

Image Restoration

Image Processing — scc0251

`www.icmc.usp.br/~moacir` — `moacir@icmc.usp.br`

ICMC/USP — São Carlos, SP, Brazil

2011

Agenda

1 Introdução

2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

Agenda

1 Introdução

2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

Obtendo melhores imagens

Problema — melhorar a qualidade visual da imagem.

- **Realce** (enhancement) × **Restauração** (restoration)
 - Realce: método subjetivo baseado em operações que supostamente irão melhorar a qualidade da imagem.
 - Restauração: método objetivo baseado no conhecimento sobre o processo de degradação da imagem.

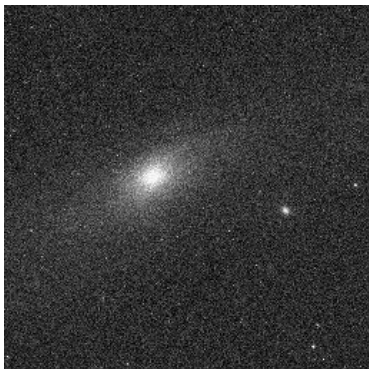
Degradação: borramento



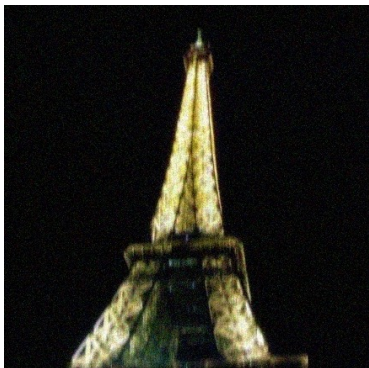
Degradação: borramento por movimento



Degradação: ruído



Degradação: borramento + ruído



Problema

$$g(\mathbf{x}) = \mathcal{N} \{f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})\}$$

- g — imagem degradada
- f — imagem ideal ou original
- $*$ — convolução
- h — função de degradação
- $\mathcal{N}()$ — processo de geração de ruído

Problema

Natureza do ruído: aditiva

$$g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x})$$

- g — imagem degradada
- f — imagem ideal ou original
- $*$ — convolução
- h — função de degradação
- n — função de ruído aditivo

Problema

A equação tenta capturar a idéia de um “sistema de imageamento”

- 1 a imagem passa por um sistema: microscópio, telescópio, lentes de uma câmera — $f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})$.
- 2 a captura eletrônica por um sensor CCD gera um ruído aditivo — $[f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})] + n(\mathbf{x})$.

Os algoritmos de restauração de imagens tentam obter uma imagem restaurada $\hat{f}(\mathbf{x})$ mais próxima possível da imagem original $f(\mathbf{x})$.

- Para isso são usados os conhecimentos acerca, principalmente, da *função de degradação* e do *ruído*.

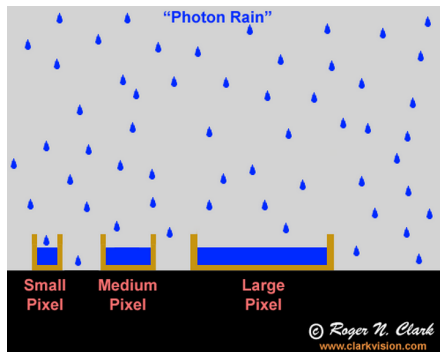
Fontes de ruído

Em geral a fonte de ruído define a característica do ruído. A maioria das imagens tem um ruído acumulado por diversas etapas da aquisição

- **Contagem de fótons**
- **Térmico**
- **Quantização**
- **Transmissão / exibição**

Fontes de ruído — contagem de fótons

- **Contagem de fótons:** a detecção de fótons (luz) por um sensor é um processo estatístico, bem modelado por uma distribuição de Poisson.
- A precisão do sinal medido é proporcional à média do sinal (quantidade de fótons).
- O ruído no sinal é a raiz quadrada do número de fótons.



