SCE-5832 – Teoria da Computação
Profa. Graça Nunes
1º. Semestre de 2011

**Gabarito da Prova 2**
25/05/2011

1. (2.0) Mostre, pelo Lema do Bombeamento para LR, que a linguagem abaixo não é regular:

$$L = \{0^m 1 0^m \mid m >= 1\}$$

**Prova por Absurdo:**
Supondo que L seja regular, então, existe um valor k tal que se |z| >= n, então valem as propriedades do Lema para z. Seja n = 2m + 1, para um certo valor de m.
Considere a cadeia z = $0^m\, 10^m$.
Qualquer decomposição z = uvw deve ter em v o mesmo número de 0´s à esquerda e à direita de 1 para que a propriedade de que o número de 0´s seja igual e se mantenha nas cadeias u $v^k$ w, para k>=0.
Então v pode ser De 3 formas:
(a) $0^i$ do prefixo (antes do 1): nesse caso, qualquer bombeamento produz cadeias com número desbalanceado de zeros à esquerda e à direita do 1, portanto, não pertencentes a L;
(b) $0^i$ do sufixo (após o 1): caso análogo ao anterior;
(c) da forma $0^i\ 1\ 0^i$: nesse caso, bombeamentos produzirão outros 1's, p.ex., u $v^2$ w conterá a cadeia $0^j10^j\ 0^j10^j$, em que há um igual número de zeros antes e depois dos 1´s, mas há mais de um 1 na cadeia, o que não pode acontecer na linguagem.
Ou seja, nenhuma decomposição é possível, contrariando o Lema, e podemos concluir que L não é regular.

2. Considere as duas linguagens a seguir :
   L1 = { $a^n b^{2n} c^m$ | n, m ≥ 0}
   L2 = { $a^n b^m c^{2m}$ | n, m ≥ 0}

a) (1.0) Escreva uma gramática livre de contexto para cada uma.

| L1 : | L2 : |
|---|---|
| *S -> AC* | *S -> AB* |
| *A -> aAbb* \| $\lambda$ | *A -> aA* \| $\lambda$ |
| *C -> cC* \| $\lambda$ | *B -> bBcc* \| $\lambda$ |

b) (0.5) L1 ∩ L2 é uma LLC ? Justifique.

*Resp.: Não é LLC, pois as LLCs não são fechadas sob a intersecção.*

3. Seja P um autômato a pilha com aceitação por pilha vazia:
   P = ({q0, q1}, {0, 1}, {$Z_0$, 0,1}, δ, q0, $Z_0$),

onde $\delta$ é definida como (CORRIGIDA):

$\delta(q0, 0, Zo) = \{(q0, 0Zo)\}$
$\delta(q0, 1, 0) = \{(q0, \varepsilon)\}$
$\delta(q0, 1, Zo) = \{(q0, 1Zo)\}$
$\delta(q0, 0, 1) = \{(q0, \varepsilon)\}$
$\delta(q0, 1, 1) = \{(q0, 11)\}$
$\delta(q0, 0, 0) = \{(q0, 00)\}$
$\delta(q0, \varepsilon, Zo) = \{(q0, \varepsilon)\}$

(a) (0.5) Desenhe o diagrama de transição do autômato.

(b) (1.0) Qual é a linguagem reconhecida por ele?

Resp.:O conjunto de todas as cadeias de 0s e 1s com um número igual de 0s e 1s.

4. (2.0) Seja G1 e G2 duas GLCs que geram as LLCs L1 e L2, respectivamente. Proponha um método de criação de uma GLC, G3, a partir de G1 e G2, que gera L3 = L1 $\cup$ L2.

Se L1 é LLC, então existe G1, GLC, tal que G1=(VN1, VT1, P1, S1).
Se L2 é LLC, então existe G2, GLC, tal que G2=(VN2, VT2, P2, S2).

Para gerar L1 U L2, basta fazermos uma G3=(VN3, VT3, P3, S3) tal que:
VN3 = VN1 U VN2 U {S3},
VT3 = VT1 U VT2,
P3 = P1 U P2 U {S3 => S1 | S2}.

Ou seja, G3 gera cadeias de G1, via S3=> S1, ou de G2, via S3=> S2.
Como a única produção inserida é S3 => S1 | S2, e ela obedece às restrições das GLCs, então G3 é GLC e a linguagem gerada é LC.

5. (3.0) Classifique como Verdadeiro (V) ou Falso (F). No caso de Falso, faça a correção necessária.

(a) O custo de se reconhecer uma cadeia, de tamanho n, de uma Linguagem Livre de Contexto é $O(2^n)$, mas no caso específico de Linguagens Regulares, esse tempo é polinomial, quadrático.
F – LLC: $O(n^3)$ e LR: $O(n)$

(b) Se L é LLC e R é Regular, então não podemos afirmar que L-R seja uma linguagem livre de contexto.
F – podemos afirmar que é LLC

(c) Se L é uma LLC e R é Regular, então L $\cap$ R é uma LLC.
V

(d) Se R é regular, então R=L(P) para algum autômato a pilha determinístico P (por estado final).
V

(e) Os autômatos a pilha determinísticos por estado final reconhecem todas as linguagens livres de contexto.
F – algumas LLCs só são reconhecidas por autômatos não determinísticos

(f) As LLC são especialmente relevantes por estabelecerem uma divisão entre as linguagens reconhecidas com eficiência (polinomial) e as reconhecidas com ineficiência (exponenciais).
V