

# Image Restoration

## Image Processing — scc0251

`www.icmc.usp.br/~moacir` — `moacir@icmc.usp.br`

ICMC/USP — São Carlos, SP, Brazil

2011

# Agenda

## 1 Introdução

## 2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

## 3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

# Agenda

## 1 Introdução

## 2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

## 3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

# Obtendo melhores imagens

**Problema** — melhorar a qualidade visual da imagem.

- **Realce** (enhancement) × **Restauração** (restoration)
  - Realce: método subjetivo baseado em operações que supostamente irão melhorar a qualidade da imagem.
  - Restauração: método objetivo baseado no conhecimento sobre o processo de degradação da imagem.

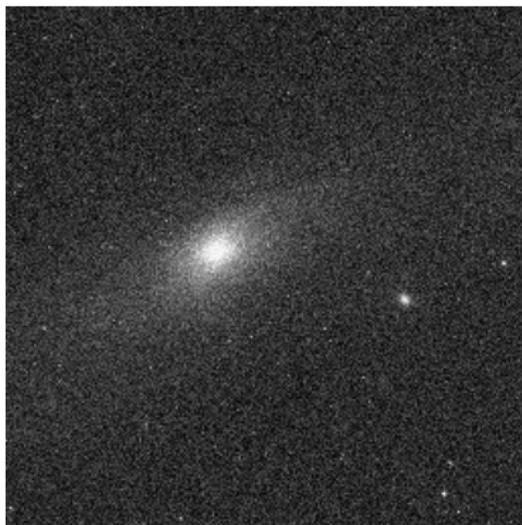
# Degradação: borramento



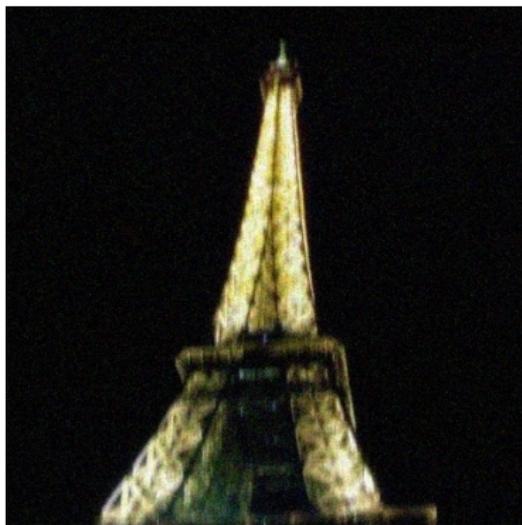
# Degradação: borramento por movimento



# Degradação: ruído



# Degradação: borramento + ruído



# Problema

$$g(\mathbf{x}) = \mathcal{N} \{f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})\}$$

- $g$  — imagem degradada
- $f$  — imagem ideal ou original
- $*$  — convolução
- $h$  — função de degradação
- $\mathcal{N}()$  — processo de geração de ruído

# Problema

Natureza do ruído: aditiva

$$g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x})$$

- $g$  — imagem degradada
- $f$  — imagem ideal ou original
- $*$  — convolução
- $h$  — função de degradação
- $n$  — função de ruído aditivo

# Problema

A equação tenta capturar a idéia de um “sistema de imageamento”

- 1 a imagem passa por um sistema: microscópio, telescópio, lentes de uma câmera —  $f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})$ .
- 2 a captura eletrônica por um sensor CCD gera um ruído aditivo —  $[f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})] + n(\mathbf{x})$ .

**Os algoritmos de restauração de imagens tentam obter uma imagem restaurada  $\hat{f}(\mathbf{x})$  mais próxima possível da imagem original  $f(\mathbf{x})$ .**

- Para isso são usados os conhecimentos acerca, principalmente, da *função de degradação* e do *ruído*.

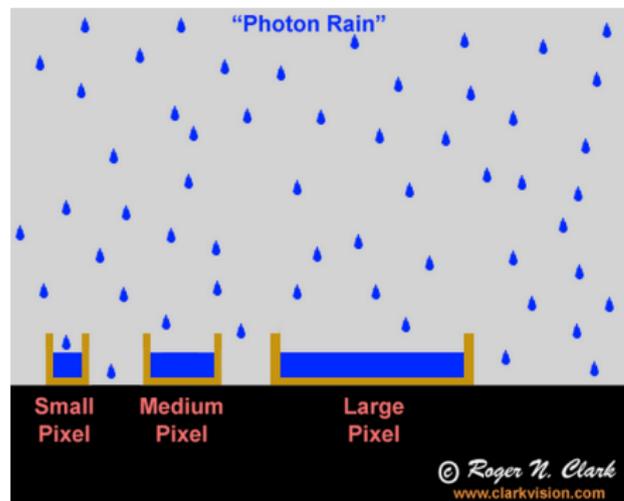
# Fontes de ruído

Em geral a fonte de ruído define a característica do ruído. A maioria das imagens tem um ruído acumulado por diversas etapas da aquisição

