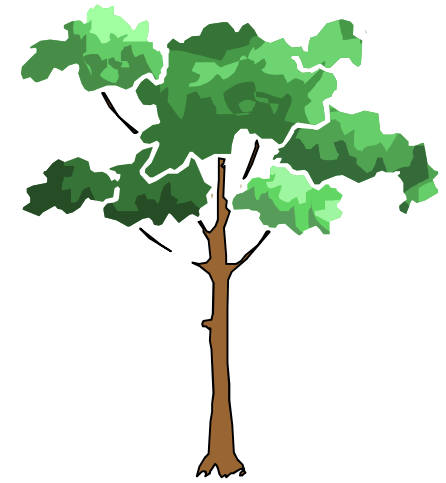

Árvores - Conceitos



Roseli Ap. Francelin Romero

Problema

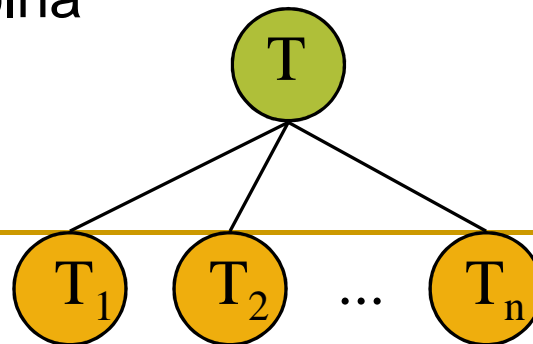
- Representações/Implementações do TAD Lista Linear:
 - Lista **encadeada dinâmica**
 - eficiente para inserção e remoção dinâmica de elementos (início ou fim), mas ineficiente para busca ($O(n)$)
 - Lista **seqüencial (ordenada) estática**
 - Eficiente para busca (busca binária), mas ineficiente para inserção e remoção de elementos (requer abrir espaços)
- Haveria uma ED que tivesse o melhor desempenho nas 3 operações?

Solução

- ❑ Árvores: solução eficiente para inserção, remoção e busca
- ❑ Representação não linear...

Definições

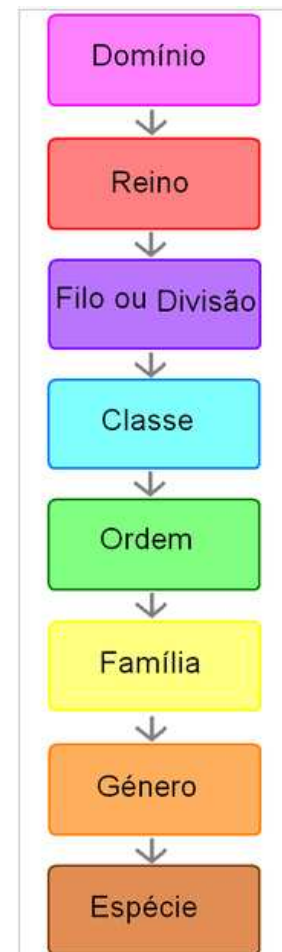
- Árvore T : conjunto finito de elementos, denominados **nós** ou vértices, tais que:
 - Se $T = \emptyset$, a árvore é dita vazia; c.c.
 - (i) T contém um nó especial, denominado raiz;
 - (ii) os demais nós, ou constituem um único conjunto vazio, ou são divididos em $n \geq 1$ conjuntos disjuntos não vazios (T_1, T_2, \dots, T_n) , que são, por sua vez, cada qual uma árvore;
 - T_1, T_2, \dots, T_n são chamadas sub-árvores de T ;
 - Um nó sem sub-árvores é denominado nó folha, ou simplesmente, folha



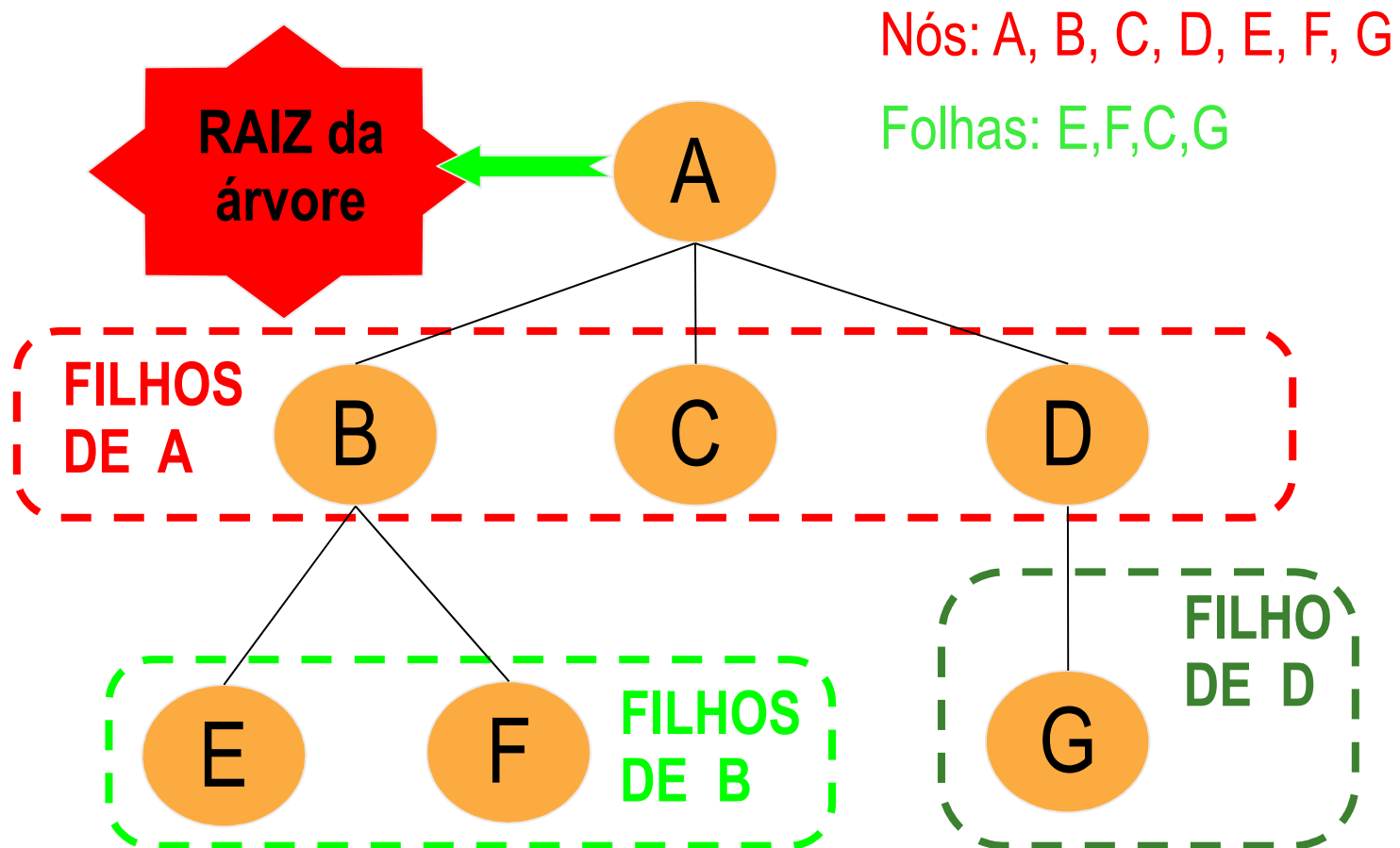
Definições (cont.)

