

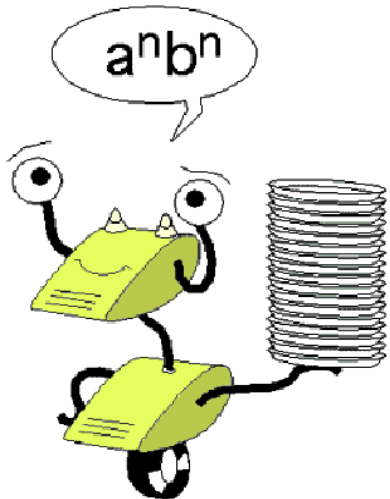
Autômatos com Pilha

a^n



Equivalência entre GLC e ACPND
Linguagens Regulares e ACPDet

$a^n b^n$



Equivalência entre ACP e GLC

- Teo 5.2 (H&U, 79) Se L é uma LLC, então existe um ACP M tal que $L = N(M)$.

Prova: Seja $G = (V_n, V_t, P, S)$ uma GLC na **Forma Normal de Greibach** ($A \rightarrow a\alpha$ onde α é uma cadeia de 0 ou mais variáveis) gerando L .

Seja $M = (\{q_1\}, V_t, V_n, \delta, q_1, S, \emptyset)$

onde $\delta(q_1, a, A)$ contém (q_1, γ) sempre que $A \rightarrow a\gamma$ está em P .

Exemplo: $S \rightarrow aXY \rightarrow \delta(q_1, a, S) = \{(q_1, XY)\}$
(sobrescreve no topo S)

OBS: (H, M, U, 2001) pg 238 permite uma GLC qualquer.
Comento depois.

Exemplo 1

Seja a gramática $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ na FNG onde

$P = \{S \rightarrow aBS \mid aB \mid bAS \mid bA;$

$A \rightarrow bAA \mid a; B \rightarrow aBB \mid b\}$

$M1 = (\{q1\}, \{a, b\}, \{S, A, B\}, \delta, q1, S, \emptyset)$

$S \rightarrow aBS \mid \mid \delta(q1, a, S) = \{(q1, BS), (q1, B)\}$

$S \rightarrow aB \mid \mid$

$S \rightarrow bAS \mid \mid \delta(q1, b, S) = \{(q1, AS), (q1, A)\}$

$S \rightarrow bA \mid \mid$

$A \rightarrow bAA \mid \mid \delta(q1, b, A) = \{(q1, AA)\}$

$A \rightarrow a \mid \mid \delta(q1, a, A) = \{(q1, \lambda)\}$

$B \rightarrow aBB \mid \mid \delta(q1, a, B) = \{(q1, BB)\}$

$B \rightarrow b \mid \mid \delta(q1, b, B) = \{(q1, \lambda)\}$

ACPND

Exemplo 2

$$L = \{ wcw^R \mid w \in \{0,1\}^* \}$$

$$G = (\{S\}, \{0,1,c\}, P, S)$$

$$P = \{ S \rightarrow 0S0 \mid S \rightarrow 1S1 \mid S \rightarrow c \}$$

----- Mas não está na FNG -----

$$G1 = (\{S,A,B\}, \{0,1,c\}, P1, S)$$

$$P1 = \{ S \rightarrow 0SA \mid 1SB \mid c; A \rightarrow 0; B \rightarrow 1 \}$$

$$M2 = (\{q1\}, V+1, Vn1, \delta, q1, S, \emptyset)$$

ACPD

$$S \rightarrow 0SA \Rightarrow \delta(q1, 0, S) = \{(q1, SA)\}$$

$$S \rightarrow 1SB \Rightarrow \delta(q1, 1, S) = \{(q1, SB)\}$$

$$S \rightarrow c \Rightarrow \delta(q1, c, S) = \{(q1, \lambda)\}$$

$$A \rightarrow 0 \Rightarrow \delta(q1, 0, A) = \{(q1, \lambda)\}$$

$$B \rightarrow 1 \Rightarrow \delta(q1, 1, B) = \{(q1, \lambda)\}$$

Configurações para 001c100

Entrada	Configuração
	$(q1, S)$
0	$(q1, SA)$
00	$(q1, SAA)$
001	$(q1, SBAA)$
001c	$(q1, BAA)$
001c1	$(q1, AA)$
001c10	$(q1, A)$
001c100	$(q1, \lambda)$

Como acabou a entrada e a pilha ficou vazia,
aceita a cadeia

Exemplo 3

$$\bullet L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$$

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$$

$$P = \{S \rightarrow abb \mid aSbb\}$$

----- Mas não está na FNG -----

$G1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P1, S)$ na FNG

$P1 = \{$
 $S \rightarrow aB$
 $S \rightarrow aSB$
 $B \rightarrow bb \dashrightarrow B \rightarrow bA$
 $A \rightarrow b \}$

