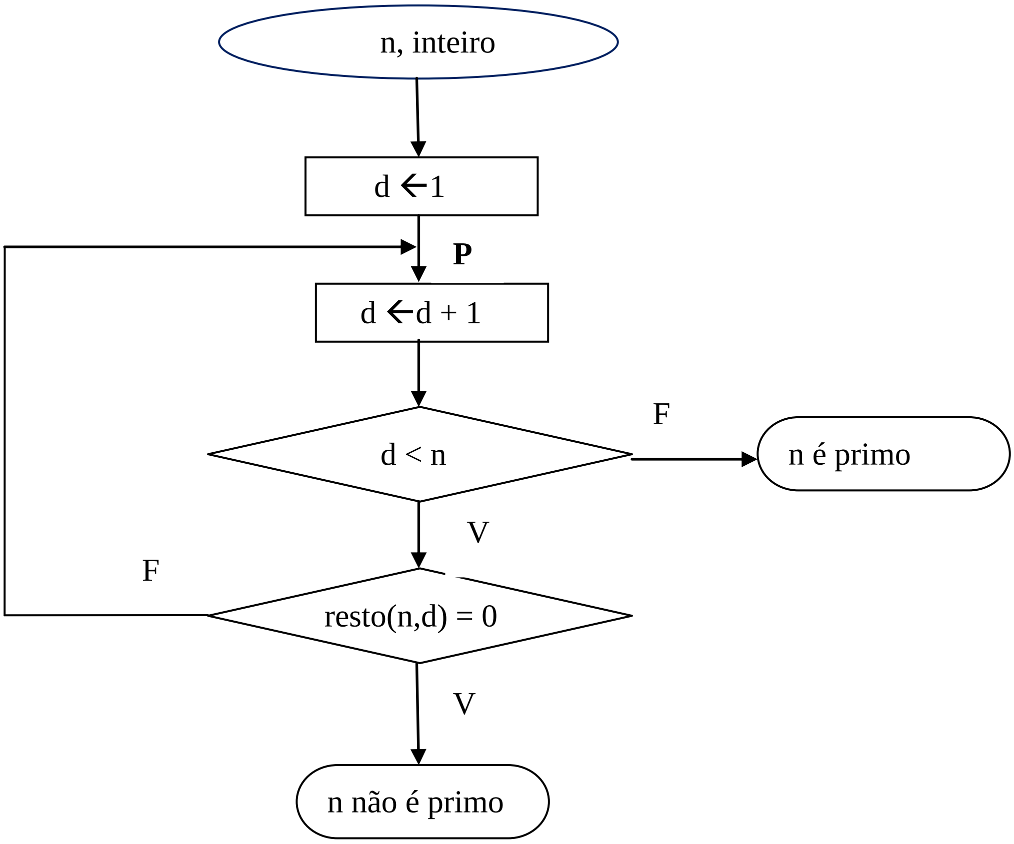
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DE COMPUTAÇÃO
http://www.icmc.usp.br

SCC-5832 – Teoria da Computação
Profa. Graça Nunes
1º. Semestre de 2011

Prova 1
13/04/2010

ALUNO:____

1. (1.0) Considere o procedimento abaixo que verifica se um número inteiro n é primo:



Escolha apenas uma opção:

(   ) a) O tempo gasto pelo procedimento, não importa em que máquina, é independente do tamanho da entrada (n).

(   ) b) Para n>1, o número mínimo de operações desse procedimento é 3.

(   ) c) Para n>1, esse procedimento é O(n).

(   ) d) Para n>1, o número máximo de operações é 5n + 1 e portanto esse procedimento é $O(n^2)$.

(X) e) Estão corretas as alternativas b), c) e d).

(   ) f) As alternativas a) e d) não são corretas.

2) (1.0) Qual das alternativas abaixo descritas não se refere a uma das características básicas dos procedimentos:

(   ) a) Uma sequência finita de instruções composta de palavras e símbolos a fim de descrevê-lo.

(   ) b) Deve partir de certo número de dados pertencentes a conjuntos específicos de objetos e espera-se que os mesmos produzam certos numero de resultados mantendo alguma relação com os dados.

(   ) c-) Pode ser executado mecanicamente, por um agente humano ou não.

(   ) d-) Uma instrução deve ser uma operação claramente descrita, não ambígua.

(X) e-) Devem ser tão simples que poderiam ser executadas, por uma pessoa usando lápis e papel, num espaço finito de tempo.