- **Contagem de fótons**
- **Térmico**
- **Quantização**
- **Transmissão / exibição**

## Fontes de ruído — contagem de fótons

- **Contagem de fótons:** a detecção de fótons (luz) por um sensor é um processo estatístico, bem modelado por uma distribuição de Poisson.
- A precisão do sinal medido é proporcional à média do sinal (quantidade de fótons).
- O ruído no sinal é a raiz quadrada do número de fótons.



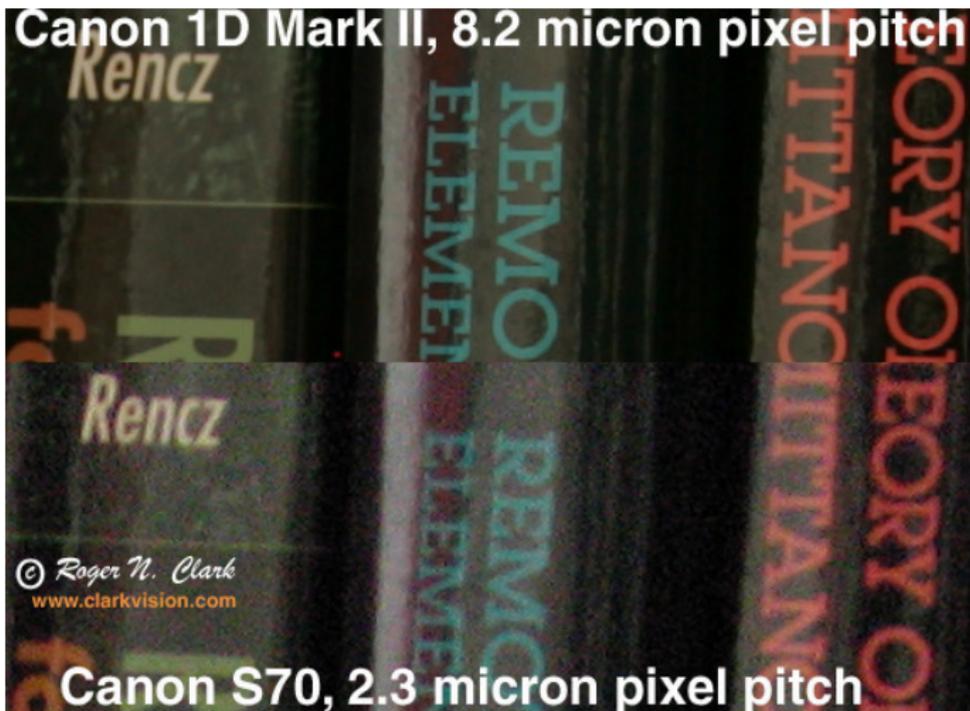
Photons	Noise
9	3
100	10
900	30
10000	100
40000	200

## Fontes de ruído — contagem de fótons

- Por essa razão, duas câmeras com a mesma quantidade de pixels, porém sensores de tamanho diferentes, resultam em imagens com qualidade diferente.
- As imagens abaixo foram obtidas com câmeras diferentes, de mesmo fabricante, número de pixels, parâmetros ISO, abertura e exposição.



# Fontes de ruído — contagem de fótons



Imagens reproduzidas com autorização de Roger Clark [http://www.clarkvision.com/articles/telephoto\\_reach/](http://www.clarkvision.com/articles/telephoto_reach/).

## Fontes de ruído — térmico

- É preciso observar, no entanto, que esse não é sempre o caso.
- Quando o imageamento é feito em condições de distância focal limitada (objetos pequenos sendo imageados de longe):
  - Pixels menores permitem capturar melhor os detalhes,
  - Cada pixel, no entanto, irá capturar uma quantidade menor de fótons.
  - Assim, apesar de uma imagem com mais detalhes, qual será a consequência? **Uma imagem mais ruidosa.**
- Pixels menores permitem observar mais detalhes numa imagem, ao custo de mais ruído por pixel.

