$\boxed{\textbf{9}^{a}\ \textbf{Lista de Exercícios de SMA332 - Cálculo II}}$

Professor: Thais Jordão e Wagner Vieira Leite Nunes   17.02.2014

Exercício 1 *Suponhamos que* $\displaystyle\int_2^4\int_1^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dy\,dx = \int_D f\,dv$. *Obtenha uma representação geométrica da região de integração* D *na integral múltipla acima.*

Exercício 2 *Encontre as representações geométricas das regiões de integração e escreva a integral dupla equivalente, invertendo a ordem de integração, para cada um dos problemas abaixo, isto é, aplique o Teorema de Fubini. Verifique o resultado, calculando* <u>*ambas*</u> *as integrais:*

a) $\displaystyle\int_0^2\int_1^{e^x} dy\,dx$ **b)** $\displaystyle\int_0^1\int_{\sqrt{y}}^1 dx\,dy$ **c)** $\displaystyle\int_0^{\sqrt{2}}\int_{-\sqrt{4-2y^2}}^{\sqrt{4-2y^2}} y\,dx\,dy$ **d)** $\displaystyle\int_{-2}^1\int_{x^2+4x}^{3x+2} dy\,dx$

Exercício 3 *Calcule, utilizando integrais múltiplas, a área da região plana limitada, delimitada pelas seguintes curvas:*

a) *representações geométricas dos gráficos das funções* $y = x$ *e* $y = -x^2 + x + 1$ *com* $-1 \le x \le 1$.

b) *representações geométricas dos gráficos das funções* $y = \operatorname{sen} x$ *e* $y = 1 - \cos x$ *com* $0 \le x \le \pi/2$.

c) *representações geométricas dos gráficos das funções* $y = x$ *e* $y = e^x$ *com* $0 \le x \le 1$.

Em cada um dos casos acima obtenha uma representação geométrica de cada uma das regiões dadas.

Exercício 4 *Utilizando integrais múltiplas, calcule o volume do sólido* S *e obtenha a representção geométrica do mesmo, em cada um dos itens abaixo:*

a) S *é o sólido limitado, delimitado pelos planos* $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y = 1$ *e pela superfície cilíndrica* $z = 1 - x^2$;

b) S *é o sólido limitado, delimitado pelos planos* $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = y$ *e pela superfície cilíndrica* $z = 4 - y^2$;

c) S *é o sólido limitado, delimitado pelos planos* $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = y$ *e pelo cilindro* $x^2 + z^2 = 1$.

Exercício 5 *Determinar a área da região plana limitada, delimitada pelas representações geométricas dos gráficos da parábola* $x - y = (x + y)^2 + 1$ *e pela reta* $x - y = 4$, *que está contido no primeiro quadrante. Obtenha uma representação geométrica da região acima. Sugestão: considere* $u = x - y$ *e* $v = x + y$.

Exercício 6 *Calcular* $\displaystyle\int_D (x - y)^2 \operatorname{sen}^2(x + y)\,dx\,dy$, *onde* D *é o paralelogramo de vértices nos pontos* $(\pi, 0)$, $(2\pi, \pi)$, $(\pi, 2\pi)$ *e* $(0, \pi)$. *Obtenha uma representção geométrica da região* D. *Sugestão: usar a transformação:* $u = x - y$ *e* $v = x + y$.

Exercício 7 *Determinar a área do anel circular,* A, *dado pela região anular, delimitada pelas duas círcunferências concêntricos de raios* a *e* b, $b > a$. *Obtenha uma representação geométrica da região* A.

Exercício 8 *Achar o volume do sólido* S *limitado, delimitado pelo parabolóide* $x^2 + y^2 = 4z$, *pelo cilindro* $x^2 + y^2 = 8y$ *e pelo plano* $z = 0$. *Obtenha uma representação geométrica do sólido* S.

