}} \quad c)\ \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{2n^2+1}{n^3+3} \quad d)\ \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\ln(n)}$$

$$e)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln^2(n)} \quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln(n)}{n} \quad g)\ \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{n}}{\ln(n)} \quad h)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{2n+1}}{\sqrt{n}}$$

$$i)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln(n)}{\sqrt{n}} \quad j)\ \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{2^n}}{n!} \quad k)\ \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{n^2+1} \quad l)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-n)^n}{n!}$$

$$m)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\mathrm{sen}\left(\frac{1}{n^p}\right),\ p\geq 1,\ p\in\mathbb{R}.$$

5. Estude a convergência das séries

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^2+3} \quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\mathrm{sen}\frac{1}{n} \quad c)\ \sum_{n=0}^{\infty}ne^{-1} \quad d)\ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln(n)}$$

$$e)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^n}{n!} \quad f)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!+n^2}{(n+1)!} \quad g)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^3}{3^n} \quad h)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^n}{1+4^n}$$

$$i)\ \sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{n^2+2n+1} \quad j)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5-3n^4+2}{2n^8+n-1}$$

6. A série $\sum_{n=0}^{\infty} na^n$, com $|a| < 1$ é convergente? É absolutamente convergente? O que podemos dizer da série $\sum_{n=0}^{\infty} n^r a^n$, para r inteiro positivo? E se $|a| \geq 1$?

7. A série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, para um número real x fixado arbitrariamente, converge absolutamente?

8. Enuncie e demonstre o Critério da comparação por limites.

9. Enuncie e demonstre o Critério da Raiz por limites.