- **Árvore:** adequada para representar estruturas hierárquicas não lineares, como
 - Taxonomias (espécies vivas) ou classificação biológica.
 - Relações de descendência (pai, filho, irmãos, etc.)

- Se um nó X é raiz de uma árvore, e um nó Y é raiz de uma sub-árvore de X, então X é **PAI** de Y e Y é **FILHO** de X



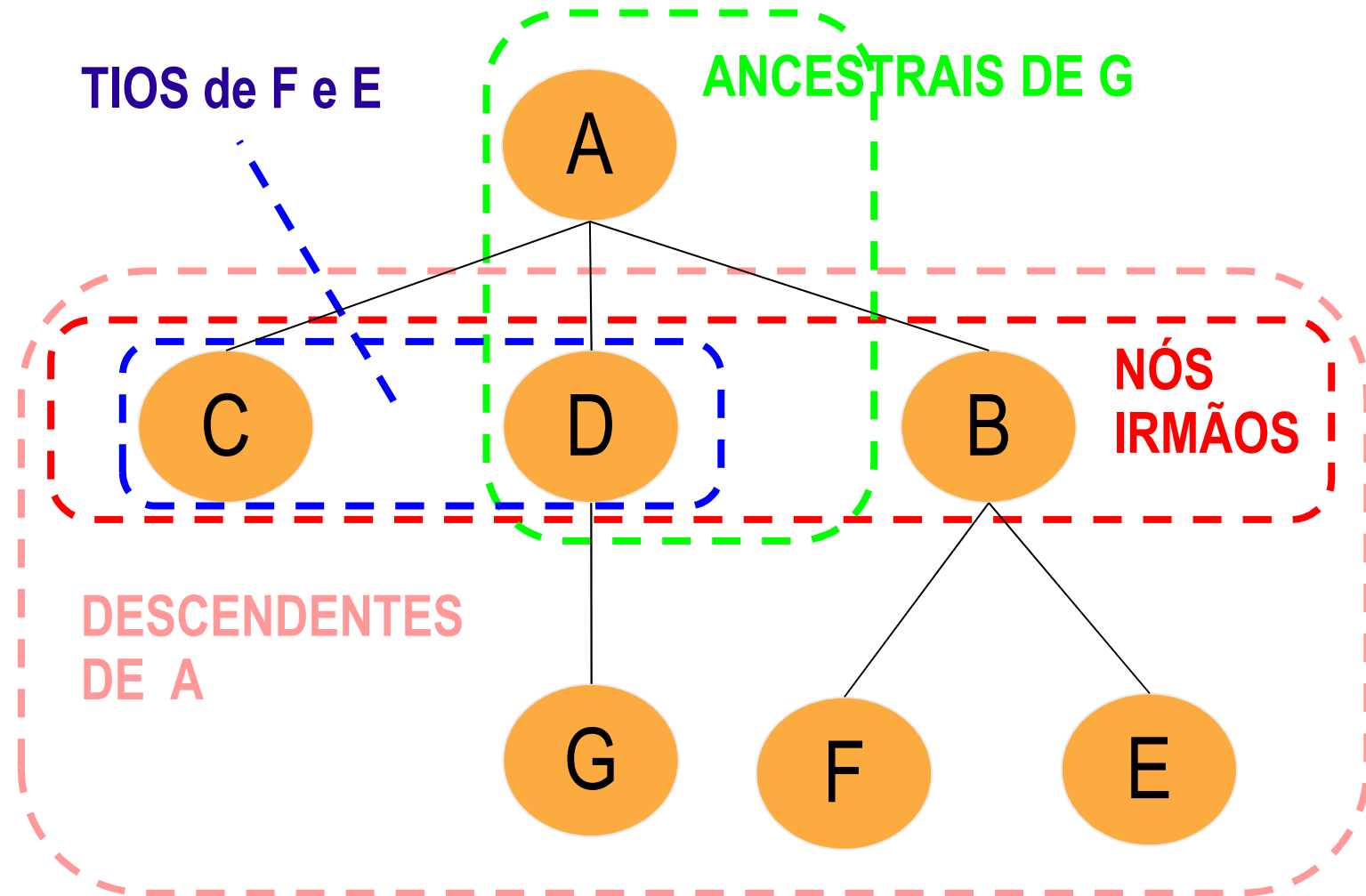
Definições (cont.)



Definições (cont.)

- O nó X é um **ANCESTRAL** do nó Y (e Y é **DESCENDENTE** de X)
 - se X é o PAI de Y , ou se X é **PAI** de algum **ANCESTRAL** de Y
- Dois nós são **IRMÃOS** se são filhos do mesmo pai
- Se os nós Y_1, Y_2, \dots, Y_j são irmãos, e o nó Z é filho de Y_1 , então Y_2, \dots, Y_j são **TIOs** de Z

Definições (cont.)



Conceitos

- **Nível**
 - não há definição única para o valor do nível da raiz
- **Grau**
- **Caminho e comprimento do caminho**
- **Altura ou profundidade**
- **Árvore Ordenada**
- **Árvore Orientada** (há autores que definem orientada como ordenada; não distinguem os 2 conceitos)
- **Floresta**
- **Árvore Cheia**

