Árvores-B: Remoção

Cristina Dutra de Aguiar Ciferri
Thiago A. S. Pardo

Desempenho da Árvore-B

- Baseado em suas propriedades
  2 cada página, exceto a raiz e as folhas, possui no mínimo ⌈m/2⌉ descendentes → taxa de ocupação
  5 uma página interna com k descendentes contém k-1 chaves
  6 uma folha possui no mínimo ⌈m/2⌉ - 1 chaves e no máximo m - 1 chaves → taxa de ocupação

habilidade de garantir que a árvore seja "larga e rasa" ao invés de "estreita e profunda"

Desempenho da Árvore-B

- ***Split***
  - garante a manutenção das propriedades da árvore-B durante a inserção de novas chaves
- Remoção
  - também deve garantir as propriedades durante a remoção de chaves
  - *underflow*
    - ocorre quando o número de chaves em uma página fica abaixo do número mínimo de chaves permitido pela árvore-B

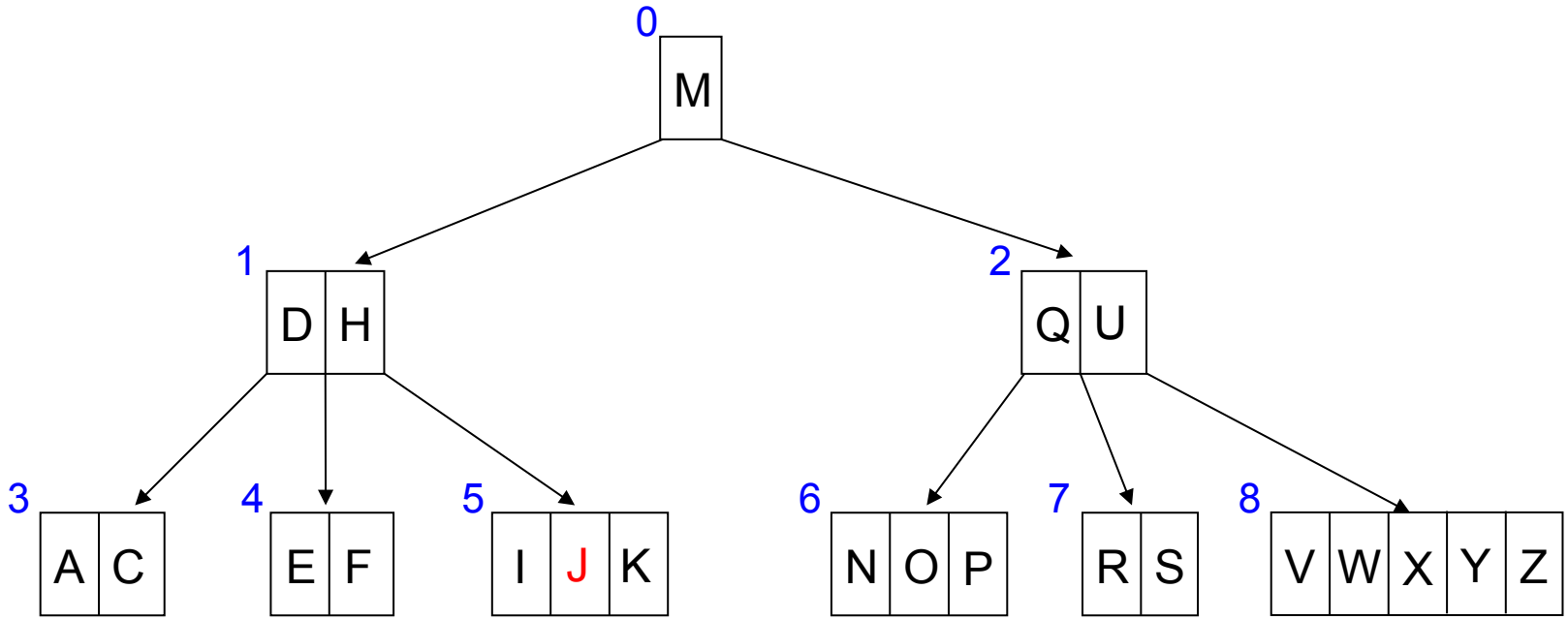
Remoção: Caso 1

- Remoção de uma chave em um nó folha, sem causar *underflow*
  - situação mais simples possível
- Solução
  - eliminar a chave da página
  - rearranjar as chaves remanescentes dentro da página para fechar o espaço liberado