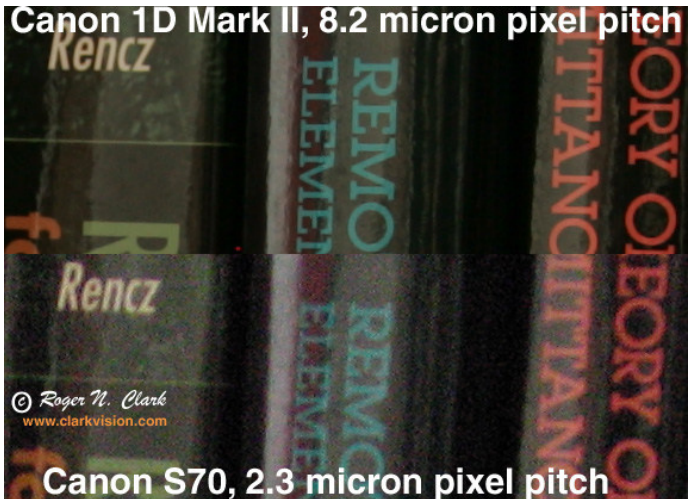
Photons	Noise
9	3
100	10
900	30
10000	100
40000	200

Fontes de ruído — contagem de fótons

- Por essa razão, duas câmeras com a mesma quantidade de pixels, porém sensores de tamanho diferentes, resultam em imagens com qualidade diferente.
- As imagens abaixo foram obtidas com câmeras diferentes, de mesmo fabricante, número de pixels, parâmetros ISO, abertura e exposição.



Fontes de ruído — contagem de fótons



Imagens reproduzidas com autorização de Roger Clark http://www.clarkvision.com/articles/telephoto_reach/.

Fontes de ruído — térmico

- É preciso observar, no entanto, que esse não é sempre o caso.
- Quando o imageamento é feito em condições de distância focal limitada (objetos pequenos sendo imageados de longe):
 - Pixels menores permitem capturar melhor os detalhes,
 - Cada pixel, no entanto, irá capturar uma quantidade menor de fótons.
 - Assim, apesar de uma imagem com mais detalhes, qual será a consequência? **Uma imagem mais ruidosa.**
- Pixels menores permitem observar mais detalhes numa imagem, ao custo de mais ruído por pixel.

Fontes de ruído — contagem de fótons

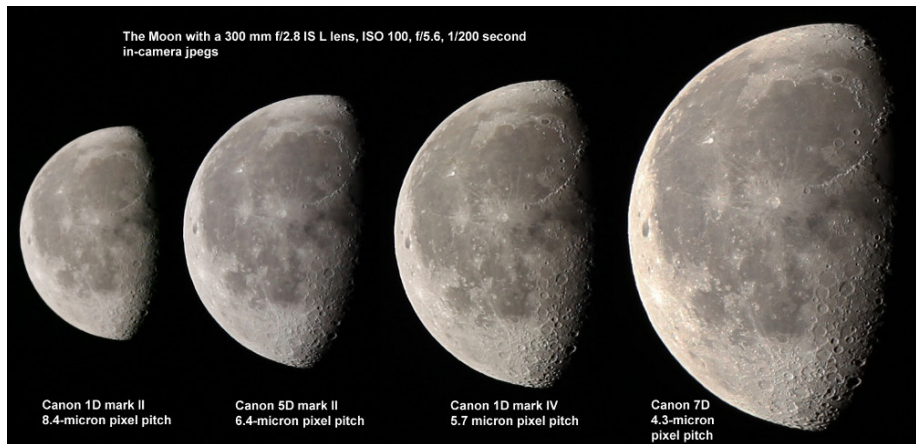


Imagem reproduzida com autorização de Roger Clark http://www.clarkvision.com/articles/telephoto_reach/.