Conceitos

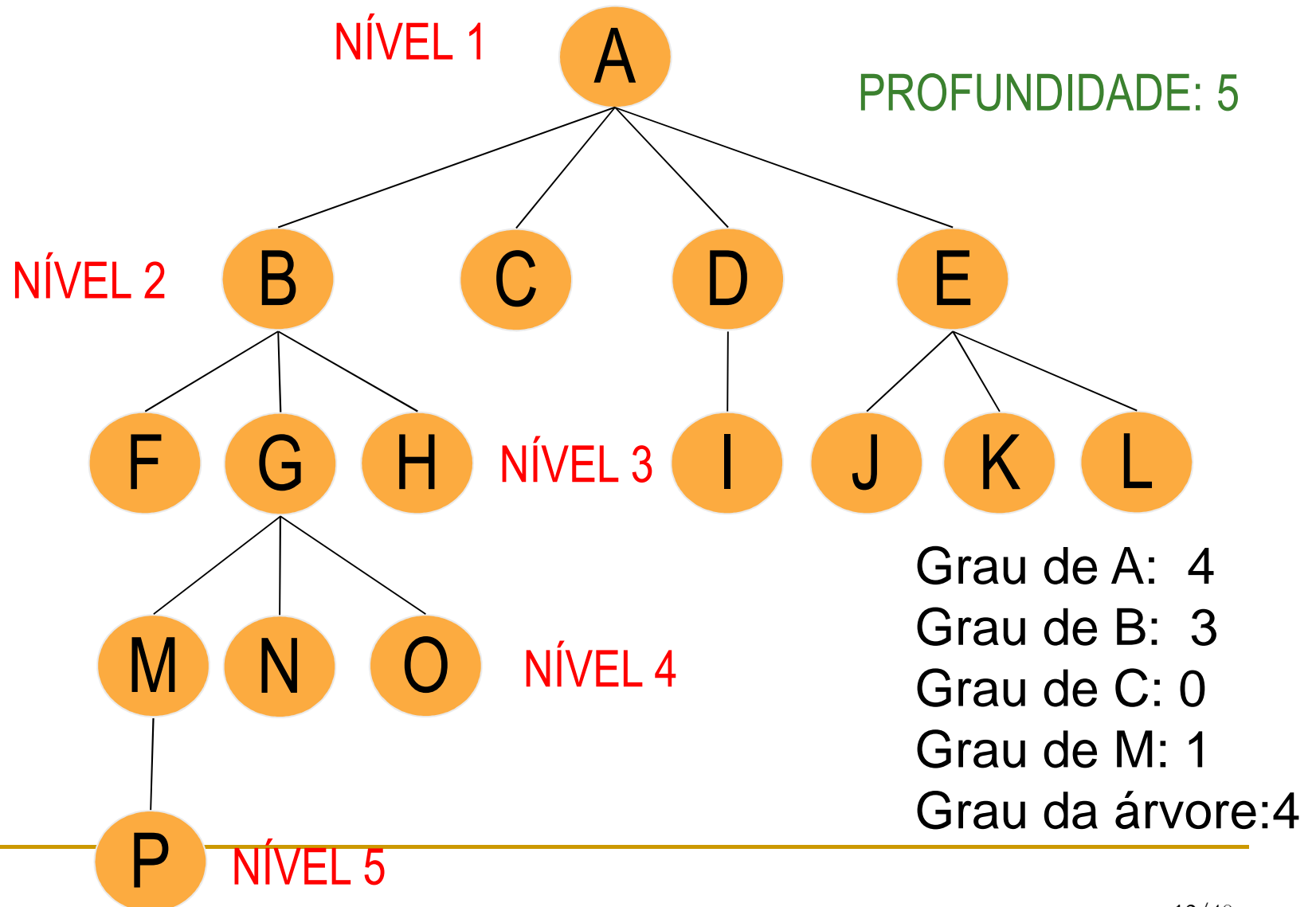
- O **NÍVEL** de um nó **X** é definido como:
 - O nível do nó raiz é 1
 - (esta definição **não é universal** – o nível da raiz pode ser 0)
 - O nível de um nó não-raiz é dado por (nível de seu nó PAI + 1)

- Os nós de maior nível são também nós-folha.

Conceitos (cont.)

- O **GRAU de um nó X** pertencente a uma árvore é igual ao número de filhos do nó X
- O **GRAU de uma árvore T** é o maior entre os graus de todos os seus nós

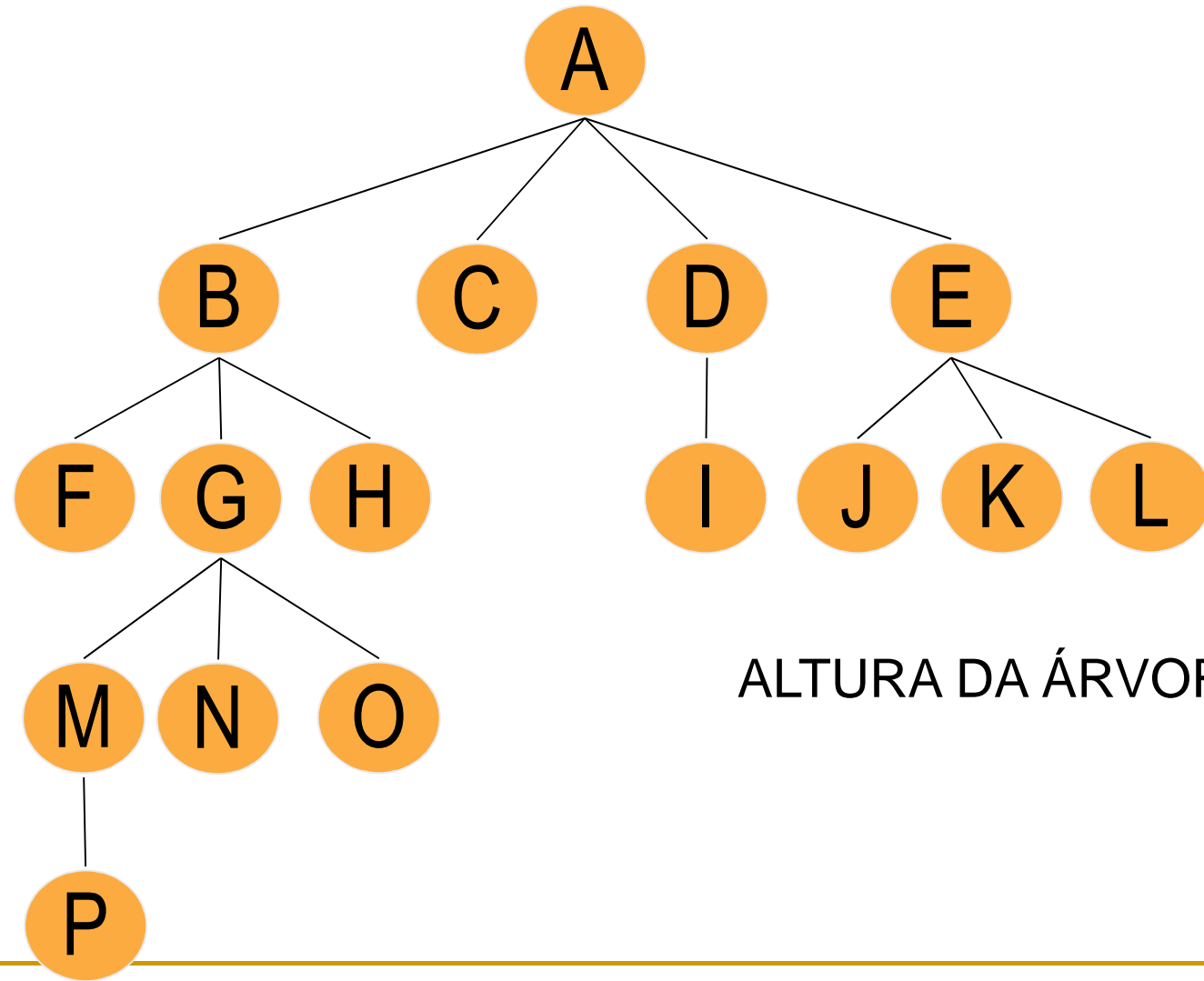
Conceitos (cont.)