# Fontes de ruído — contagem de fótons

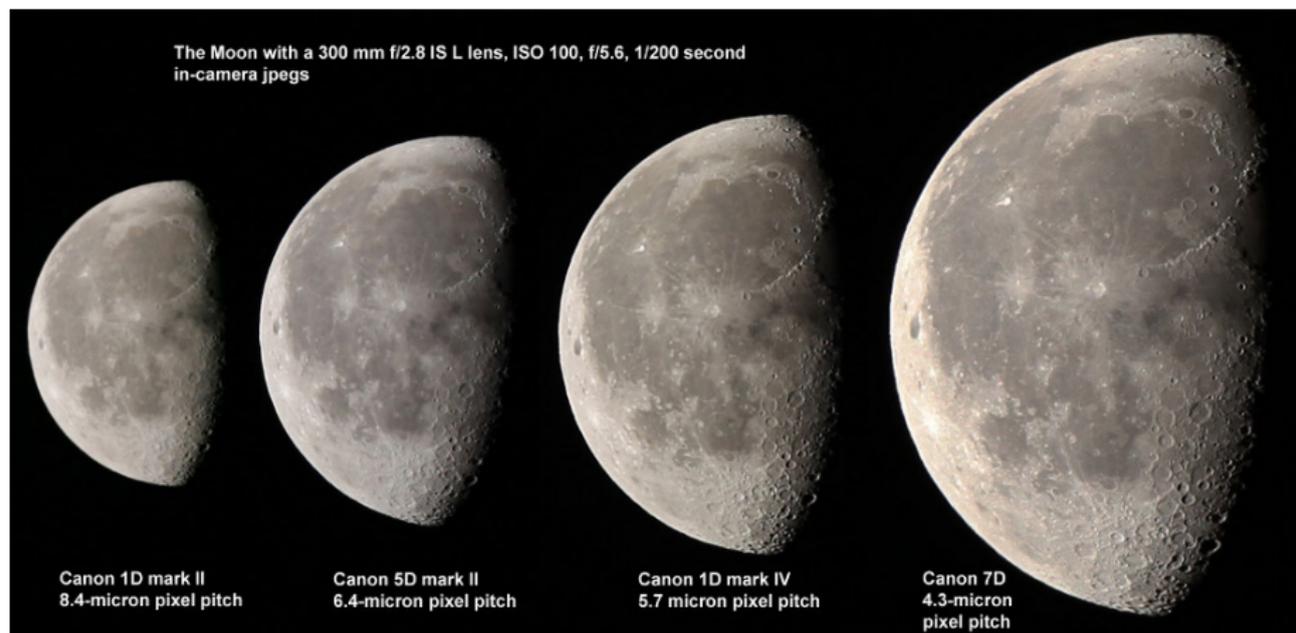


Imagem reproduzida com autorização de Roger Clark [http://www.clarkvision.com/articles/telephoto\\_reach/](http://www.clarkvision.com/articles/telephoto_reach/).

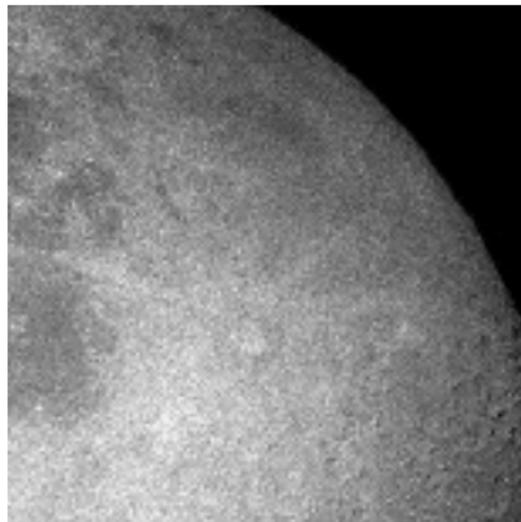
## Fontes de ruído — contagem de fótons

- Em imagens com maior tempo de exposição e em ambientes com boa iluminação, o ruído gerado nessa etapa é comumente baixo e portanto ignorado.
  - Isso porque a distribuição de Poisson é aproximadamente normal,  $\mathcal{P}(\lambda) \sim \mathcal{N}(\lambda, \lambda)$ , para valores altos de  $\lambda$ .
- Imagens esparsas, obtidas com baixo tempo de exposição tem o ruído predominante caracterizado pela distribuição de Poisson. Exemplos:
  - Imagens de astronomia
  - Imagens de microscopia
- Esse ruído é **dependente do sinal** (correlacionado).
- O modelo de formação da imagem para ruído Poisson é 
$$g(\mathbf{x}) = \mathcal{P}\{f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})\}$$