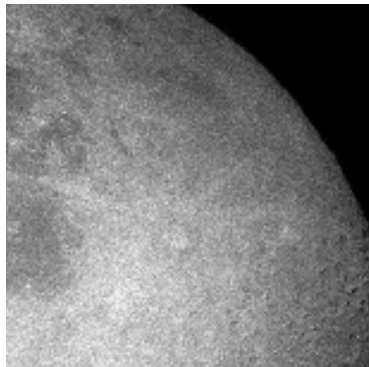
Fontes de ruído — contagem de fótons

- Em imagens com maior tempo de exposição e em ambientes com boa iluminação, o ruído gerado nessa etapa é comumente baixo e portanto ignorado.
 - Isso porque a distribuição de Poisson é aproximadamente normal, $\mathcal{P}(\lambda) \sim \mathcal{N}(\lambda, \lambda)$, para valores altos de λ .
- Imagens esparsas, obtidas com baixo tempo de exposição tem o ruído predominante caracterizado pela distribuição de Poisson. Exemplos:
 - Imagens de astronomia
 - Imagens de microscopia
- Esse ruído é **dependente do sinal** (correlacionado).
- O modelo de formação da imagem para ruído Poisson é
$$g(\mathbf{x}) = \mathcal{P} \{f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})\}$$

Fontes de ruído — contagem de fótons



Fontes de ruído — contagem de fótons

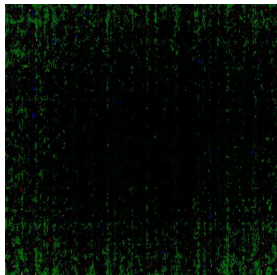


Fontes de ruído — térmico

- **Térmico:** elétrons são gerados a partir da absorção dos fótons e dependem da temperatura do sensor CCD
- Um dos modelos comumente usados para esse ruído é o Gaussiano aditivo, também chamado de ruído branco.
 - Esse ruído é independente do sinal, por ser aditivo.
 - A formação da imagem é dada por: $g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x})$

Fontes de ruído — térmico

- Um método para lidar com o ruído térmico é capturar um Dark Frame, uma imagem com a lente coberta.
- Essa imagem contém um mapa do ruído térmico. Ele pode variar com a temperatura, mas tende a permanecer estável por um período.
 - O Dark Frame pode ser subtraído das imagens capturadas.
 - Abaixo: Dark Frames de CCDs acoplado a um telescópio (esquerda), e câmera de celular (direita), com nível ajustado para mostrar o ruído.



Fontes de ruído — quantização

- **Quantização:** ruído causado pela quantização dos pixels de valores contínuos para valores discretos.
- Inicialmente, o valor produzido por cada célula do sensor pode ser contínuo, e ter que ser convertido para uma escala discreta, usualmente de inteiros entre 0 e 255.
 - Tem uma distribuição aproximadamente uniforme.
 - Quando o número de níveis de quantização é pequeno, o ruído de quantização se torna dependente do sinal e correlacionado com cada região da imagem (não mais uniformemente distribuído).

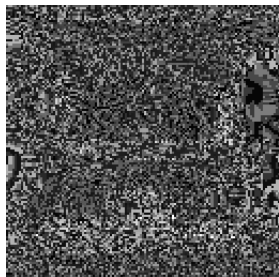
Fontes de ruído — quantização



(a)



(b)



(c)

(a) imagem quantizada usando 256 níveis de cinza, (b) imagem quantizada usando 64 níveis de cinza, (c) ruído resultante da quantização em 64 níveis

Fontes de ruído — transmissão/exibição

- A transmissão e a exibição de imagens pode gerar erros em bits ou perda de determinados bits.
- O ruído resultante é geralmente conhecido como “sal e pimenta”.
 - Esse ruído pode ser causado por diversos processos, não apenas transmissão/exibição
 - Apenas alguns pixels são ruidosos, no entanto, esses são **muito** ruidosos.
 - O nome vem do efeito de se espalhar pontos brancos e pretos (sal e pimenta) numa imagem.

Fontes de ruído — transmissão/exibição



Fontes de ruído — transmissão/exibição

- O ruído sal e pimenta é um ruído impulsivo.
- Uma representação matemática é mais complexa, mas pode ser vista como dois “impulsos” em 0 (preto) e 255 (branco)
 - Um dado pixel tem uma probabilidade p de ser ruidoso. Em geral $p/2$ para o ruído de sal e $p/2$ para o ruído de pimenta.