Conceitos (cont.)

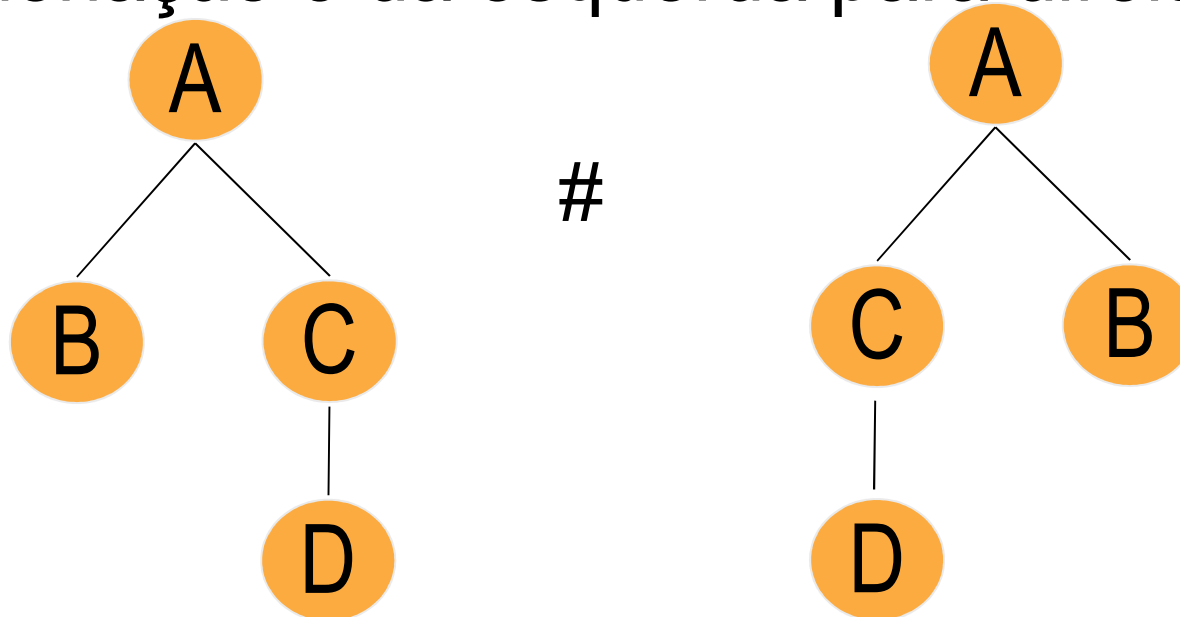
- Uma sequência de nós distintos v_1, \dots, v_k tal que cada nó v_{i+1} é **filho** de v_i é denominada um **CAMINHO** na árvore (diz-se que v_i alcança v_k).
- O número de arestas de um caminho define o **COMPRIMENTO DO CAMINHO**.
- A **ALTURA** ou **PROFUNDIDADE** de uma árvore **X** é dada pelo **MAIOR NÍVEL** de seus nós.
 - Alternativamente, corresponde ao número de nós do maior caminho entre a raiz e os nós folhas.
- Denota-se a altura de uma árvore com raiz **X** por **$h(X)$** , e a altura de uma sub-árvore com raiz **y** por **$h(y)$**

Conceitos (cont.)



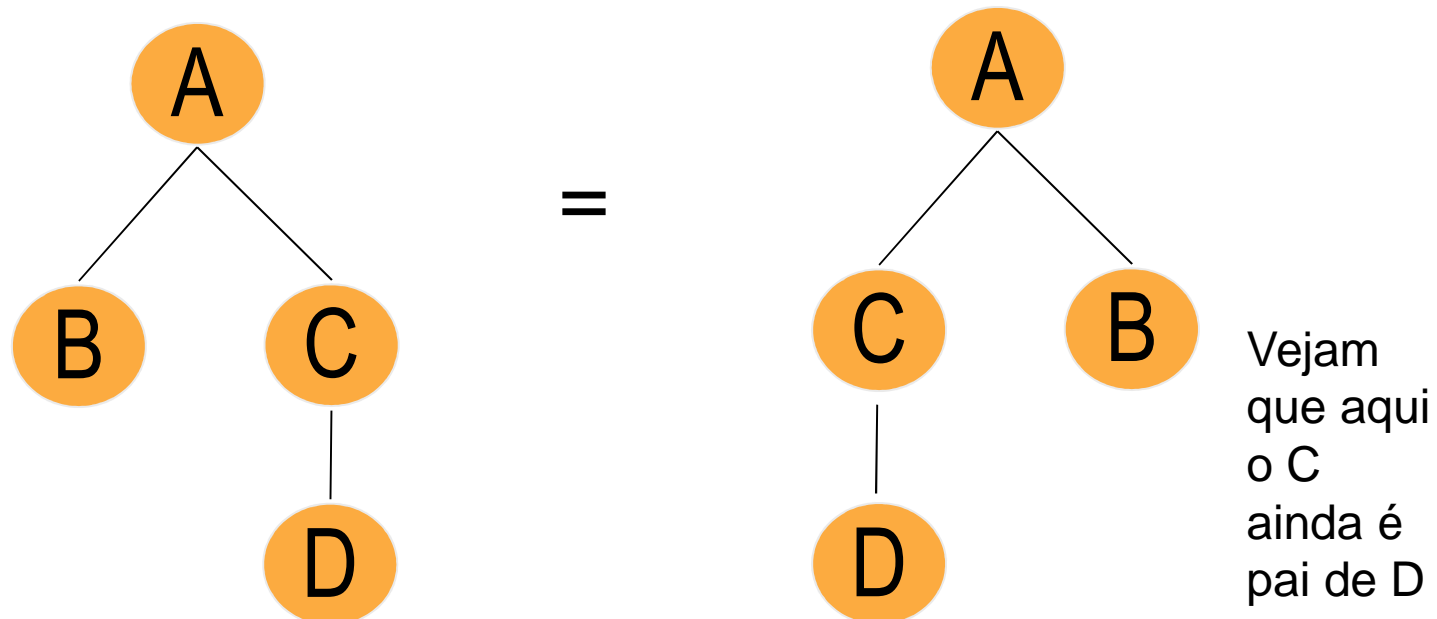
Conceitos (cont.)

- Uma árvore é **ORDENADA** se considerarmos o conjunto de sub-árvores T_1, T_2, \dots, T_n como um conjunto ordenado. Ordenação é da esquerda para direita.



