

SCC603 – Algoritmos e Estruturas de Dados II
Prof.a Rosane Minghim – 1o sem. 2013

Lista de Exercícios 1

1) Escrever em C funções para:

- a) Obter todos os nós adjacentes (vizinhos) a um nó do grafo, dado que o grafo é representado por uma matriz de adjacências.
- b) Obter todos os nós adjacentes (vizinhos) a um nó do grafo, dado que o grafo é representado por uma lista de adjacências convencional (como as ilustradas nos arquivo 1).
- c) Escrever o grafo (lista de vértices, lista de arestas), dado que a lista de adjacências é implementada de fato como dois vetores, conforme o slide 85 do arquivo 1 ilustra.

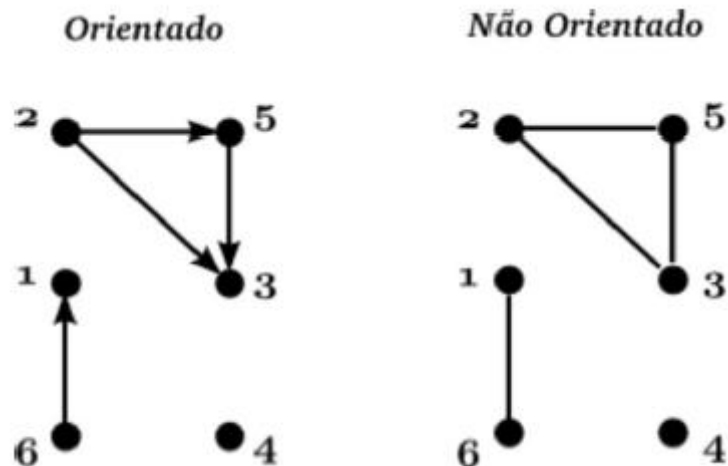
2) Um grupo de ciclismo estabelecido no estado de São Paulo vai organizar uma jornada de fim de semana. Ciclistas deverão partir de uma entre 9 cidades diferentes incluídas na jornada (numeradas de 0 a 8), e devem convergir para uma determinada cidade, onde haverá um encontro de Ciclistas no domingo à tarde. Os organizadores divulgaram a tabela de cidades abaixo à esquerda, baseada nas estradas existentes, para que os ciclistas saibam, a partir de onde estão, para onde devem ir:

Cidade	Próxima Cidade		Horário de saída	Cidade
0	1 ou 2		Sab 8	
1	2		Sab 10	
3	0, 4 ou 5		Sab 14	
4	6 ou 7		Sab 15	
5	7		Sab 17	
6	8		Dom 8	
7	8		Dom 9	
8	0		Dom 10	

O problema que os organizadores têm é o de, para cada cidade, estabelecer um 'hora de saída', de forma que o máximo número de ciclistas realize seus trechos da jornada juntos, ainda que escolham rotas diferentes. Modele este problema como um grafo, e responda:

- a) Qual o tipo de grafo?
 - b) Qual a cidade do encontro de Ciclistas?
 - c) Que algoritmo resolve o problema da tabela de horas de saída?
 - d) Qual a cidade de cada linha da tabela acima à direita, de acordo com este algoritmo?
 - e) Quais as possíveis rotas para um ciclista que vive na cidade 4, ignorando os horários, mas chegando na cidade do encontro?
- 3) Desenhe as versões orientada e não orientada do grafo:
 $G = V, E$, onde $V = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ e $E = 2,5, 6,1, 5,3, 2,3$.

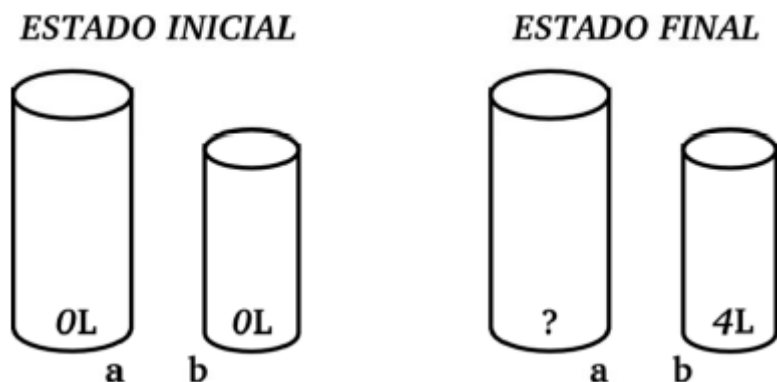
4) Defina os grafos ilustrados na seguinte figura:



5) Defina e desenhe os grafos não orientados completos com 4 vértices (K_4), 5 vértices (K_5) e 6 vértices (K_6).