# Fontes de ruído — contagem de fótons



# Fontes de ruído — contagem de fótons

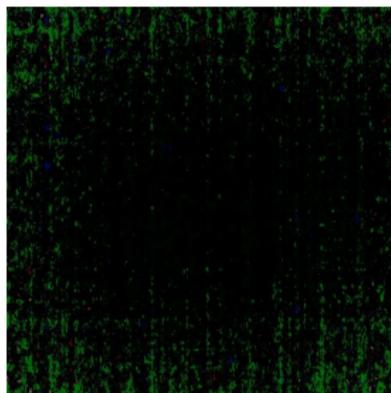
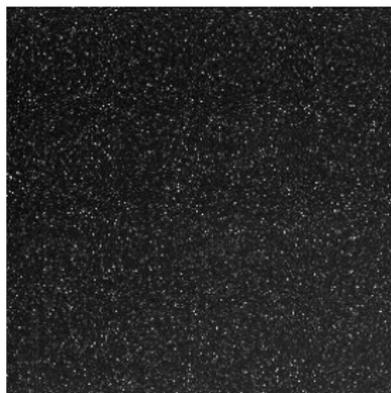


## Fontes de ruído — térmico

- **Térmico:** elétrons são gerados a partir da absorção dos fótons e dependem da temperatura do sensor CCD
- Um dos modelos comumente usados para esse ruído é o Gaussiano aditivo, também chamado de ruído branco.
  - Esse ruído é independente do sinal, por ser aditivo.
  - A formação da imagem é dada por:  $g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x})$

## Fontes de ruído — térmico

- Um método para lidar com o ruído térmico é capturar um Dark Frame, uma imagem com a lente coberta.
- Essa imagem contém um mapa do ruído térmico. Ele pode variar com a temperatura, mas tende a permanecer estável por um período.
  - O Dark Frame pode ser subtraído das imagens capturadas.
  - Abaixo: Dark Frames de CCDs acoplado a um telescópio (esquerda), e câmera de celular (direita), com nível ajustado para mostrar o ruído.



## Fontes de ruído — quantização

- **Quantização:** ruído causado pela quantização dos pixels de valores contínuos para valores discretos.
- Inicialmente, o valor produzido por cada célula do sensor pode ser contínuo, e ter que ser convertido para uma escala discreta, usualmente de inteiros entre 0 e 255.
  - Tem uma distribuição aproximadamente uniforme.
  - Quando o número de níveis de quantização é pequeno, o ruído de quantização se torna dependente do sinal e correlacionado com cada região da imagem (não mais uniformemente distribuído).

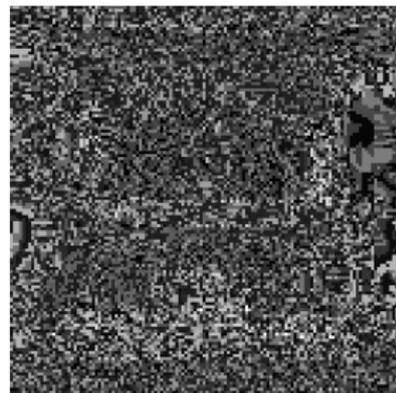
# Fontes de ruído — quantização



(a)



(b)



(c)

(a) imagem quantizada usando 256 níveis de cinza, (b) imagem quantizada usando 64 níveis de cinza, (c) ruído resultante da quantização em 64 níveis

## Fontes de ruído — transmissão/exibição

- A transmissão e a exibição de imagens pode gerar erros em bits ou perda de determinados bits.
- O ruído resultante é geralmente conhecido como “sal e pimenta”.
  - Esse ruído pode ser causado por diversos processos, não apenas transmissão/exibição
  - Apenas alguns pixels são ruidosos, no entanto, esses são **muito** ruidosos.
  - O nome vem do efeito de se espalhar pontos brancos e pretos (sal e pimenta) numa imagem.

# Fontes de ruído — transmissão/exibição



## Fontes de ruído — transmissão/exibição

- O ruído sal e pimenta é um ruído impulsivo.
- Uma representação matemática é mais complexa, mas pode ser vista como dois “impulsos” em 0 (preto) e 255 (branco)
  - Um dado pixel tem uma probabilidade  $p$  de ser ruidoso. Em geral  $p/2$  para o ruído de sal e  $p/2$  para o ruído de pimenta.