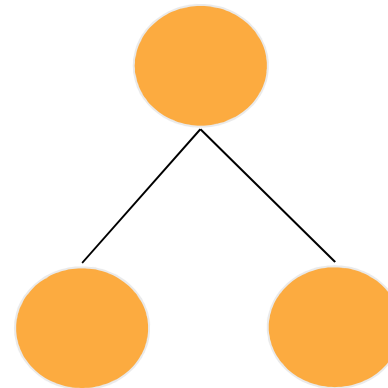
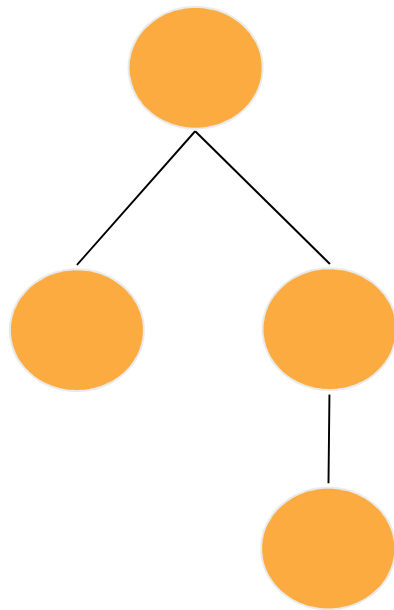
Conceitos (cont.)

- Uma árvore é **ORIENTADA** se apenas a orientação relativa dos nós – e não sua ordem – está sendo considerada.



Conceitos (cont.)

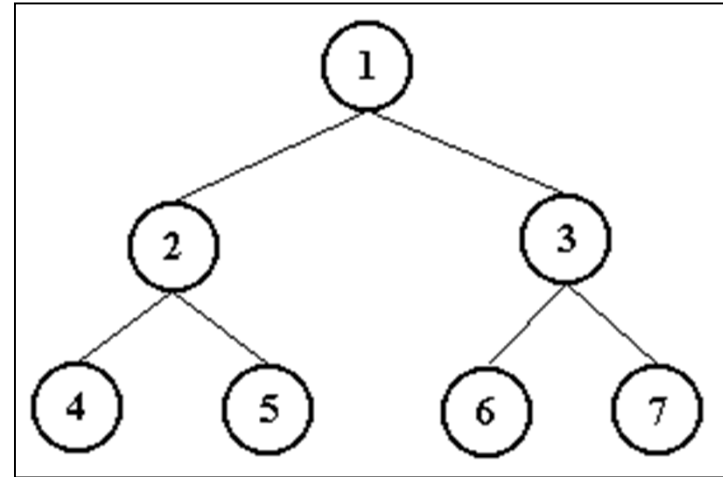
- Uma **FLORESTA** é um conjunto de 0 ou mais árvores distintas



Conceitos (cont.)

■ Árvore cheia

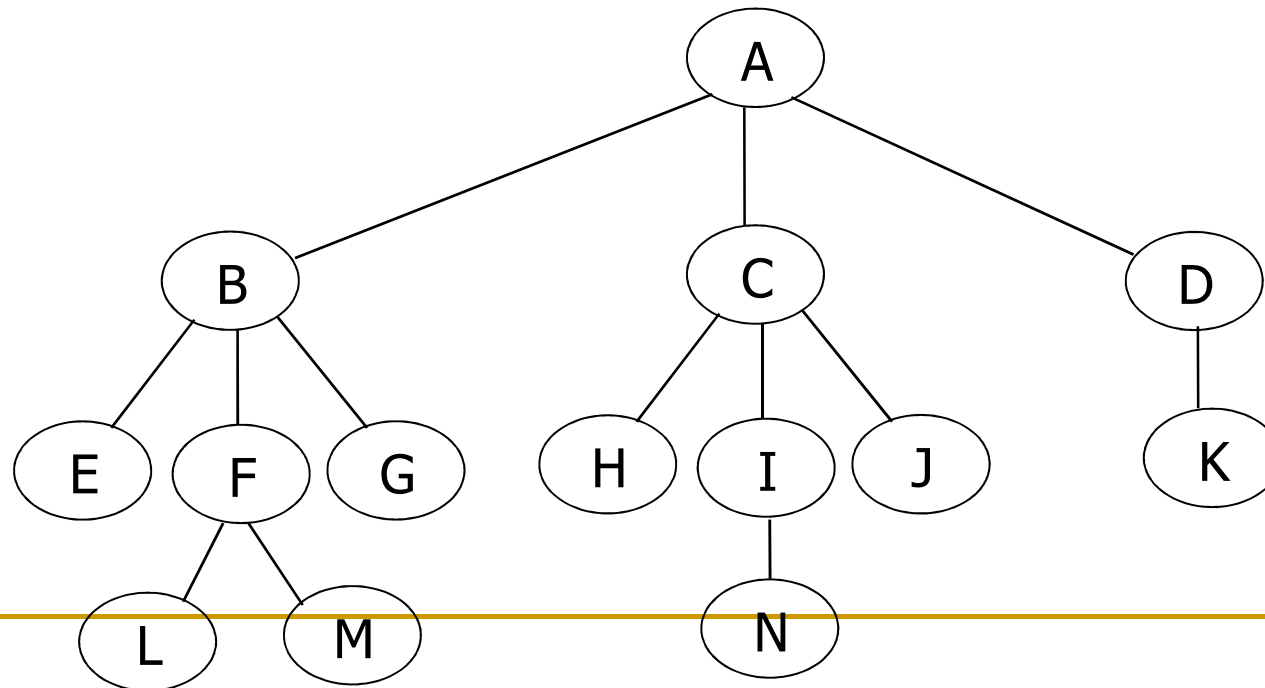
- Uma árvore de grau d é uma árvore cheia
 - se possui o número máximo de nós, isto é, todos os nós tem número máximo de filhos (exceto as folhas, logicamente) e todas as folhas estão na mesma altura