Agenda

1 Introdução

2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

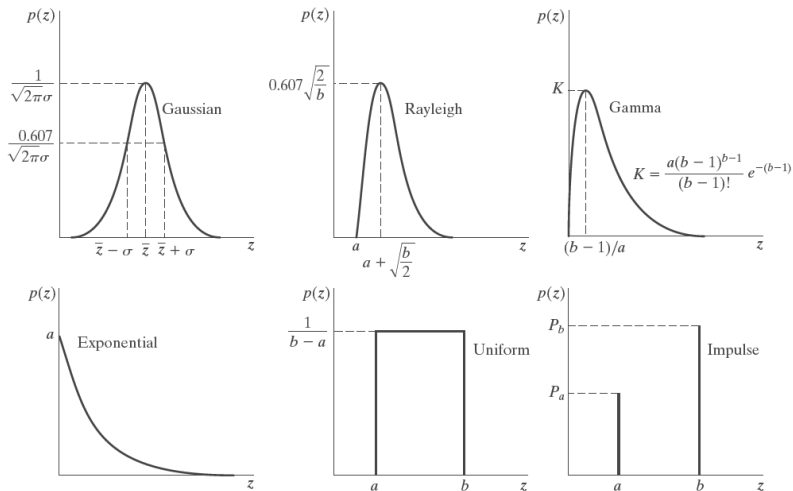
3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

Geração de ruído em imagens

- A geração de ruído sintético em imagens é feita por meio de distribuições de probabilidade conhecidas
- É muito difícil simular a geração real do ruído numa imagem, mas conhecendo os passos para a aquisição e a formação da imagem é possível obter uma boa aproximação.
- A implementação consiste em gerar números aleatórios de uma determinada função densidade de probabilidade usando o valor do pixel como referência, ou somando um valor ao pixel.

Geração de ruído em imagens



a	b	c
d	e	f

FIGURE 5.2 Some important probability density functions.

Filtros de média

- Baseiam-se na suavização dos pixels com base no valor de seus vizinhos.
- Os operadores de média permitem **reduzir a variância do sinal** e, portanto, o ruído.
- Filtros:
 - Média aritmética
 - Média geométrica
 - Média harmônica

Filtros de média

- **Média aritmética:** reduzir o ruído adicionando um borramento na imagem com a média entre os pixels na região de vizinhança $S_{(\mathbf{x})}$, onde $(\mathbf{x}) = (x, y)$.
- A vizinhança é retangular e de tamanho $m \times n$
- O valor de cada pixel da imagem restaurada \hat{f} no ponto (\mathbf{x}) é a média aritmética usando os pixels da região $S_{(\mathbf{x})}$ na imagem ruidosa $g(\mathbf{x})$.

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{nm} \sum_{(s,t) \in S_{\mathbf{x}}} g(s, t)$$

Filtros de média

- **Média geométrica:** em alguns casos ajuda a preservar detalhes. Essa média é usada quando as diferenças entre os pixels é logaritmica (ou varia por múltiplos de 10).
- Em imagens não é tão comum pois costuma funcionar melhor em intervalos grandes de números.

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \left[\prod_{(s,t) \in S_x} g(s, t) \right]^{\frac{1}{nm}}$$

Filtros de média

- **Média harmônica:** reduz o efeito de *outliers*, ou seja, valores muito diferentes da maioria (em especial muito maiores).
- Esse filtro é muito bom para o ruído de sal, que representa um outlier em uma imagem

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_x} \frac{1}{g(s,t)}}$$

Filtros de estatística de ordem

- Baseiam-se na ordenação dos valores dos pixels contidos na vizinhança de cada pixel.
- São filtros não-lineares.
- Filtros:
 - Mediana
 - Máximo / mínimo
 - Ponto médio

Filtros de estatística de ordem

- **Mediana:** talvez o filtro mais usado no pré-processamento de imagens
- Tendem a preservar bordas, mas remover texturas.
- Removem com grande sucesso o ruído impulsivo (sal-e-pimenta) tanto bipolar quanto unipolar
- Representa usar o 50^o percentil de um conjunto ordenado de números.