3) Considere o procedimento abaixo, que soluciona o problema da Torre de Hanoi.

```
procedimento MoveTorre(n : inteiro; Orig, Dest, Aux : caracter)
        início
                se n = 1 então
                        MoveDisco(Orig, Dest)
                senão início
                        MoveTorre(n - 1, Orig, Aux, Dest)
                        MoveDisco(Orig, Dest)
                        MoveTorre(n - 1, Aux, Dest, Orig)
                      fim
        fim;

procedimento MoveDisco(Orig, Dest : caracter)
        início
        Escreva("Movimento: ", Orig, " -> ", Dest)
        fim
```

(a) (0.5) O procedimento MoveTorre sempre termina? Justifique.

Resp.: Não termina para n <1.

(b) (1.5) Determine a complexidade de tempo para o comportamento assintótico do procedimento. **Justifique/demonstre** sua resposta.

Resp.; No algoritmo, podem-se identificar 2 casos básicos:

$T(n) = 2$, se $n=1$ (comparação + MoveDisco)

$T(n) = 1$ (comp) $+ T(n-1) + 1$ (MoveDisco) $+ T(n-1)$, se $n>1$
$= 2\,T(n-1) + 2$, se $n>1$

Resolvendo a recorrência:

$= 2(2T(n-2) + 2) + 2 = 4\,T(n-2) + 4 + 2$
$= 4\,(2\,T(n-3) + 2) + 4 + 2$
$= 8\,T(n-3) + 8 + 4 + 2$
...

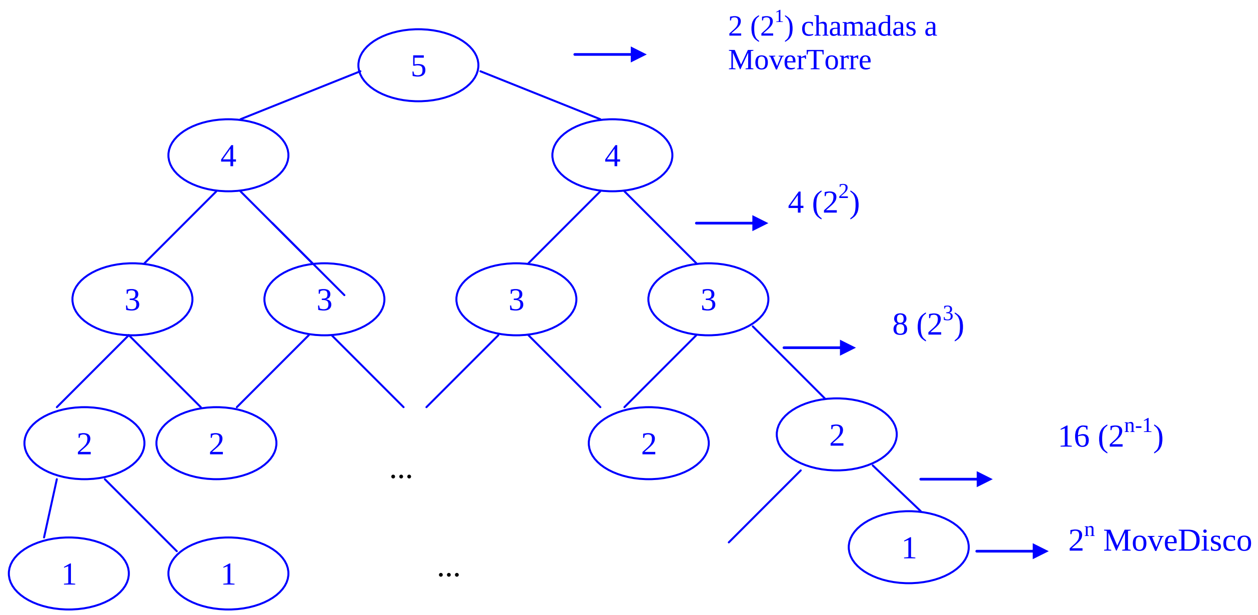
$= 2^{n-1}\,T(1) + 2^{n-1} + 2^{n-2} + \ldots + 4 + 2$