Exemplo de árvore cheia de grau 2

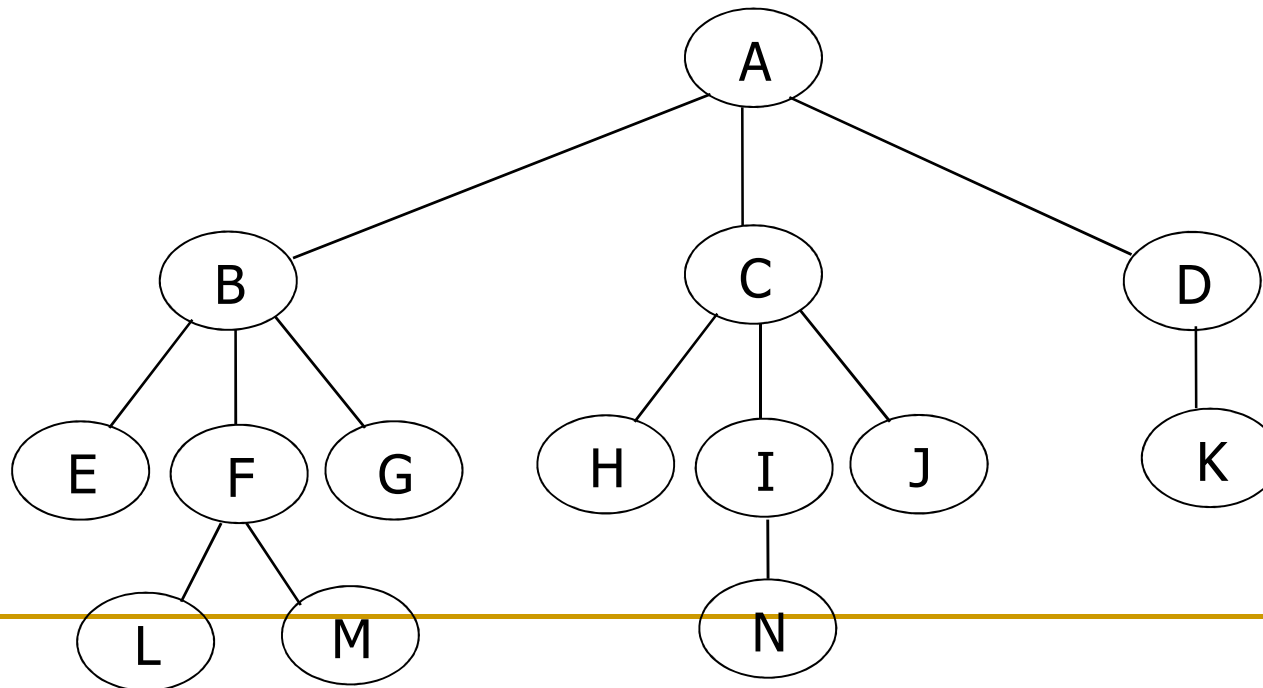
Árvores

- Considere a árvore abaixo
 - Quantas subárvores A tem?



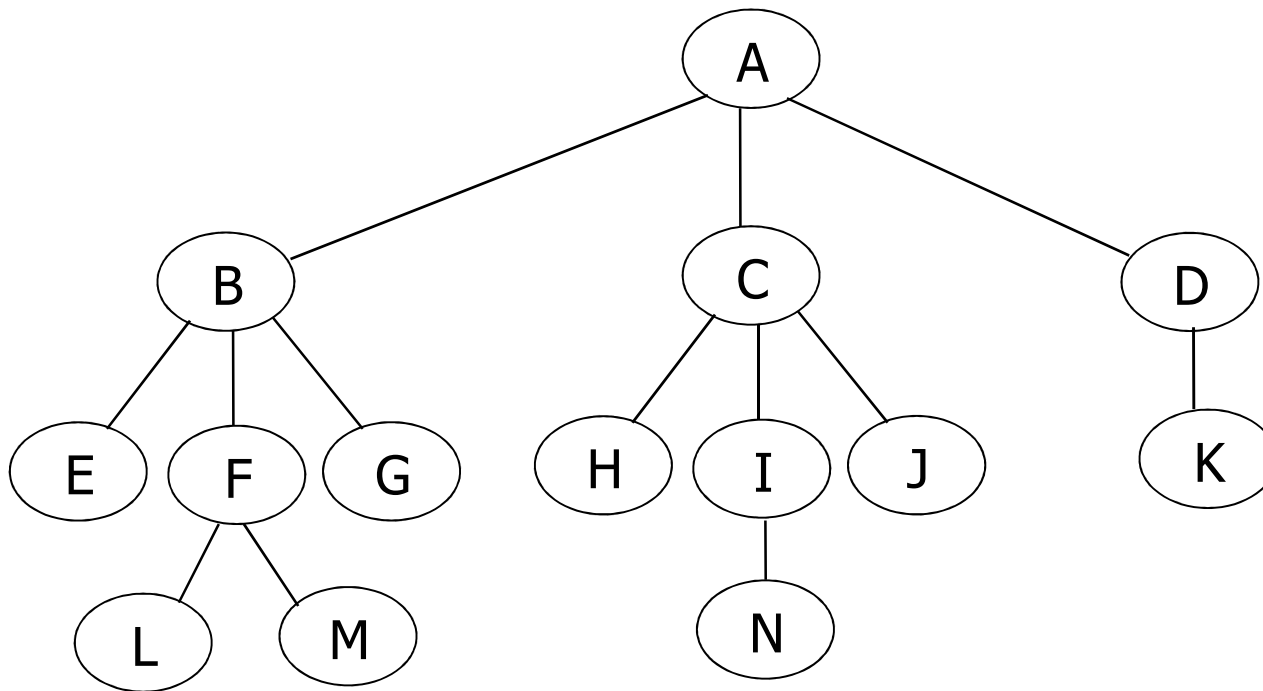
Árvores

- Considere a árvore abaixo
 - Quem são os filhos de A? E os descendentes de A?



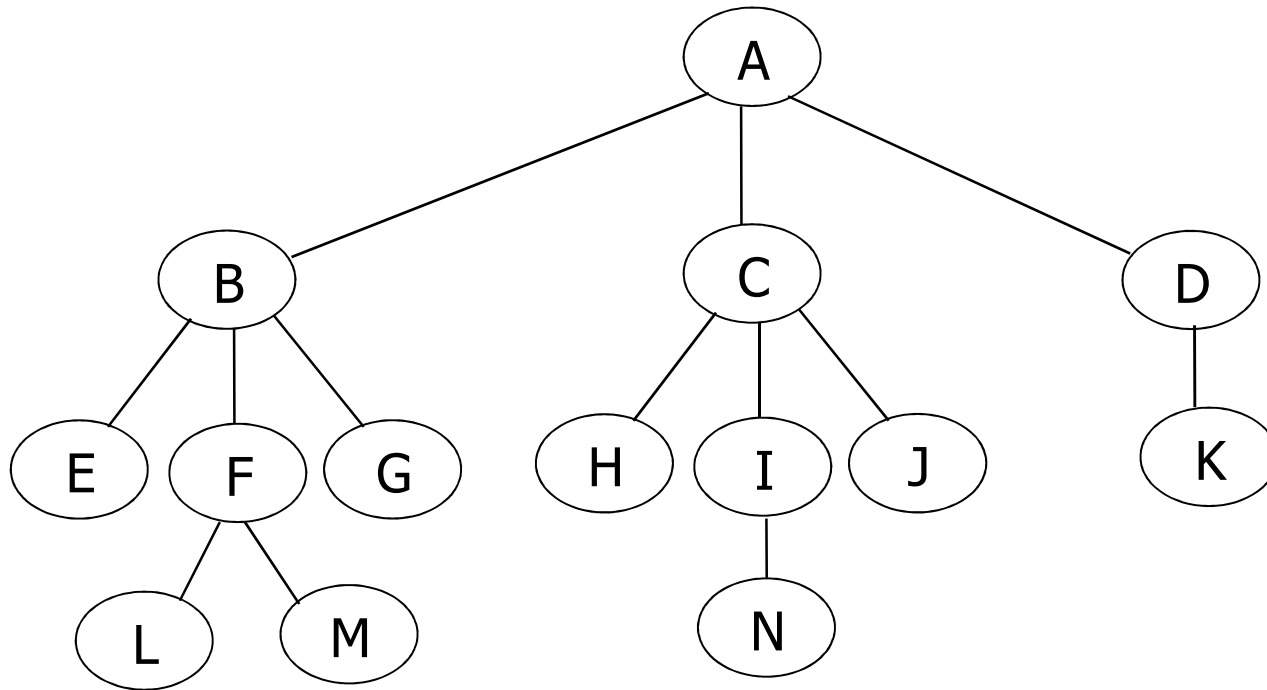
Árvores

- Considere a árvore abaixo
 - Quais são os nós folha dessa árvore?