# Agenda

## 1 Introdução

## 2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

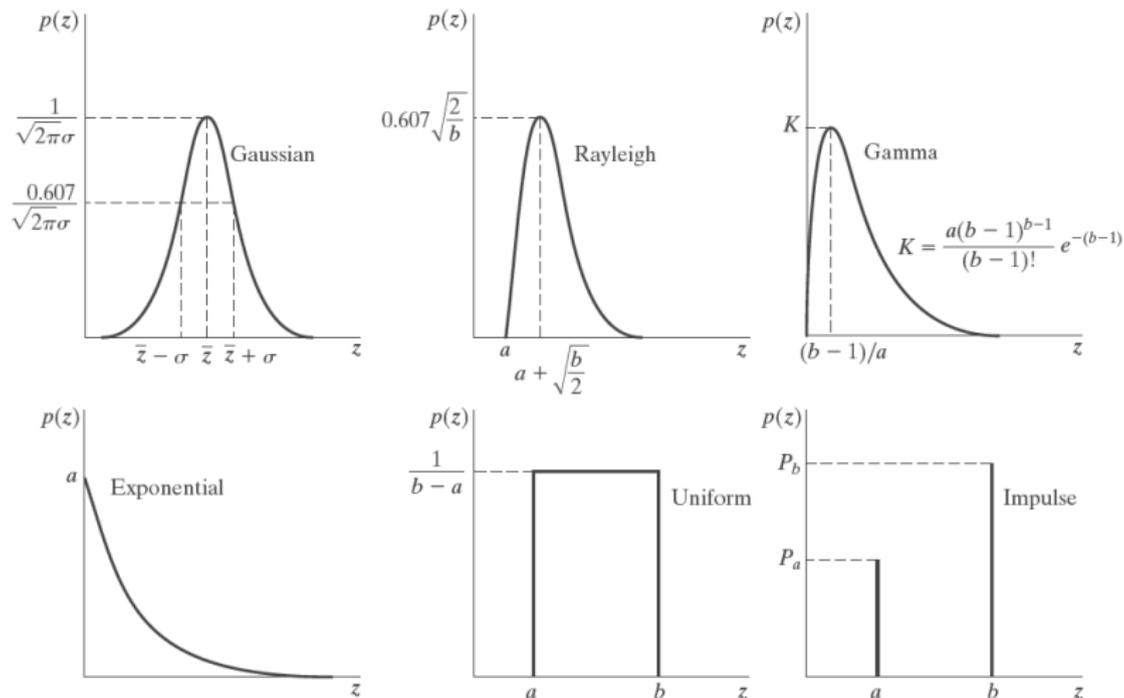
## 3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

# Geração de ruído em imagens

- A geração de ruído sintético em imagens é feita por meio de distribuições de probabilidade conhecidas
- É muito difícil simular a geração real do ruído numa imagem, mas conhecendo os passos para a aquisição e a formação da imagem é possível obter uma boa aproximação.
- A implementação consiste em gerar números aleatórios de uma determinada função densidade de probabilidade usando o valor do pixel como referência, ou somando um valor ao pixel.

# Geração de ruído em imagens



a	b	c
d	e	f

**FIGURE 5.2** Some important probability density functions.

# Filtros de média

- Baseiam-se na suavização dos pixels com base no valor de seus vizinhos.
- Os operadores de média permitem **reduzir a variância do sinal** e, portanto, o ruído.
- Filtros:
  - Média aritmética
  - Média geométrica
  - Média harmônica

# Filtros de média

- **Média aritmética:** reduzir o ruído adicionando um borramento na imagem com a média entre os pixels na região de vizinhança  $S_{(\mathbf{x})}$ , onde  $(\mathbf{x}) = (x, y)$ .
- A vizinhança é retangular e de tamanho  $m \times n$
- O valor de cada pixel da imagem restaurada  $\hat{f}$  no ponto  $(\mathbf{x})$  é a média aritmética usando os pixels da região  $S_{(\mathbf{x})}$  na imagem ruidosa  $g(\mathbf{x})$ .

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{nm} \sum_{(s,t) \in S_{\mathbf{x}}} g(s, t)$$

# Filtros de média

- **Média geométrica:** em alguns casos ajuda a preservar detalhes. Essa média é usada quando as diferenças entre os pixels é logaritmica (ou varia por múltiplos de 10).
- Em imagens não é tão comum pois costuma funcionar melhor em intervalos grandes de números.

