

1. Em cada caso abaixo, qual é o domínio e a imagem da função f ?

(a) $f(x) = \sqrt{x^2/(x-2)}$

(b) $f(x) = \sqrt{2x/(x+1)}$

(c) $f(x) = \sqrt{(1+3x)(2-x)}$

(d) $f(x) = \sqrt{x-1}/(x+2)$

2. Verifique que qualquer monótona definida num intervalo fechado e limitado é limitada.

O intervalo precisa ser fechado? Prove ou dê uma contra-exemplo.

3. Se $f_1, f_2 : A \rightarrow \mathbb{R}$ são duas funções limitadas, demonstre que

$$\sup_{x \in A} (f_1(x) + f_2(x)) \leq \sup_{x \in A} f_1(x) + \sup_{x \in A} f_2(x)$$

e

$$\inf_{x \in A} (f_1(x) + f_2(x)) \geq \inf_{x \in A} f_1(x) + \inf_{x \in A} f_2(x)$$

4. Esboce o gráfico das seguintes funções

(a) $f(x) = \sin(1/x), x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(b) $f(x) = x \sin(1/x), x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(c) $f(x) = x^2 \sin(1/x), x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(d) $f(x) = x + x/|x|, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(e) $f(x) = -\sqrt{1-x}$

(f) $f(x) = [x]$ onde o símbolo $[x]$ indica o maior número inteiro menor ou igual a x que é chamada parte inteira de x .

(g) $f(x) = [x^2]$

5. Classificar as funções abaixo, quando possível, quanto a serem monótonas, limitadas, pares ou ímpares, sobrejetoras, injetoras, ou bijetoras:

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |x|$. Considerar também o caso em que o contra-domínio é \mathbb{R}^+ .

(b) $f(x) = x + 1/x, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(c) $f : (\pi/2, \pi/2) \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \tan x$

(d) $f(x) = \sin^2 x + \cos x, x \in \mathbb{R}$

(e) $f(x) = \sin(1/x^4), x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

6. O produto de duas funções pares, $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$, é par? O que se pode dizer do produto de duas funções ímpares? E o produto de uma par por uma ímpar?
7. Se $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ são ambas pares, verifique que $f \circ g$ e $g \circ f$ são funções pares. Mostre também que se f e g são ambas ímpares, então $f \circ g$ e $g \circ f$ são funções ímpares. O que se pode dizer das composições $f \circ g$ e $g \circ f$ se f é par e g é ímpar?
8. Seja $f : A \rightarrow B, (A, B \subset \mathbb{R})$ uma função sobrejetora. Mostre que se f é estritamente crescente, ou estritamente decrescente, então f é invertível. Vale a recíproca? Isto é, se f é invertível, então pode-se afirmar que f é estritamente crescente, ou estritamente decrescente?
9. Complete a tabela

$g(x)$	$f(x)$	$f \circ g(x)$
$x - 2$	\sqrt{x}	
$\frac{x}{x-1}$	$\frac{x}{x-1}$	
	$1 + 1/x$	x
\sqrt{x}		$ x $

10. Dados A e B constantes reais e a função definida em \mathbb{R}

$$f(x) = A \cos x + B \sin x.$$

É possível reescrever f na forma

$$f(x) = C \cos(x + \phi)$$

para C e ϕ em termos de A e B ?