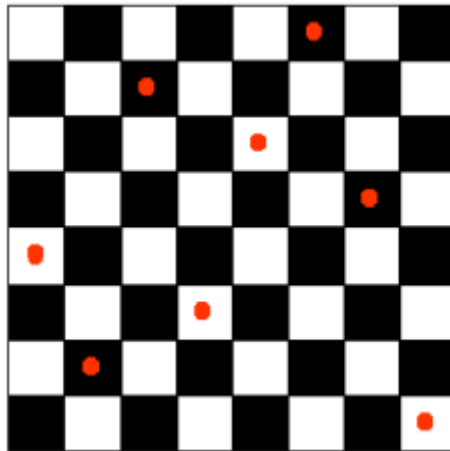
6) Um fazendeiro precisa atravessar um rio levando um lobo, uma cabra e um repolho. O barco disponível só tem capacidade para levar o fazendeiro acompanhado de um item. O fazendeiro não pode abandonar em uma das margens a cabra com o lobo e nem mesmo o repolho com a cabra, pois o lobo comeria a cabra ou então a cabra comeria o repolho. Como representar cada estado? Desenhe o grafo que mostra alguma solução para atravessar o rio.

7) Tem-se dois recipientes de água, um com capacidade de 7 litros e outro com capacidade de 5 litros. Inicialmente ambos estão vazios – veja a figura a seguir. É necessário encher um dos recipientes com 4 litros, sendo que as únicas operações possíveis são encher completamente (através de uma fonte externa) ou esvaziar completamente um dos recipientes, ou passar todo o conteúdo de um recipiente para outro. Como representar cada estado? Desenhe o grafo que mostra algumas soluções para o problema.



8) Dê um exemplo de um grafo em que cada vértice é adjacente a dois outros vértices e cada aresta é adjacente a duas outras arestas.

9) Seja um problema que consiste em posicionar 8 rainhas em um tabuleiro de xadrez, inicialmente vazio, tal que não há ataque entre elas, como na figura a seguir. Como representar cada estado? Desenhe o grafo que mostra algumas soluções para o problema.



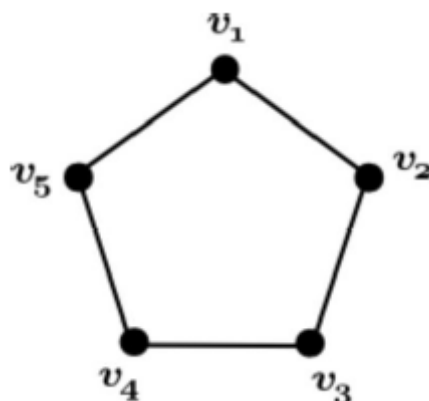
10) Quantas arestas tem um grafo com 3 vértices de grau 3 e um vértice de grau 5?

11) Em um grafo com n vértices e m arestas, qual a soma dos graus de todos os vértices? Observe que, em um grafo não orientado, cada aresta soma 1 ao grau de cada vértice em que incide e cada aresta incide somente sobre dois vértices. Em um grafo orientado, por outro lado, cada aresta soma 1 ao grau de cada vértice em que incide, porém, cada aresta incide somente sobre um vértice.

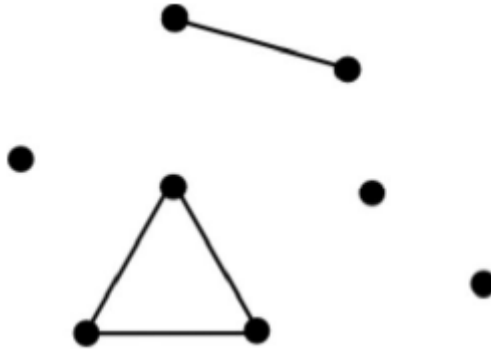
12) Sabendo que cada vértice tem pelo menos grau 3, qual o maior número possível de vértices em um grafo com 35 arestas? Lembre-se que a soma dos graus dos vértices é igual a duas vezes o número de arestas. Se cada aresta liga dois vértices teríamos 70 vértices de grau 1. Se cada vértice tem pelo menos grau 3, então...

13) Quantas arestas possui um grafo completo com n vértices? E um grafo orientado completo com n vértices?

14) Encontre o complemento do seguinte grafo.

