7^a Lista de Exercícios de SMA332 - Cálculo II

Professor: Thais Jordão e Wagner Vieira Leite Nunes 17.02.2014

Exercício 1 *Sejam* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *e* $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *funções dadas por*

$$f(x,y) \doteq \left(e^{x+2y}, \operatorname{sen}(y+2x)\right), \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ e } \quad g(u,v,w) \doteq (w^2, 2v-u), \quad (u,v,w) \in \mathbb{R}^3.$$

a) *Encontre as matrizes jacobianas associadas às funções* $\underline{f}$ *e* $\underline{g}$, *para* $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ *e* $(u,v,w) \in \mathbb{R}^3$, *respectivamente.*
b) *Encontre a matriz jacobiana da função composta* $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *dada por* $h(u,v,w) \doteq (f \circ g)(u,v,w)$, *para*$(u,v,w) \in \mathbb{R}^3$.

Exercício 2 *Sejam* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *e* $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *as funções dadas por*

$$f(x,y,z) \doteq \left(x^2+y+z, 2x+y+z^2\right), (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \text{ e } \quad g(u,v,w) \doteq \left(w^2, \operatorname{sen}(v), e^{u^2}\right), (u,v,w) \in \mathbb{R}^3.$$

a) *Encontre as matrizes jacobianas associadas às funções* $\underline{f}$ *e* $\underline{g}$, *para* $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ *e* $(u,v,w) \in \mathbb{R}^3$, *respectivamente*
b) *Encontre a matriz jacobiana da função composta* $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *dada por* $h(u,v,w) \doteq (f \circ g)(u,v,w)$, *para* $(u,v,w) \in \mathbb{R}^3$.

Exercício 3 *Considere a transformação* $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *dada por* $T(x,y) \doteq (2x,y)$, *para* $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. *Qual a imagem da circunferência* $x^2+y^2=1$, *pela tranformação* T? *Faça uma representação geométrica da situação.*

Exercício 4 *Considere a transformação* $T : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ *dada por*

$$T(x,y) \doteq \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right), \quad (x,y) \neq (0,0).$$

ea) *Mostre que a transformação* T *leva círcunferências centradas na origem de raio* r *em círcunferências centradas na origem de raio* $\frac{1}{r}$.
b) *Mostre que a trasnformação* T *leva a semi-reta* $(x,y) = t(x_o, y_o)$, $t > 0$, $(x_o, y_o) \neq (0,0)$ *nela mesma.*
c) *Mostre que a a transformação* T *admite transformação inversa e inversa da transformação* T *é a própria transformação* T *(isto é, tem a mesma expressão da transformação* T*).*