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \text{mediana}_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\}$$

Filtros de estatística de ordem

- **Máximo:** uso do 100º percentil (maior valor)
- Pode ser utilizado para localizar os pontos mais claros numa imagem

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \max_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\}$$

- **Mínimo:** uso do 0º percentil (menor valor)
- Pode ser utilizado para localizar os pontos mais escuros numa imagem

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \min_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\}$$

Filtros de estatística de ordem

- **Ponto médio:** combina estatística de ordem com média
- Tem o efeito parecido com o da mediana, mas pode gerar espessamento de bordas

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left[\max_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\} + \min_{(s,t) \in S_x} \{g(s, t)\} \right]$$

Filtros adaptativos

- Podem ser muito eficientes pois levam em consideração as características da imagem em cada região.
- O objetivo é suavizar mais regiões planas, e menos regiões com detalhes.
- É possível desenvolver versões adaptativas com qualquer filtro.
Exemplos:
 - Filtro adaptativo de redução de ruído local: usando média e variância locais
 - Filtro de mediana adaptativo

Filtro adaptativo de redução de ruído local

Considerando uma região local S_x , a resposta do filtro adaptativo é baseada em quatro valores:

- 1 $g(\mathbf{x})$: o valor da imagem ruidosa no ponto \mathbf{x}
- 2 σ_η^2 : a variância do ruído na imagem
- 3 m_L : a média local dos pixels em S_x
- 4 σ_L^2 : a variância local dos pixels em S_x

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} [g(\mathbf{x}) - m_L]$$

- É preciso conhecer a variância do ruído, ou estimá-la.
 - É possível estimar σ_η^2 medindo a variância numa região plana da imagem.

Filtro adaptativo de redução de ruído local

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) - \frac{\sigma_{\eta}^2}{\sigma_L^2} [g(\mathbf{x}) - m_L]$$

O comportamento do filtro, num dado ponto é:

- se $\sigma_L^2 = 0$, então a resposta é o próprio valor de $g(\mathbf{x})$,
- se $\sigma_L^2 \gg \sigma_{\eta}^2$, então a resposta é próxima de $g(\mathbf{x})$,
- se $\sigma_L^2 \approx \sigma_{\eta}^2$, então a resposta é a média aritmética na região $S_{\mathbf{x}}$.

É ideal que $\sigma_{\eta}^2 \leq \sigma_L^2$

- se ocorrer $\sigma_{\eta}^2 > \sigma_L^2$, a razão entre as variâncias deve ser definida em 1 para prevenir níveis de intensidade negativos.
- essa condição torna o filtro não-linear e uma alternativa seria deixar ocorrer valores negativos e ajustar posteriormente o intervalo de intensidades.

Agenda

1 Introdução

2 Ruído

- Fontes e modelos de ruído
- Geração de ruído em imagens
- Redução de ruído

3 Borramento

- Funções de degradação
- Filtro inverso e pseudo-inverso
- Filtro de mínimos quadrados

Problema

Desconsiderando o ruído, o modelo de formação da imagem é dado por:

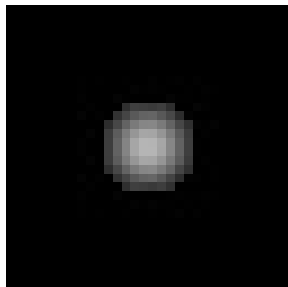
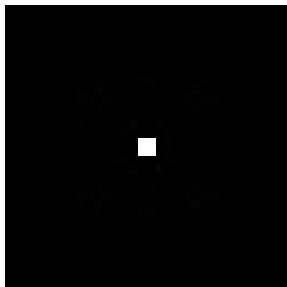
$$g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) * h(\mathbf{x})$$

- g — imagem degradada
- f — imagem ideal ou original
- $*$ — convolução
- h — função de degradação

Problema

A função $h(\mathbf{x})$ representa a **resposta ao impulso** do sistema de imageamento