$$= 2^{n-1} * 2 + \sum_{i=1}^{i=n-1} 2^i$$

$= 2^n + 2^n$
$= 2^{n+1}$

Logo, $O(2^n)$

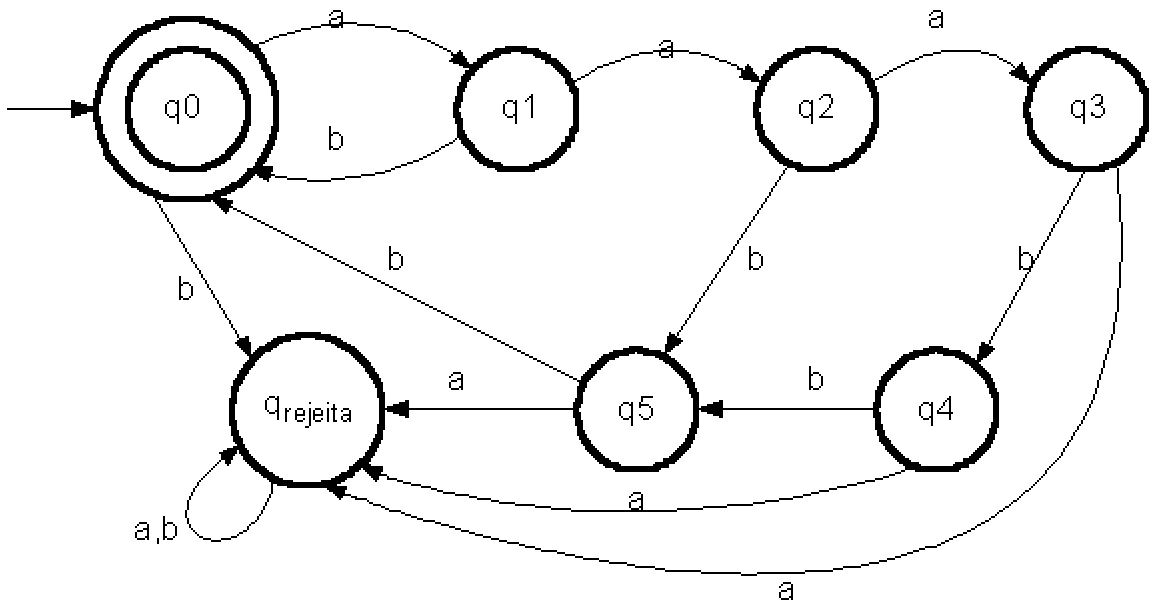
Ou, usando árvore de recorrência e desconsiderando freqüências independentes de n: (exemplo: n=5)



$$\sum_{i=1}^{i=n} 2^i = 2^{n+1} - 1 = O(2^n)$$

4) Considere a linguagem das cadeias formadas por um número arbitrário de repetições de 1 a 3 a's seguidos pelo mesmo número de b's. Exemplos de cadeias: ab, aabb, aaabbb, abaabb, aaabbbaabb, etc.

a)(1.5) Mostre que essa linguagem é regular exibindo um AFD para ela.

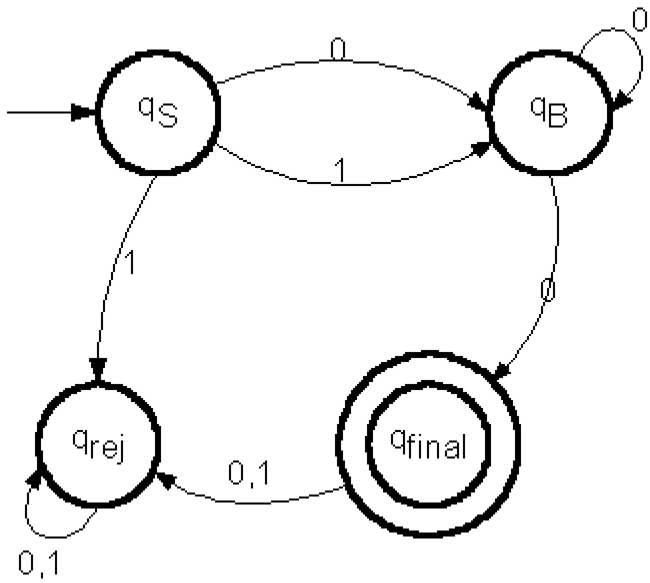


$V = \{a, b\}$
$E = \{q0, q1, q2, q3, q4, q5, q_{rejeita}\}$
$q0 = q0$
$F = \{q0\}$