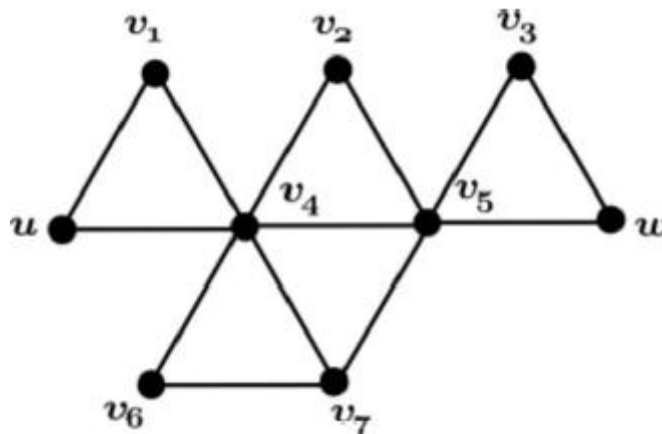


15) Quantas componentes conexas tem o seguinte grafo?



16) Seja G um grafo conexo. Mostre que, se G contém exatamente $2n$ vértices de grau ímpar, onde $n \geq 2$, G contém no mínimo n caminhos disjuntos (isto é, que não compartilham nenhuma aresta), onde cada um une dois vértices de grau ímpar.

17) Encontre no seguinte grafo



- a) o menor caminho simples entre u e w ; e
- b) o maior ciclo simples entre u e w .

18) O grafo acima é Euleriano? É Hamiltoniano?

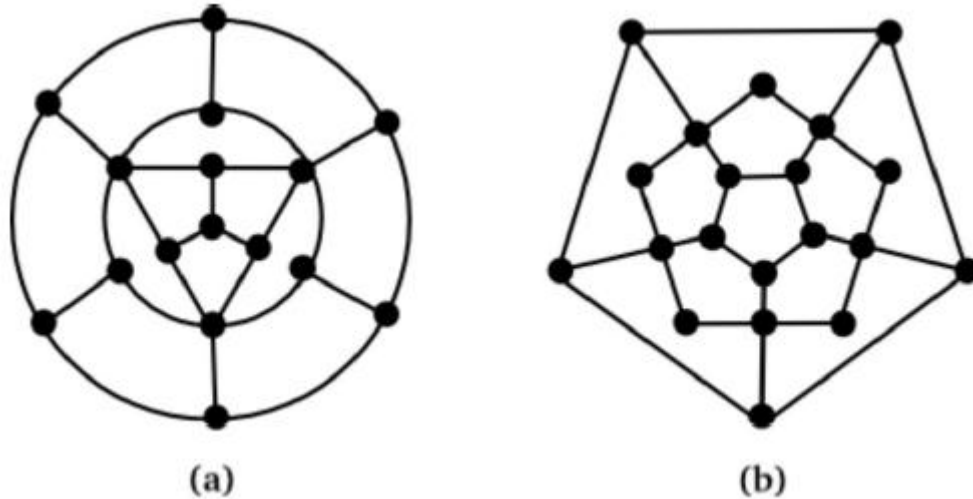
19) Desenhe um grafo no qual um caminho Euleriano é também um ciclo Hamiltoniano. O que podemos concluir sobre esse tipo de grafo?

20) Desenhe um grafo de 8 vértices,

- a) que contém um circuito Euleriano, mas não contém nenhum ciclo Hamiltoniano.
- b) que contém um caminho Hamiltoniano, mas não contém nenhum caminho Euleriano.
- c) que contém um caminho Hamiltoniano e um caminho Euleriano.
- d) que não contém um caminho Hamiltoniano nem um caminho Euleriano.

21) Mostre que nenhum dos dois grafos da seguinte figura possui um caminho Hamiltoniano (e, portanto, nenhum ciclo Hamiltoniano). Note que na Figura (a) somente duas das arestas incidentes em qualquer vértice podem fazer parte do ciclo Hamiltoniano. Considere o total de arestas excluídas. Você vai observar que, no total, 13 arestas devem ser excluídas. O que sobra não é suficiente para formar um caminho Hamiltoniano. Na

Figura b, considere primeiro os vértices de grau 2.