$M3 = (\{q1\}, \{a, b\}, \{S, A, B\}, \delta, q1, S, \emptyset)$

$\delta(q1, a, S) = \{(q1, B), (q1, SB)\}$

ACPND

$\delta(q1, b, B) = \{(q1, A)\}$

$\delta(q1, b, A) = \{(q1, \lambda)\}$

Configurações para **aabbbb** ; ab ; abb

Entrada	Configuração
	(q_1, S)
a	$(q_1, B) (q_1, SB)$
aa	? $(q_1, BB) (q_1, SBB)$
aab	(q_1, AB) ?
aabb	(q_1, B)
aabbb	(q_1, A)
aabbbb	(q_1, λ)

Exemplo 4

- $L = \{ 0^n 1^n \mid n > 0 \}$
- $G = (\{S\}, \{0,1\}, P, S)$
- $P = \{S \rightarrow 0S1 \mid 01\}$

----- Mas não está na FNG -----

ACP resultante da aplicação do Teo 5.2

$$G1 = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P1, S)$$

$$P1 = \{S \rightarrow 0SA \mid 0A ; A \rightarrow 1\}$$

$$M = (\{q1\}, Vt, Vn, \delta, q1, S, \emptyset)$$

$$\delta(q1, 0, S) = \{(q1, SA), (q1, A)\}$$

$$\delta(q1, 1, A) = \{(q1, \lambda)\}$$

ACPND

Exemplo 5

- Encontre um ACP M que reconheça $L = \{1^n 0^m 1^n \mid n \geq 0, m \geq 1\}$ por pilha vazia.
- Idéia: empilha seqüência esquerda de 1 (com x), exige a existência de pelo menos 1 zero (não empilha), e desempilha conforme lê a seqüência de 1 à direita.

$$L = \{1^n 0^m 1^n \mid n \geq 0, m \geq 1\}$$

$$G = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P, S)$$

$$P = \{S \rightarrow 1S1 \mid A$$

$$A \rightarrow 0 \mid 0A\}$$

----- Mas não está na FNG -----

GLC & ACP - (H,M,U, 2001) pg 238

- Seja $G = (V, T, P, S)$ uma GLC. Construa o ACP que reconhece $L(G)$ por pilha vazia como abaixo:

$$M = (\{q\}, T, VUT, \delta, q, S, \emptyset)$$

1) Para cada não terminal A ,

- $\delta(q, \lambda, A) = \{(q, \beta) \mid A \rightarrow \beta \text{ pertence a } P\}$

2) Para cada terminal a

- $\delta(q, a, a) = \{(q, \lambda)\}$

Exemplo

$I \rightarrow a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid IO \mid I1$

$E \rightarrow I \mid E + E \mid E^* E \mid (E)$

$M = (\{q\}, \{a, b, 0, 1, +, *, (,)\}, \{I, E, a, b, 0, 1, +, *, (,)\}, \delta, q, E, \emptyset)$

1. $\delta(q, \lambda, I) = \{(q, a), (q, b), (q, Ia), (q, Ib), (q, IO), (q, I1)\}$

1. $\delta(q, \lambda, E) = \{(q, I), (q, E+E), (q, E^*E), (q, (E))\}$

2. $\delta(q, a, a) = \{(q, \lambda)\}$

2. $\delta(q, b, b) = \{(q, \lambda)\}$

2. $\delta(q, 0, 0) = \{(q, \lambda)\}$

2. $\delta(q, 1, 1) = \{(q, \lambda)\}$

2. $\delta(q, (, () = \{(q, \lambda)\}$

2. $\delta(q,),) = \{(q, \lambda)\}$

2. $\delta(q, +, +) = \{(q, \lambda)\}$

2. $\delta(q, *, *) = \{(q, \lambda)\}$

Configurações para a cadeia a + b

Entrada

Configuração

a

(q, E)

$(q, E+E)$

$(q, I+E)$

$(q, a+E)$

a

a

a

a+

$(q, +E)$

(q, E)

a+b

(q, I)

a+b

(q, b)

a+b

(q, λ)

Usa
mov- λ

Usa
mov- λ

Equivalência entre ACP e GLC

- Teo 5.3 (H & U, 79) Se $L = N(M)$ para algum M então L é LLC.
- Não será dado. Vejam no livro acima ou em (H,M,U, 2001) pg 242.

Linguagens Regulares e ACPDet

- Teo 6.17 (H,M&U, 2001) Se L é uma LR então $L = L(P)$ para algum ACPDet P . (aceita por estado final)

Prova: Essencialmente, um ACPDet pode simular a automação finita. O ACP mantém um símbolo Z_0 na sua pilha, porque um ACP tem que ter uma pilha, mas realmente ignora essa pilha e somente usa estados.

Formalmente

- Seja $A = (Q, \Sigma, \delta_A, q_0, F)$ um AFD.
Construa o ACP $P = (Q, \Sigma, \{Z_0\}, \delta_P, q_0, Z_0, F)$ definindo:
- $\delta_P(q, a, Z_0) = \{(p, Z_0)\}$ para todos os estados p e q em Q tal que $\delta_A(q, a) = p$
- Desde que A e P aceitam ao entrar em um dos estados finais de F , concluimos que as linguagens são as mesmas.