Exercício 9 *Determinar o volume* V *do sólido* S *limitado, delimitado pelo tronco de cone* $(z-3)^2 = x^2 + y^2$, *para* $z \in [0, 2]$ *e pelo tronco de cilindro* $x^2 + y^2 \le 1$, *para* $z \in [2, 5]$. *Obtenha uma representação geométrica do sólido* S.

Exercício 10 *Determinar os intervalos de variação das coordenadas de um ponto pertencente ao sólido* S *onde:*

a) *S é o sólido obtido quando se abre um furo de raio* $\underline{a}$ *na esfera de raio* $2a$, *sendo o eixo do furo um diâmetro da esfera. Obtenha uma representação geométrica do sólido* R.

b) *S é a região limitada delimitada pelos cilindros* $x^2+y^2=16$ *e* $x^2+z^2=16.$, *Obtenha uma representação geométrica do sólido* S.

c) *S é a região limitada, delimitada pelo parabolóide* $r^2=9-z$ *e pelo plano* $z=0$. *Obtenha uma representação geométrica do sólido* R.

Exercício 11 *Determinar o volume* V *do sólido* S *que está contido no interior do tronco de cilindro* $x^2+y^2=9$, *para* $z\in[0,6]$ *e externo ao cone* $x^2+y^2=\frac{1}{9}z^2$, *para* $z\in[0,\infty)$. *Obtenha uma representação geométrica do sólido* S.

Exercício 12 *Consideremos a integral* $\int_D z\,dx\,dy\,dz$, *onde* D *é o sólido definido pelas desigualdades* $x^2+y^2\leq z$, $x^2+y^2+z^2\leq 2$, *para* $z\in[0,\infty)$. *Determine os extremos de integração, e escreva as integrais iteradas usando:*

a) *coordenadas cartesianas. Obtenha uma representação geométrica do sólido* S *em coordenadas caretesinas.*

b) *coordenadas cilíndricas. Obtenha uma representação geométrica do sólido* S *em coordenadas cilíndricas.*

c) *coordenadas esféricas. Obtenha uma representação geométrica do sólido* S *em coordenadas esféricas.*

Calcule a integral múltipla acima usando o sistema de coordenadas que você achar mais conveniente.

Exercício 13 *Calcule o volume do sólido* S *limitado, delimitado pelo cilindro* $x^2+y^2=9$, *para* $(x,y)\in\mathbb{R}^2$, *pelo cone* $x^2+y^2=z^2$, $z\in[0,3]$, *pelo cilindro* $x^2+y^2=1$ *para* $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ *e pelo plano* $z=0$. *Obtenha uma representação geométrica do sólido* S. *Sugestão: usar coordenadas cilíndricas.*

Exercício 14 *Calcular o volume do sólido* S *limitado, delimitado pelo tronco cilindro* $x^2+y^2\leq 4$, $z\in[0,2]$ *e pelo tronco de cone* $x^2+y^2\leq z^2$, $z\in[2,5]$. *Obtenha uma representação geométrica do sólido* S.

Exercício 15 *Seja* S *o sólido limitado, delimitado pelo parabolóide* $z=2x^2+y^2+1$, *pelo plano* $x+y=1$ *e pelos planos coordenados. Calcule o volume do sólido* S. *Obtenha uma representação geométrica do sólido* S.

Exercício 16 *Calcule as integrais iteradas abaixo usando um sistema de coordenadas mais conveniente que facilite seu cálculo:*

$$\textbf{a)}\ \int_0^4\int_0^3\int_0^{\sqrt{9-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dy\,dx\,dz \qquad \textbf{b)}\ \int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} z^2 dz\,dx\,dy$$

Exercício 17 *Seja* S *o sólido limitado, delimitado pelo tetraedro formado pelo plano* $12x+20y+15z=60$ *e os planos coordenados. Calcule as integrais múltiplas:*

$$\textbf{a)}\ \int_S y\,dV \qquad \textbf{b)}\ \int_S (x^2+y^2)\,dV$$