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \left[ \prod_{(s,t) \in S_x} g(s, t) \right]^{\frac{1}{nm}}$$

# Filtros de média

- **Média harmônica:** reduz o efeito de *outliers*, ou seja, valores muito diferentes da maioria (em especial muito maiores).
- Esse filtro é muito bom para o ruído de sal, que representa um outlier em uma imagem

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_x} \frac{1}{g(s,t)}}$$

# Filtros de estatística de ordem

- Baseiam-se na ordenação dos valores dos pixels contidos na vizinhança de cada pixel.
- São filtros não-lineares.
- Filtros:
  - Mediana
  - Máximo / mínimo
  - Ponto médio

# Filtros de estatística de ordem

- **Mediana:** talvez o filtro mais usado no pré-processamento de imagens
- Tendem a preservar bordas, mas remover texturas.
- Removem com grande sucesso o ruído impulsivo (sal-e-pimenta) tanto bipolar quanto unipolar
- Representa usar o 50<sup>o</sup> percentil de um conjunto ordenado de números.

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \text{mediana}_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\}$$

# Filtros de estatística de ordem

- **Máximo:** uso do 100º percentil (maior valor)
- Pode ser utilizado para localizar os pontos mais claros numa imagem

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \max_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\}$$

- **Mínimo:** uso do 0º percentil (menor valor)
- Pode ser utilizado para localizar os pontos mais escuros numa imagem

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \min_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\}$$

# Filtros de estatística de ordem

- **Ponto médio:** combina estatística de ordem com média
- Tem o efeito parecido com o da mediana, mas pode gerar espessamento de bordas

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left[ \max_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\} + \min_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\} \right]$$

# Filtros adaptativos

- Podem ser muito eficientes pois levam em consideração as características da imagem em cada região.
- O objetivo é suavizar mais regiões planas, e menos regiões com detalhes.
- É possível desenvolver versões adaptativas com qualquer filtro.  
Exemplos:
  - Filtro adaptativo de redução de ruído local: usando média e variância locais
  - Filtro de mediana adaptativo

# Filtro adaptativo de redução de ruído local

Considerando uma região local  $S_x$ , a resposta do filtro adaptativo é baseada em quatro valores:

- 1  $g(\mathbf{x})$  : o valor da imagem ruidosa no ponto  $\mathbf{x}$
- 2  $\sigma_\eta^2$  : a variância do ruído na imagem
- 3  $m_L$  : a média local dos pixels em  $S_x$
- 4  $\sigma_L^2$  : a variância local dos pixels em  $S_x$

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} [g(\mathbf{x}) - m_L]$$

- É preciso conhecer a variância do ruído, ou estimá-la.
  - É possível estimar  $\sigma_\eta^2$  medindo a variância numa região plana da imagem.

## Filtro adaptativo de redução de ruído local

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_L^2} [g(\mathbf{x}) - m_L]$$

O comportamento do filtro, num dado ponto é:

- se  $\sigma_L^2 = 0$ , então a resposta é o próprio valor de  $g(\mathbf{x})$ ,
- se  $\sigma_L^2 \gg \sigma_{\eta}^2$ , então a resposta é próxima de  $g(\mathbf{x})$ ,
- se  $\sigma_L^2 \approx \sigma_{\eta}^2$ , então a resposta é a média aritmética na região  $S_{\mathbf{x}}$ .

É ideal que  $\sigma_{\eta}^2 \leq \sigma_L^2$

- se ocorrer  $\sigma_{\eta}^2 > \sigma_L^2$ , a razão entre as variâncias deve ser definida em 1 para prevenir níveis de intensidade negativos.
- essa condição torna o filtro não-linear e uma alternativa seria deixar ocorrer valores negativos e ajustar posteriormente o intervalo de intensidades.

# Agenda

## 1 Introdução

## 2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

## 3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

# Problema

Desconsiderando o ruído, o modelo de formação da imagem é dado por:

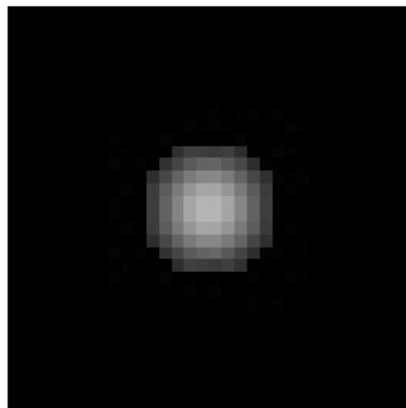
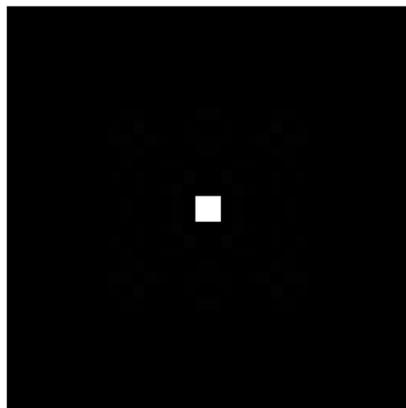
$$g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})$$

- $g$  — imagem degradada
- $f$  — imagem ideal ou original
- $*$  — convolução
- $h$  — função de degradação

# Problema

A função  $h(\mathbf{x})$  representa a **resposta ao impulso** do sistema de imageamento

- numa imagem isso significa que ela modela como o sistema responde quando tem por entrada um ponto
- por isso ela é chamada de função de espalhamento de ponto (PSF, *point spread function*)



## Funções de degradação: modelo

- os valores da função  $h$  são não negativos devido à física do processo de formação da imagem,
- quando a imagem é real, a PSF também é real,
- as imperfeições no sistema de imageamento são modeladas de forma que a energia do sinal seja preservada:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) dx dy = 1$$

$$\sum_{\mathbf{x}=(0,0)}^{(N-1, M-1)} h(\mathbf{x}) = 1$$

# Funções de degradação

## Sem borramento

$$h(x, y) = \delta(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } x, y = (0, 0) \\ 0, & \text{outras posições} \end{cases}$$

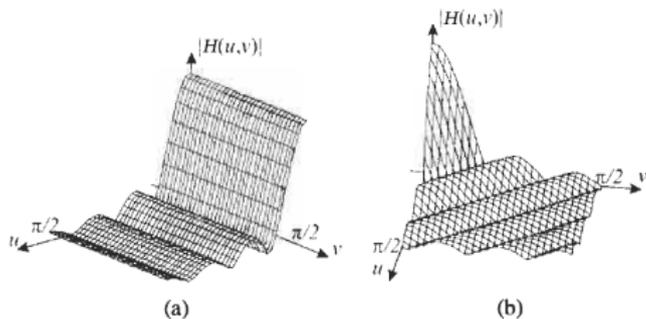
## Borramento uniforme

$$h(x, y; R) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & \text{se } \sqrt{x^2 + y^2} \leq R, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

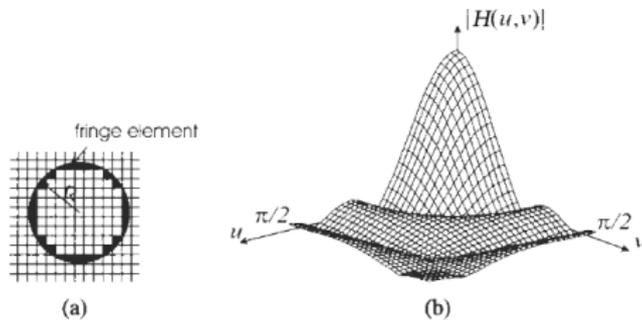
## Borramento por movimento (*motion blur*)

$$h(x, y; L, \phi) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{se } \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{L}{2} \text{ e } \frac{x}{y} = -\tan \phi, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

# Problema



**FIGURE 2** PSF of motion blur in the Fourier domain, showing  $|H(u, v)|$ , for (a)  $L = 7.5$  and  $\phi = 0$ ; (b)  $L = 7.5$  and  $\phi = \pi/4$



**FIGURE 3** (a) Fringe elements of discrete out-of-focus blur that are calculated by integration; (b) PSF in the Fourier domain, showing  $|H(u, v)|$ , for  $R = 2.5$ .

# Funções de degradação discretas

## Borramento uniforme

$$h(\mathbf{x}; R) = \begin{cases} \frac{1}{C} & \text{se } \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leq R, \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde  $C$  é uma constante é uma constante escolhida de forma que a soma dos coeficientes seja  $= 1$ .

## Borramento por movimento (*motion blur*)

$$h(\mathbf{x}; L) = \begin{cases} \frac{1}{L} & \text{se } x_1 = 0, |x_2| \leq \lfloor \frac{L-1}{2} \rfloor \\ \frac{1}{2L} \{ (L-1) - 2 \lfloor \frac{L-1}{2} \rfloor \} & \text{se } x_1 = 0, |x_2| = \lfloor \frac{L-1}{2} \rfloor \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

# Filtro inverso e pseudo-inverso

O problema é o de inverter  $h$ , de forma que:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) * h^{-1}(\mathbf{x})$$

Função de degradação gaussiana 5x5:

0.003	0.014	0.025	0.014	0.003
0.014	0.058	0.095	0.058	0.014
0.025	0.095	0.150	0.095	0.025
0.014	0.058	0.095	0.058	0.014
0.003	0.014	0.025	0.014	0.003

Matriz é **singular**, não há inversa.