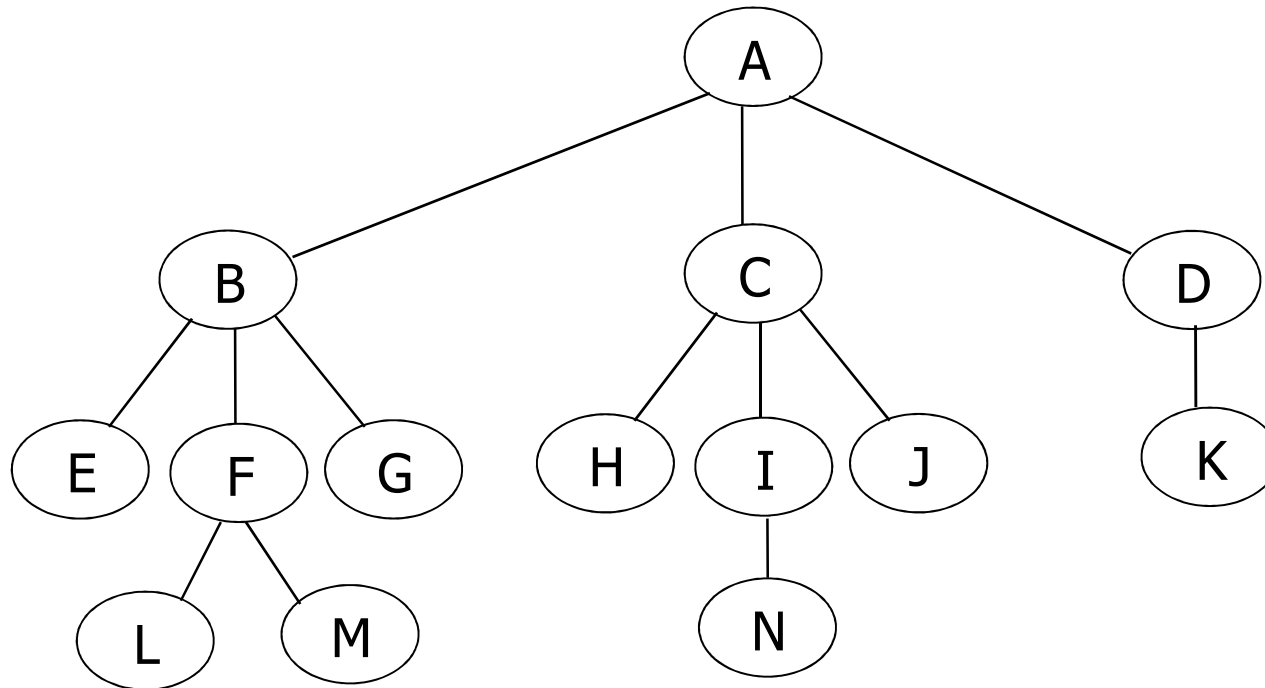
Árvores

- Considere a árvore abaixo
 - Qual o grau dessa árvore?

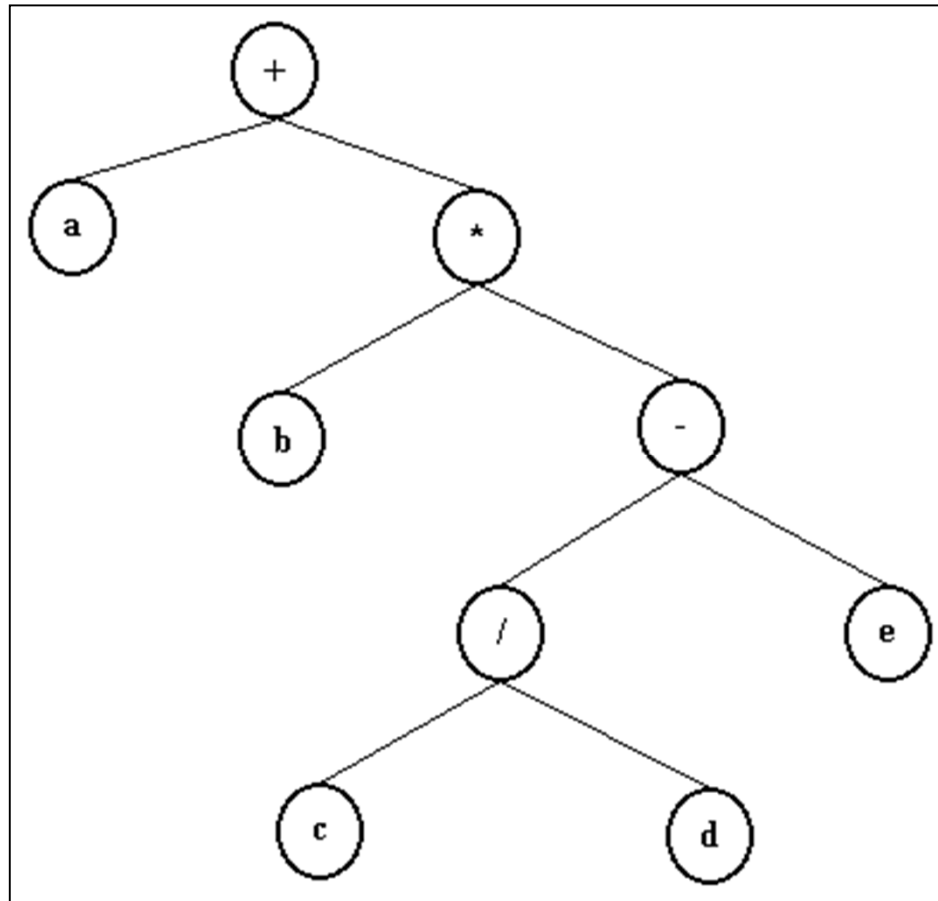


Árvores

- Considere a árvore abaixo
 - Qual a altura dessa árvore?

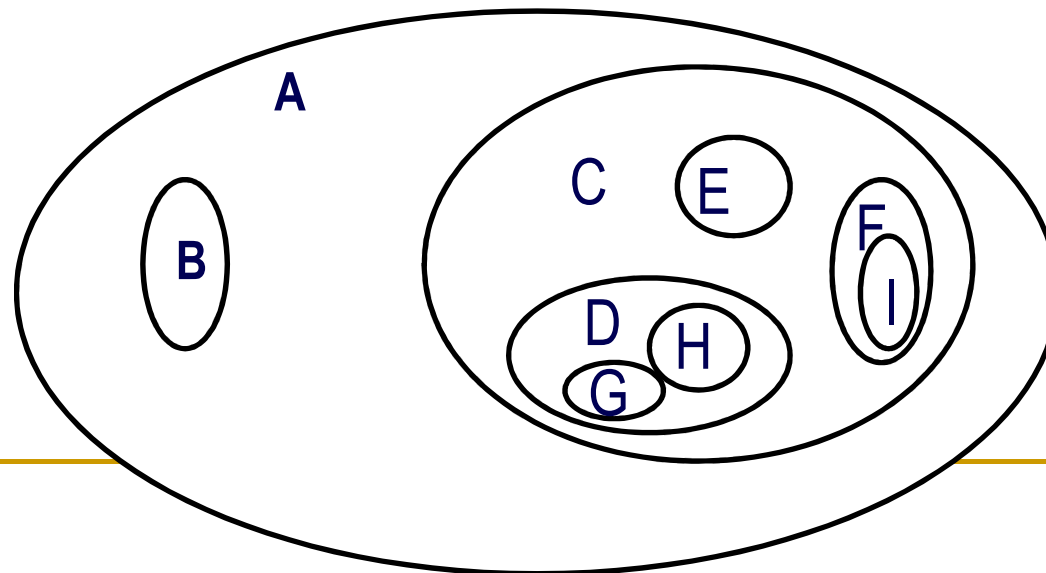


Exemplo: Representação da expressão aritmética $(a + (b * ((c / d) - e)))$

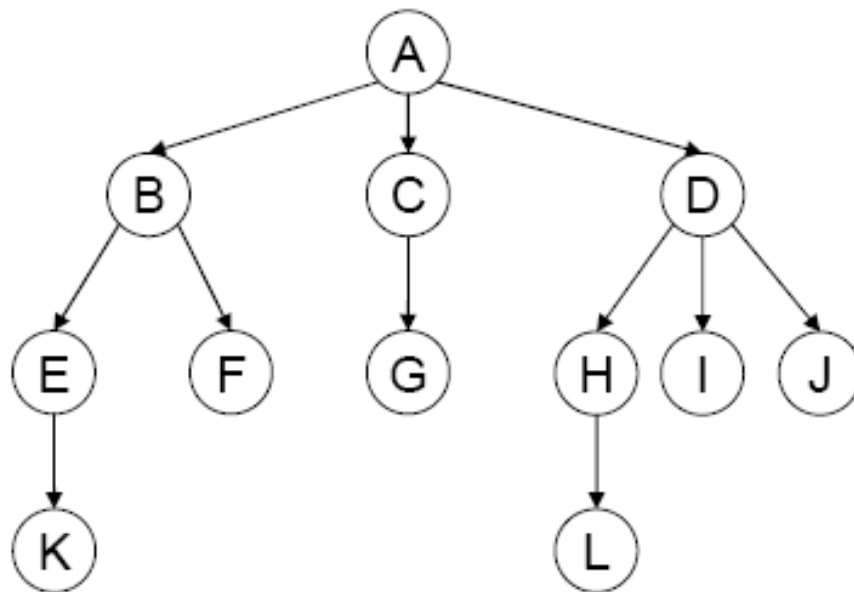


Outras Representações Gráficas

- Representação por paragrafação
- Representação por parênteses aninhados
 - (A (B) (C (D (G) (H)) (E) (F (I))))
 - ou seja, uma lista generalizada!!
- Representação por Diagramas de Venn

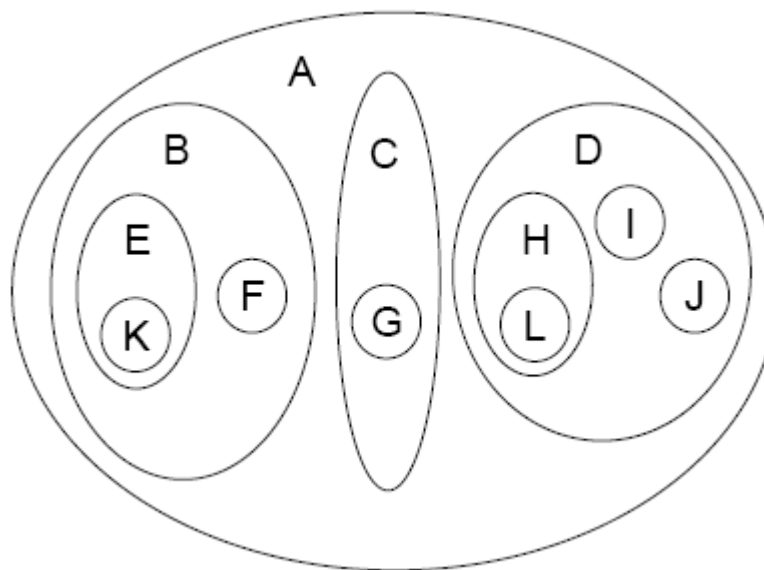
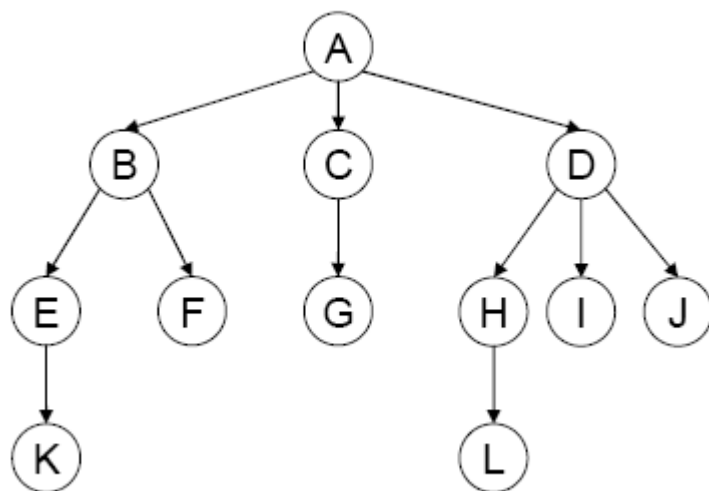


Representação por paragrafação



A
..B
....E
.....K
....F
..C
....G
..D
....H
.....L
....I
....J

Representação por Diagramas de Venn



Representação por parênteses aninhados

- ((A (B (E (K) (F)) C (G) D (H (L) (I) (J))))