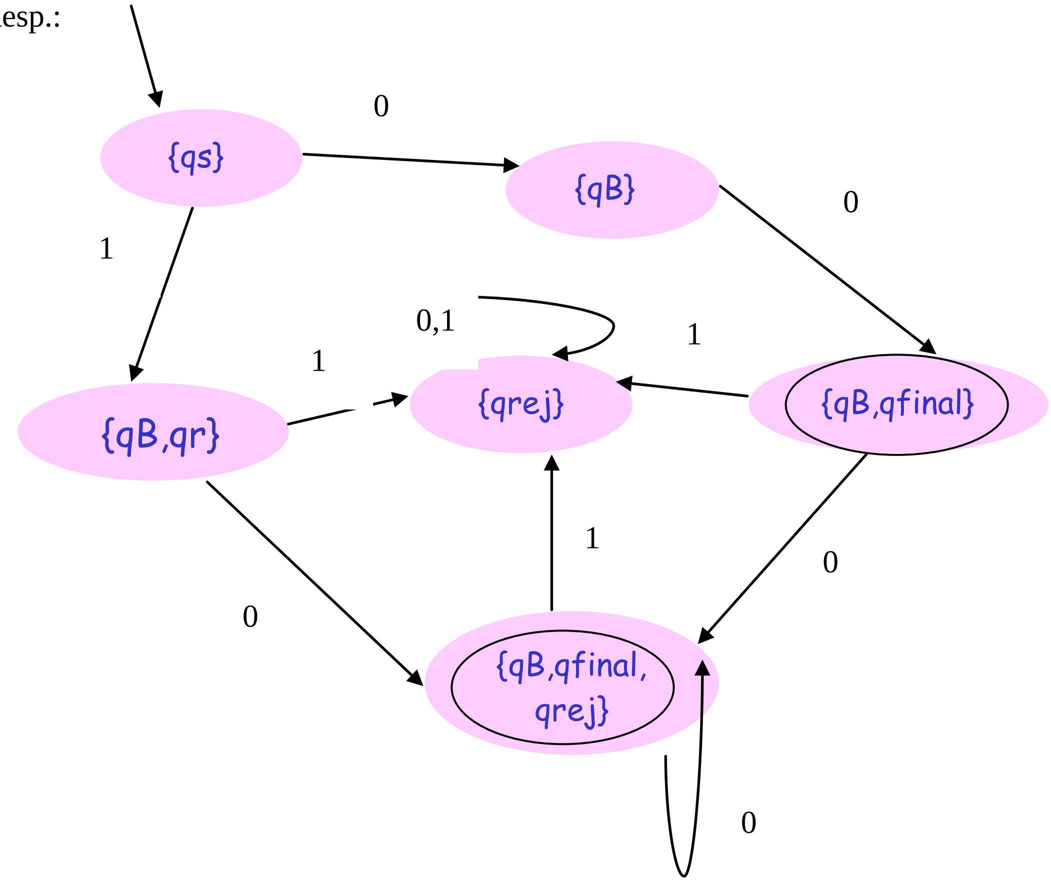
b) (0.5) Escreva a expressão regular correspondente a essa linguagem.

$$L(M) = (ab|aabb|aaabbb)^*$$

5. (a) (1.5) Converta o seguinte AFND em um AFD, usando o método da construção de subconjntos:



Resp.:

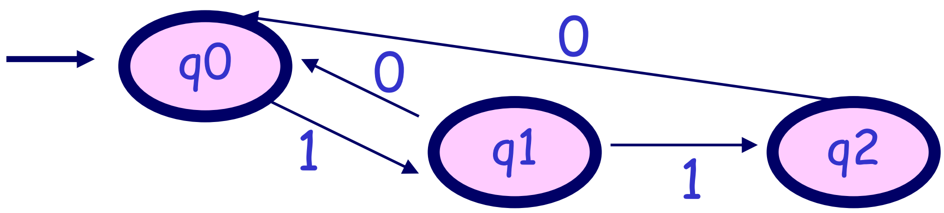


(b) (1.0) Qual é a linguagem reconhecida?

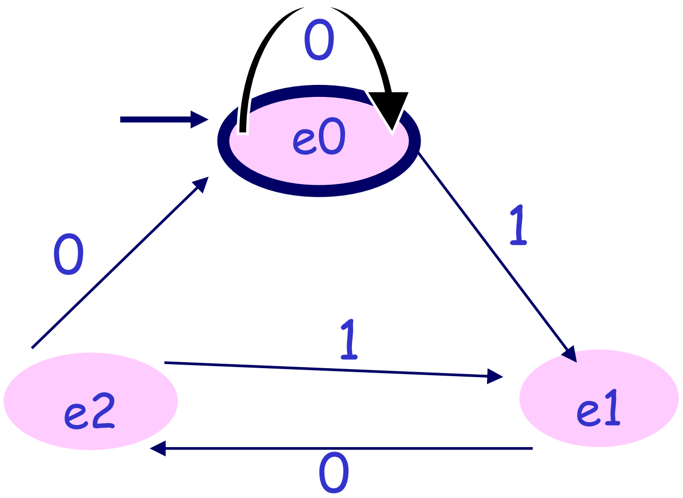
$L(G) = (0+1)0^{+}$

6) (1.5) Sejam M1 e M2 os AFDs abaixo que reconhecem L1= $(110+10)^*(1+11+\lambda)$ e L2= $0^* + (10(10)^*0^+)^*$ respectivamente.

M1:



M2:



Use o Teorema da equivalência entre AF e ER para construir M3, que reconhece L3 = L1 . L2 (concatenação de L1 e L2) Apresente M3 igualmente na forma de dígrafo. Obs.: M3 pode ser não-determinístico.

M3: