

1ª AVALIAÇÃO DE PROBABILIDADE I - 4/10/2011

Nome: _____

Nota

Número USP: _____

Boa prova!

Exercício 1 (1,0 ponto) Sendo X e Y variáveis independentes com variâncias finitas e médias iguais, demonstre que $E[(X - Y)^2] = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$.

Exercício 2 (1,0 ponto) A função densidade de probabilidade da variável aleatória X é dada por

$$\begin{cases} 2^{-x}, & x > 1 \\ 0, & \text{c.c} \end{cases}$$

Determine a função densidade de probabilidade da variável aleatória $U = X^4 + 1$.

Exercício 3 (2,5 pontos) Num campeonato de futebol, os adversários do time favorito são de dois tipos: times que ganharam alguma vez o campeonato (classe 1) e times que não ganharam o campeonato (classe 2). O número de gols que o time favorito faz em cima de um time de classe i é uma variável aleatória de Poisson com média λ_i , em que $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 3$. Nesta semana o time favorito tem dois jogos ainda não definidos. Suponha que a probabilidade de o primeiro jogo ser com um time da classe 1 é 0,6, e que, independente do primeiro jogo, o segundo será contra um time da classe 1 com probabilidade 0,3. Sabendo que a função geradora de momentos de uma variável aleatória com distribuição de Poisson com média λ é $\phi(t) = \exp(\lambda(e^t - 1))$,

- (a) Determine o valor esperado do número de gols que o time favorito fará em apenas um jogo contra um time da classe i , para $i = 1, 2$.
- (b) Determine valor esperado do número de gols que o time favorito fará nos dois jogos.

Exercício 4 (2,5 pontos) Estudantes de quatro cursos de uma universidade foram entrevistados quanto ao número de vezes que visitaram o museu da universidade (nunca, uma vez ou mais do que uma vez). A proporção de estudantes quanto às diversas possibilidades são dadas a seguir:

Curso	Nunca	Uma vez	Duas vezes
Direito	0,08	0,10	0,04
Administração	x	0,10	0,04
Arquitetura	0,04	0,20	0,09
Engenharia	0,02	0,15	0,10

- (a) Obtenha x .
- (b) Se um estudante da universidade escolhido aleatoriamente é do curso de arquitetura, qual é a probabilidade de que nunca tenha visitado o museu?
- (c) Se um estudante da universidade escolhido aleatoriamente visitou o museu duas vezes, qual é a probabilidade de ser do curso de engenharia?
- (d) Qual a probabilidade de um estudante ser do curso de direito?
- (e) Obtenha a função de probabilidade marginal do número de vezes que um estudante da universidade visitou o museu.

Exercício 5 (2,0 pontos) Certo jardim é formado por três círculos concêntricos de raios 1, $9/4$ e 4 metros. Flores dentro do círculo interior custam \$ 15, dentro do anel seguinte custam \$ 12, e dentro do anel exterior custa \$ 5. As flores morrem segundo sua distância ao centro do jardim, X , e devem ser substituídas. Suponha que a função densidade de probabilidade de X seja $f(x) = 3\sqrt{x}/16$, $0 < x \leq 4$. Calcule o valor esperado do gasto com a manutenção do jardim depois de que 7 flores morreram.