

Lista de Exercícios 1: Grafos (I)

*Professor: Moacir Pereira Ponti Jr.**PAE: Paulo Henrique Ribeiro Gabriel*

1. Utilizando os conceitos de grafos, defina uma árvore.
2. Qual o número máximo de arestas em um grafo com n vértices? E qual o número máximo de arcos em um digrafo com n vértices?
3. Os Turistas *Jensen*, *Leuzingner*, *Dufour* e *Medeiros* se encontram em um bar de Paris e comecem a conversar. As línguas disponíveis são o inglês, o francês, o português e o alemão. *Jensen* fala todas. *Leuzingner* não fala apenas o português. *Dufour* fala francês e alemão. *Medeiros* fala inglês e português.
Represente por meio de um digrafo todas as possibilidades de um deles dirigir a palavra a outro, sendo compreendido.
4. Você usaria uma lista de adjacência ou uma matriz de adjacência em cada um dos casos abaixo? Justifique sua escolha.
 - (a) O grafo tem 10.000 vértices e 20.000 arestas, e é importante usar tão pouco espaço quanto possível.
 - (b) O grafo tem 10.000 vértices e 20.000.000 arestas, e é importante usar tão pouco espaço quanto possível.
 - (c) Você deve ter a aresta adjacente tão rápido quanto possível, sem se importar quanto espaço você usa.
5. Seja um grafo G cujos vértices são os inteiros de 1 a 8 e os vértices adjacentes a cada vértice são dados pela tabela abaixo:

Vértice	Vértices Adjacentes
1	2 3 4
2	1 3 4
3	1 2 4
4	1 2 3 6
5	6 7 8
6	4 5 7
7	5 6 8
8	5 7

- (a) Desenhe o grafo G .
- (b) Represente o grafo por meio de uma matriz de adjacência.
- (c) Represente o grafo por meio de uma matriz de incidência.

- (d) Represente o grafo por meio de uma lista de adjacência.
6. Um estudante de computação está desesperado porque acha que não vai conseguir dar conta de algumas disciplinas oferecidas pelos departamentos de Matemática e de Física. Resolveu, então, fazer uma lista das disciplinas oferecidas por esses departamentos e seus respectivos pré-requisitos:
- SMA300 (Geometria Analítica): nenhum;
 - SMA301 (Cálculo I): nenhum;
 - FCM200 (Física Básica I): SMA301;
 - SMA180 (Matemática Discreta I): nenhum;
 - SMA332 (Cálculo II): SMA300, SMA301;
 - FFI335 (Física III): FCM200;
 - SMA181 (Matemática Discreta II): SMA180;
 - SMA333 (Cálculo III): SMA300, SMA301;
 - SMA182 (Álgebra Linear e Equações Diferenciais): SMA332.

Desenhe um digrafo que represente adequadamente a situação descrita acima. Represente esse grafo utilizando as estruturas de dados lista e matriz de adjacência apresentadas em aula.

