

USP/ICMC/SMA - Prova 1 de Cálculo II (SMA0332)

17/09/2014

Nome: _____ N° USP: _____

Instruções

1. Não se esqueça de colocar o nome e o número USP na prova.
2. A prova consta de 8 questões de múltipla escolha valendo 0,5 ponto cada uma e 3 questões dissertativas valendo 2,0 pontos cada uma. Para cada uma destas questões de múltipla escolha, marque uma **ÚNICA** alternativa como resposta, **SEM RASURA**.
3. Transcreva as respostas **das questões de múltipla escolha** para a grade abaixo.
4. Você só poderá sair da sala de aula após entregar a sua prova.
5. O uso de quaisquer equipamentos eletrônicos é proibido. Em particular, desligue e guarde o seu telefone celular. Portar em mãos ou utilizar quaisquer equipamentos eletrônicos durante a aula **resultará em reprovação automática no curso**.
6. Esta prova é **individual**. Tentativas de consultar colegas, fornecer informações a colegas, consultar material bibliográfico, anotações pessoais, etc. **resultará na anulação da sua prova**.
7. Não se esqueça de assinar o compromisso de honra abaixo.

Compromisso de honra

Eu, abaixo assinado, empenho a minha honra em realizar esta avaliação de acordo com as instruções recebidas, de modo estritamente individual, sem consultar ou fornecer informações aos meus colegas, respeitando assim o propósito da avaliação, os meus colegas e professores bem como o Código de Ética da Universidade de São Paulo.

Assinatura:

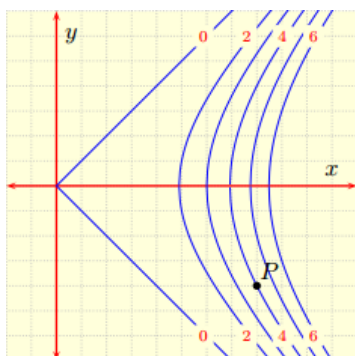
BOA PROVA!

Questão	Resposta	Valor	Questão	Resposta	Valor
1. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)		7. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)	
2. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)		8. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)	
3. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)		9. ^a		
4. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)		10. ^a		
5. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)		11. ^a		
6. ^a	(a) (b) (c) (d) (e)				

Nota: _____

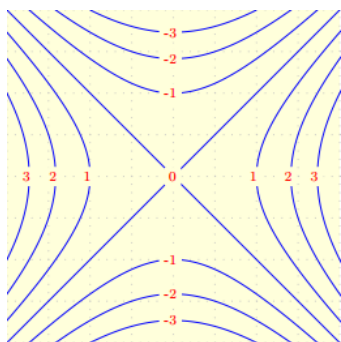
Questões de múltipla escolha

1. A partir das curvas de nível de f dadas abaixo, decida se f_x , f_y são positivas, negativas ou zero em P .



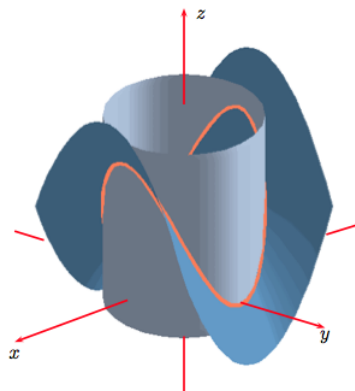
- (a) $f_x < 0$, $f_y < 0$
 (b) $f_x < 0$, $f_y > 0$
 (c) $f_x < 0$, $f_y = 0$
 (d) $f_x > 0$, $f_y > 0$
 (e) $f_x > 0$, $f_y < 0$

2. Qual das seguintes funções poderia ter as curvas de nível:



- (a) $x - y + z = 1$
 (b) $z = x^2 - y^2$
 (c) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
 (d) $z = x^2$
 (e) $z = x^2 + y^2$

3. Um cilindro circular de raio 1 e o parabolóide hiperbólico $z = x^2 - y^2 + 1$ se interceptam como mostrado na figura a seguir:



Qual das funções vetoriais a seguir descreve a curva de interseção das superfícies acima

- (a) $r(t) = (\cos t, \sin t, \cos 2t)$
 (b) $r(t) = (\cos t, \sin t, -1 + \cos 2t)$
 (c) $r(t) = (\cos t, \sin t, 1 + \cos 2t)$
 (d) $r(t) = (\sin t, \cos t, -1 + \cos 2t)$
 (e) $r(t) = (\sin t, \cos t, 1 + \cos 2t)$

4. Seja

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y - x^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Pode-se dizer que:

- (a) f é contínua em $(0, 0)$ logo é diferenciável em $(0, 0)$.
 (b) $f_x(0, 0) = 0 = f_y(0, 0)$ logo f é diferenciável no $(0, 0)$.
 (c) f não é diferenciável no $(0, 0)$ logo é descontínua no $(0, 0)$.
 (d) f_x e f_y são contínuas logo f é diferenciável no $(0, 0)$.
 (e) f não é diferenciável no $(0, 0)$.

5. Sendo $f(x, y)$ diferenciável e

$$z = f(u + 2v, u - v),$$

determine qual das alternativas está correta:

- (a) $\frac{\partial z}{\partial u} - 2\frac{\partial z}{\partial v} = 3\frac{\partial f}{\partial x} + 4\frac{\partial f}{\partial y}$
- (b) $\frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$
- (c) $\frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v} = 3\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}$
- (d) $\frac{\partial z}{\partial u} + 2\frac{\partial z}{\partial v} = 5\frac{\partial f}{\partial x}$
- (e) Nenhuma das demais alternativas.

6. Encontre a derivada direcional de $f(x, y) = x \sin y$ no ponto $(3, \pi/6)$ na direção $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$.

- (a) $\frac{1+6\sqrt{3}}{2}$
- (b) $\frac{6+\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$
- (c) $\frac{1+6\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$
- (d) $\frac{6+\sqrt{3}}{2}$
- (e) Nenhuma das demais alternativas.

7. Considere os limites:

- 1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
- 2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y}{x^2 + y^2}$
- 3) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{xy}{y - 2x}$

A alternativa correta é

- (a) 1) não existe; 2) não existe; 3) 0
- (b) 1) 0; 2) 0; 3) 2
- (c) 1) não existe; 2) 0; 3) não existe
- (d) 1) 0; 2) não existe; 3) não existe

(e) 1) 0; 2) não existe; 3) 0

8. Encontre uma equação do plano tangente ao gráfico de $f(x, y) = \sqrt{9 + 3x^2 - 2y^2}$ no ponto $(1, 2, f(1, 2))$.

- (a) $4x - 3y + 2z + 9 = 0$
- (b) $3x - 4y - 2z + 7 = 0$
- (c) $4x - 3y + 2z - 7 = 0$
- (d) $4x + 3y - 2z + 1 = 0$
- (e) $3x - 4y - 2z + 9 = 0$

Questões dissertativas

1. Calcule os limites abaixo ou mostre que eles não existem:

- (a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y - x^3}{x^2 + y^2}$
- (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x - y}{x + y - 2}$
- (c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(xy) - 1}{xy}$

2. Verifique se existem pontos sobre a superfície $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$ cujo plano tangente é paralelo ao plano $2x - 4y + 4z = 0$. Exiba todos os pontos nesta condição.

3. Seja

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Mostre que

- (a) f é contínua em $(0, 0)$.
- (b) f não é diferenciável em $(0, 0)$.
- (c) f possui derivadas direcionais em todas as direções no ponto $(0, 0)$.