- numa imagem isso significa que ela modela como o sistema responde quando tem por entrada um ponto
- por isso ela é chamada de função de espalhamento de ponto (PSF, *point spread function*)



Funções de degradação: modelo

- os valores da função h são não negativos devido à física do processo de formação da imagem,
- quando a imagem é real, a PSF também é real,
- as imperfeições no sistema de imageamento são modeladas de forma que a energia do sinal seja preservada:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) dx dy = 1$$

$$\sum_{\mathbf{x}=(0,0)}^{(N-1, M-1)} h(\mathbf{x}) = 1$$

Funções de degradação

Sem borramento

$$h(x, y) = \delta(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } x, y = (0, 0) \\ 0, & \text{outras posições} \end{cases}$$

Borramento uniforme

$$h(x, y; R) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & \text{se } \sqrt{x^2 + y^2} \leq R, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Borramento por movimento (*motion blur*)

$$h(x, y; L, \phi) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{se } \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{L}{2} \text{ e } \frac{x}{y} = -\tan \phi, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Problema

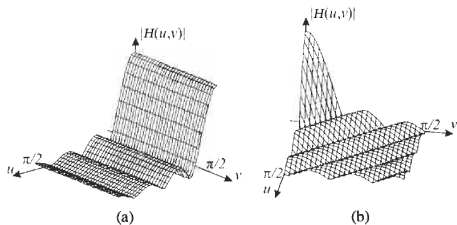


FIGURE 2 PSF of motion blur in the Fourier domain, showing $|H(u, v)|$, for (a) $L = 7.5$ and $\phi = 0$; (b) $L = 7.5$ and $\phi = \pi/4$

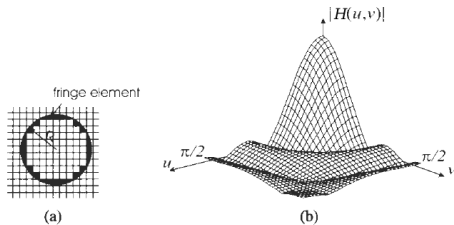


FIGURE 3 (a) Fringe elements of discrete out-of-focus blur that are calculated by integration; (b) PSF in the Fourier domain, showing $|H(u, v)|$, for $R = 2.5$.

Funções de degradação discretas

Borramento uniforme

$$h(\mathbf{x}; R) = \begin{cases} \frac{1}{C} & \text{se } \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leq R, \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde C é uma constante é uma constante escolhida de forma que a soma dos coeficientes seja $= 1$.

Borramento por movimento (*motion blur*)

$$h(\mathbf{x}; L) = \begin{cases} \frac{1}{L} & \text{se } x_1 = 0, |x_2| \leq \lfloor \frac{L-1}{2} \rfloor \\ \frac{1}{2L} \{ (L-1) - 2 \lfloor \frac{L-1}{2} \rfloor \} & \text{se } x_1 = 0, |x_2| = \lfloor \frac{L-1}{2} \rfloor \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Filtro inverso e pseudo-inverso

O problema é o de inverter h , de forma que:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) * h^{-1}(\mathbf{x})$$

Função de degradação gaussiana 5x5:

0.003	0.014	0.025	0.014	0.003
0.014	0.058	0.095	0.058	0.014
0.025	0.095	0.150	0.095	0.025
0.014	0.058	0.095	0.058	0.014
0.003	0.014	0.025	0.014	0.003

Matriz é **singular**, não há inversa.

Filtro inverso

Conhecendo a PSF do sistema de imageamento, a formação da imagem pode também ser considerada no domínio da frequência:

$$G(\mathbf{u}) = F(\mathbf{u})H(\mathbf{u})$$

Filtro inverso e pseudo-inverso

O problema passa a ser o de dividir por sua transformada H .

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \frac{G(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})}$$

No caso de uma imagem **sem ruído** e com uma transformada bem comportada (como a função gaussiana), essa operação é possível e retorna a restauração perfeita.

Filtro inverso e pseudo-inverso

Em imagem com ruído, temos:

$$\begin{aligned}\hat{F}(\mathbf{u}) &= \frac{H(\mathbf{u})F(\mathbf{u}) + N(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})} \\ &= F(\mathbf{u}) + \frac{N(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})}\end{aligned}$$

Nesse caso, e quando H apresenta valores próximos de zero, a razão $\frac{N(\mathbf{u})}{H(\mathbf{u})}$ facilmente domina a soma e a imagem restaurada resulta em apenas ruído.

Filtro inverso e pseudo-inverso

Em alguns casos é possível utilizar o filtro pseudo-inverso, modificando H com um limiar γ :

$$W(\mathbf{u}) = \begin{cases} H(\mathbf{u}), & H(\mathbf{u}) > \gamma \\ \gamma, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O limiar utilizado em geral é um número entre 0,0001 e 0,1. O filtro W é utilizado para realizar a inversão:

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \frac{G(\mathbf{u})}{W(\mathbf{u})}$$

Filtro de mínimos quadrados

O filtro pseudo-inverso permite lidar melhor com o ruído, mas sua formulação não inclui o modelo do ruído.

Diversos filtros baseados em mínimos quadrados foram desenvolvidos, dos quais o filtro de Wiener e o filtro de mínimos quadrados com restrição são os mais conhecidos.

Considerando imagem e ruído como variáveis aleatórias, o método tenta encontrar uma estimativa \hat{f} da imagem não degradada, de forma que o erro médio quadrático seja minimizado:

$$e^2 = E \left\{ (f - \hat{f})^2 \right\}$$

Filtro de mínimos quadrados: Wiener

Assumindo que:

- 1 o ruído não é correlacionado com o sinal,
- 2 o ruído ou o sinal possuem média zero
- 3 os níveis de intensidade da imagem restaurada (estimativa) sejam uma função linear da imagem degradada.

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \left[\frac{H^*(\mathbf{u})S_f(\mathbf{u})}{|H(\mathbf{u})|^2 S_f(\mathbf{u}) + S_\eta(\mathbf{u})} \right] \times G(\mathbf{u}),$$

- $S_f(\mathbf{u}) = |F(\mathbf{u})|^2$ é o espectro de potência da imagem não degradada
- $S_\eta(\mathbf{u}) = |N(\mathbf{u})|^2$ é o espectro de potência do ruído
- $H^*(\mathbf{u})$ é o conjugado complexo de $H(\mathbf{u})$

Filtro de mínimos quadrados: Wiener

Na prática, precisamos ter o espectro de potência da imagem original e do ruído aditivo!

- Usando a variância do ruído como parâmetro e o método direto do periodograma:
 - $\hat{S}_\eta(\mathbf{u}) = \sigma_\eta^2$ para todo (\mathbf{u})
 - $\hat{S}_f(\mathbf{u}) = 1/N^2 [G(\mathbf{u})G^*(\mathbf{u})] - \sigma_\eta^2$

Há outros métodos para obter S_η e S_f , mas requerem conhecimento adicional sobre a imagem e o ruído.

Filtro de mínimos quadrados com restrição

A partir de uma formulação parecida, considerando uma restrição nos mínimos quadrados, foi desenvolvido um método que regulariza a solução por um operador laplaciano:

$$\hat{F}(\mathbf{u}) = \left[\frac{H^*(\mathbf{u})}{|H(\mathbf{u})|^2 + \gamma|P(\mathbf{u})|^2} \right] \times G(\mathbf{u}),$$

onde $P(\mathbf{u})$ é a transformada de Fourier de um operador laplaciano:

$$p(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

e γ é um parâmetro que controla a influência desse operador.

Referências

- Gonzalez, R.C.; Woods, R.E. Processamento Digital de Imagens. 3.ed. Capítulo 5. 2010.
- Legendijk, R.L.; Biemond, J. Basic Methods for Image Restoration and Identification (Capítulo 3.5). In: Bovik, A. Handbook of Image and Video Processing, 2000.
- Artigos sobre qualidade em câmeras digitais, de Roger Clark
<http://www.clarkvision.com/articles/>