# Filtro inverso

Conhecendo a PSF do sistema de imageamento, a formação da imagem pode também ser considerada no domínio da frequência:

$$G(\mathbf{u}) = F(\mathbf{u})H(\mathbf{u})$$

# Filtro inverso e pseudo-inverso

O problema passa a ser o de dividir por sua transformada  $H$ .

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \frac{G(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})}$$

No caso de uma imagem **sem ruído** e com uma transformada bem comportada (como a função gaussiana), essa operação é possível e retorna a restauração perfeita.

# Filtro inverso e pseudo-inverso

Em imagem com ruído, temos:

$$\begin{aligned}\hat{F}(\mathbf{u}) &= \frac{H(\mathbf{u})F(\mathbf{u}) + N(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})} \\ &= F(\mathbf{u}) + \frac{N(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})}\end{aligned}$$

Nesse caso, e quando  $H$  apresenta valores próximos de zero, a razão  $\frac{N(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})}$  facilmente domina a soma e a imagem restaurada resulta em apenas ruído.

## Filtro inverso e pseudo-inverso

Em alguns casos é possível utilizar o filtro pseudo-inverso, modificando  $H$  com um limiar  $\gamma$ :

$$W(\mathbf{u}) = \begin{cases} H(\mathbf{u}), & H(\mathbf{u}) > \gamma \\ \gamma, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O limiar utilizado em geral é um número entre 0,0001 e 0,1. O filtro  $W$  é utilizado para realizar a inversão:

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \frac{G(\mathbf{u})}{W(\mathbf{u})}$$

## Filtro de mínimos quadrados

O filtro pseudo-inverso permite lidar melhor com o ruído, mas sua formulação não inclui o modelo do ruído.

Diversos filtros baseados em mínimos quadrados foram desenvolvidos, dos quais o filtro de Wiener e o filtro de mínimos quadrados com restrição são os mais conhecidos.

Considerando imagem e ruído como variáveis aleatórias, o método tenta encontrar uma estimativa  $\hat{f}$  da imagem não degradada, de forma que o erro médio quadrático seja minimizado:

$$e^2 = E \left\{ (f - \hat{f})^2 \right\}$$

# Filtro de mínimos quadrados: Wiener

Assumindo que:

- 1 o ruído não é correlacionado com o sinal,
- 2 o ruído ou o sinal possuem média zero
- 3 os níveis de intensidade da imagem restaurada (estimativa) sejam uma função linear da imagem degradada.

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \left[ \frac{H^*(\mathbf{u})S_f(\mathbf{u})}{|H(\mathbf{u})|^2 S_f(\mathbf{u}) + S_\eta(\mathbf{u})} \right] \times G(\mathbf{u}),$$

- $S_f(\mathbf{u}) = |F(\mathbf{u})|^2$  é o espectro de potência da imagem não degradada
- $S_\eta(\mathbf{u}) = |N(\mathbf{u})|^2$  é o espectro de potência do ruído
- $H^*(\mathbf{u})$  é o conjugado complexo de  $H(\mathbf{u})$

# Filtro de mínimos quadrados: Wiener

Na prática, precisamos ter o espectro de potência da imagem original e do ruído aditivo!

- Usando a variância do ruído como parâmetro e o método direto do periodograma:
  - $\hat{S}_\eta(\mathbf{u}) = \sigma_\eta^2$  para todo  $(\mathbf{u})$
  - $\hat{S}_f(\mathbf{u}) = 1/N^2 [G(\mathbf{u})G^*(\mathbf{u})] - \sigma_\eta^2$

Há outros métodos para obter  $S_\eta$  e  $S_f$ , mas requerem conhecimento adicional sobre a imagem e o ruído.

## Filtro de mínimos quadrados com restrição

A partir de uma formulação parecida, considerando uma restrição nos mínimos quadrados, foi desenvolvido um método que regulariza a solução por um operador laplaciano:

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \left[ \frac{H^*(\mathbf{u})}{|H(\mathbf{u})|^2 + \gamma|P(\mathbf{u})|^2} \right] \times G(\mathbf{u}),$$

onde  $P(\mathbf{u})$  é a transformada de Fourier de um operador laplaciano:

$$p(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e  $\gamma$  é um parâmetro que controla a influência desse operador.

# Referências

- Gonzalez, R.C.; Woods, R.E. Processamento Digital de Imagens. 3.ed. Capítulo 5. 2010.
- Legendijk, R.L.; Biemond, J. Basic Methods for Image Restoration and Identification (Capítulo 3.5). In: Bovik, A. Handbook of Image and Video Processing, 2000.
- Artigos sobre qualidade em câmeras digitais, de Roger Clark  
<http://www.clarkvision.com/articles/>