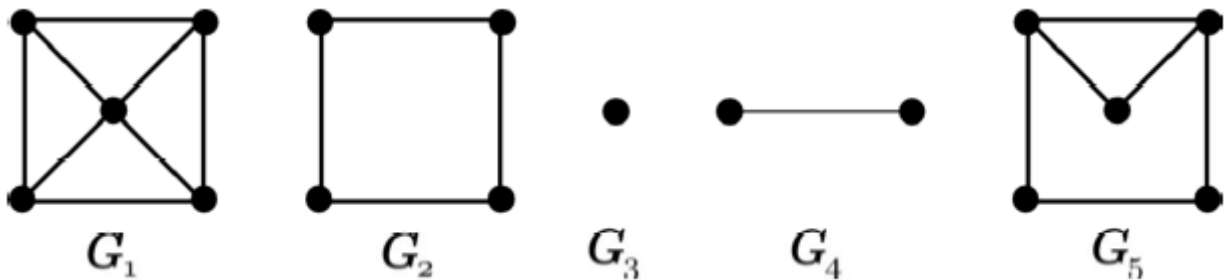


22) Considere um jogo de dominós que contém 10 peças com as seguintes configurações: (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (2,3); (2,4); (2,5); (3,4); (3,5); (4,5). É possível colocar as peças de maneira que o número de uma peça é igual ao número da peça adjacente? (Dica: represente o problema com um grafo e veja se ele é Euleriano).

23) Seja u e v dois vértices não adjacentes de um grafo simples de n vértices tal que $d_u + d_v \leq n$. Seja $G + uv$ o grafo obtido acrescentando uma aresta entre u e v . Mostre que G é Hamiltoniano se e somente se $G + uv$ é Hamiltoniano.

24) É possível mover um cavalo num tabuleiro de xadrez de tal maneira que ele efetue todo movimento permitido exatamente uma vez?

25) Dados os seguintes grafos, indique todos os pares x e y tais que:



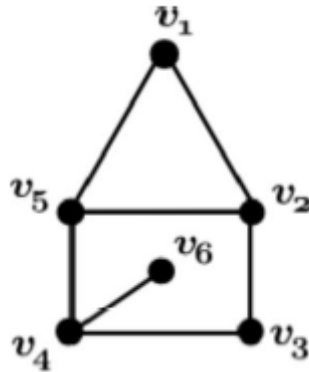
- a) G_x é subgrafo de G_y ;
- b) G_x é subgrafo gerador de G_y ;
- c) G_x é subgrafo induzido de G_y ;
- d) G_x não é subgrafo de G_y .

26) Uma árvore com 14 vértices possui quantas arestas? E uma árvore com n vértices?

27) A altura de uma árvore enraizada é o tamanho do maior caminho da raiz a uma folha. Quais as alturas possíveis para uma árvore com 5 vértices?

28) Considere uma árvore T com n folhas cujo cada nó interno possui dois filhos com exceção de alguns nós de altura $h \neq 1$. Qual a altura h de T ? E se cada nó interno possuir k filhos?

29) Represente o grafo abaixo usando matriz de adjacências e lista de adjacências.



30) Elabore alguns grafos, orientados e não orientados, com e sem pesos, e repita o exercício anterior.

31) Mostre como linearizar a lista de adjacências de um grafo em um único vetor. Em que situação essa estrutura pode ser útil?

32) Considerando o TAD Matriz de Adjacência para Grafos não orientados e não valorados dado em classe:

- Implemente todas as funções sugeridas e teste-as;
- Pense numa aplicação (problema modelado como grafo) e escreva um programa principal que cria um grafo e execute operações sobre ele de modo a responder perguntas sobre o problema (as respostas seriam dadas pelas funções do TAD – as básicas e eventualmente alguma outra implementada especificamente para essa aplicação).

33) Repita acima, agora considerando:

- Grafo Não-direcionado Valorado;
- Grafo Direcionado (Dígrafo);
- Dígrafo Valorado.

34) Repita as Questões 32 e 33 agora considerando o TAD Listas de Adjacências.

38) Escreva uma função que cria um grafo armazenado como Matriz de Adjacência a partir de um grafo representado como Lista de Adjacências.

39) Faça o oposto à questão acima: crie um grafo com Lista de Adjacências a partir de uma Matriz de Adjacência.

40) Exercício 4 do cap. 7 do Ziviane (2ª Edição), pág. 299.

41) A partir dos dados de um grafo, lidos de uma lista de adjacências:

- escreva um algoritmo para eliminar nós isolados;
- escreva um algoritmo que verifica se a lista de adjacências representa um grafo conexo.
- escreva um algoritmo para eliminar possíveis ciclos;
- implemente todos algoritmos anteriores.