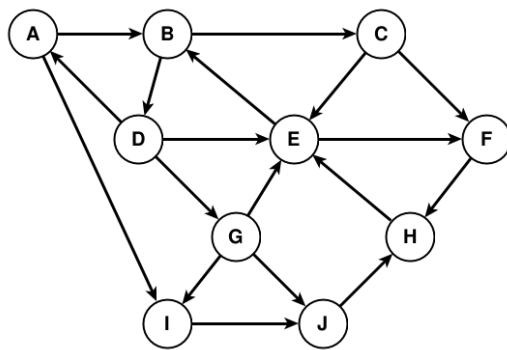
7. (*POSCOMP 2006* — adaptado) A respeito da representação de um grafo de n vértices e m arestas. Verifique se as afirmações abaixo são falsas ou verdadeiras:
- (a) A representação sob a forma de lista de adjacência permite verificar a existência de uma aresta ligando dois vértices dados em tempo $\mathcal{O}(1)$.
 - (b) A representação sob a forma de lista de adjacência exige espaço $\Omega(n + m)$.
 - (c) A representação sob a forma de matriz de adjacência não permite verificar a existência de uma aresta ligando dois vértices dados em tempo $\mathcal{O}(1)$.
 - (d) A representação sob a forma de matriz de adjacência exige espaço $\Omega(m \cdot n)$.
8. (*POSCOMP 2010* – adaptado) Dados dois grafos não orientados $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$:
- $$G_1 : V_1 = \{a, b, c\}, E_1 = \{(a, b), (b, c), (a, c)\}$$
- $$G_2 : V_2 = \{d, e\}, E_2 = \{(d, e)\}$$
- Qual alternativa apresenta corretamente o grafo $G_r = (V_r, E_r)$ resultante da soma (união) dos grafos G_1 e G_2 ?
- (a) $G_r : V_r = \{a, b, c, d, e\}, E_r = \{(a, b), (b, c), (a, c), (d, e)\}$.
 - (b) $G_r : V_r = \{a, b, c, d, e\}, E_r = \{(a, d), (a, e), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e), (d, e)\}$.
 - (c) $G_r : V_r = \{a, b, c, d, e\}, E_r = \{(a, b), (b, c), (a, c), (a, d), (a, e), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e)\}$.
 - (d) $G_r : V_r = \{a, b, c, d, e\}, E_r = \{(a, b), (b, c), (a, c), (a, d), (a, e), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e), (d, e)\}$.
 - (e) $G_r : V_r = \{a, b, c, d, e\}, E_r = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e), (e, a)\}$.

9. Utilizando a linguagem de programação C, faça um algoritmo que determine se determinado grafo G é orientado ou não-orientado. Explique para que casos esse algoritmo falha.

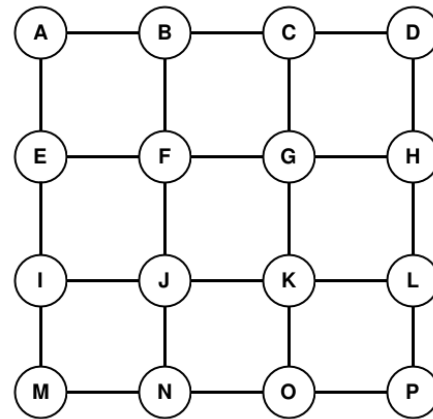
OBS.: Não utilize heurísticas.

10. (Adaptado de [3]) Para os grafos G_1 e G_2 abaixo:

- Simule a execução do algoritmo de busca em largura e mostre a ordem de vértices visitados. Os vértices devem ser visitados em ordem alfabética.
- Mostre a ordem de vértices visitados pelo algoritmo da busca em profundidade. Os vértices devem ser visitados em ordem alfabética.



G_1



G_2

11. Faça uma função em C que receba como parâmetros uma árvore binária de busca (ABB) e o número de nós que a árvore contém e preencha uma matriz de adjacência. Considere que a função de contagem de nós já está feita. A estrutura da árvore binária a ser utilizada no problema será dada a seguir:

```
typedef struct bloco {
    char info;
    struct bloco* esq;
    struct bloco* dir;
} bloco;
```

```
typedef struct ABB {
    bloco* raiz;
} ABB;
```

12. Considere o mapa do Brasil. Escolha 10 cidades, de forma que essas contenham as seguintes informações:

- Número de habitantes;

- Estado ao qual pertence.
- (a) Represente o problema proposto nas estruturas de dados para grafos (lista de adjacência e matriz de adjacência). O grafo deve conter a distância entre as cidades.
- (b) Rascunhe o algoritmo que encontra a cidade com o maior número de habitantes.

Referências

- [1] Parte deste material foi adaptado das listas de exercícios da Profa. Renata Galante (Inf/UFRGS).
- [2] Parte deste material foi adaptado das listas de exercícios da Prof. Gustavo Nonato (ICMC/USP).
- [3] Skiena, S. S., *The Algorithm Design Manual*, segunda edição, Springer-Verlag (22008).