Remoção: Caso 1

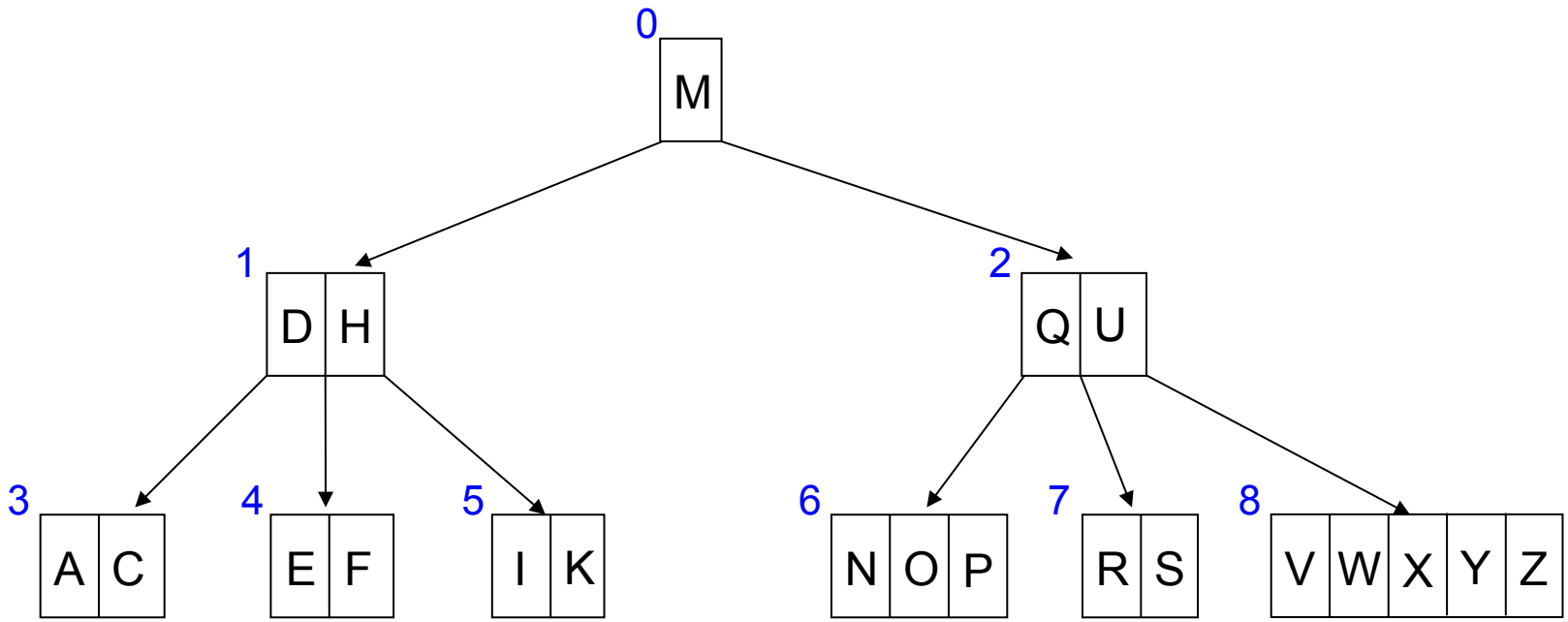
- Remoção de J

• árvore-B de ordem 6



Remoção: Caso 1

- Remoção de J
  - página 5 garante a taxa de ocupação

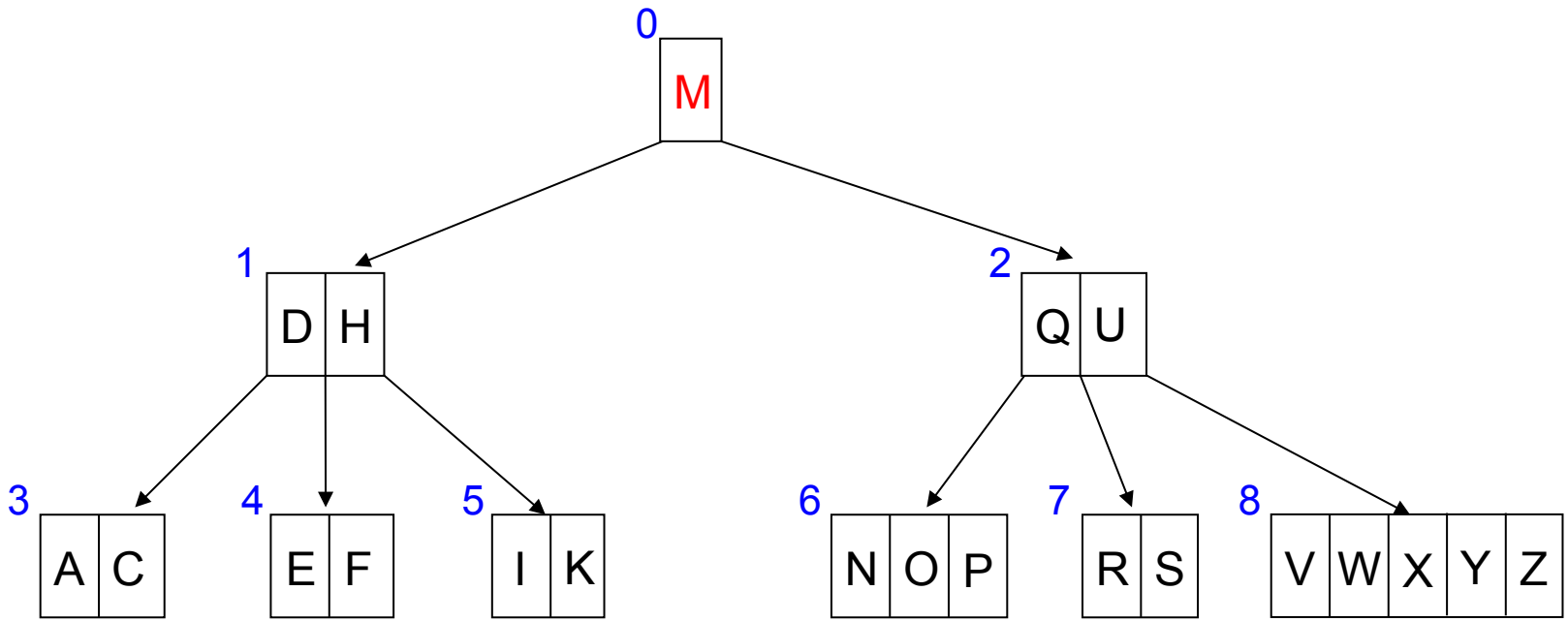


Remoção: Caso 2

- Remoção de uma chave em um nó não folha
- Solução
  - sempre remover chaves somente nas folhas
- Passos
  - trocar a chave a ser removida com a sua chave sucessora imediata (que está em um nó folha)
  - remover a chave diretamente do nó folha

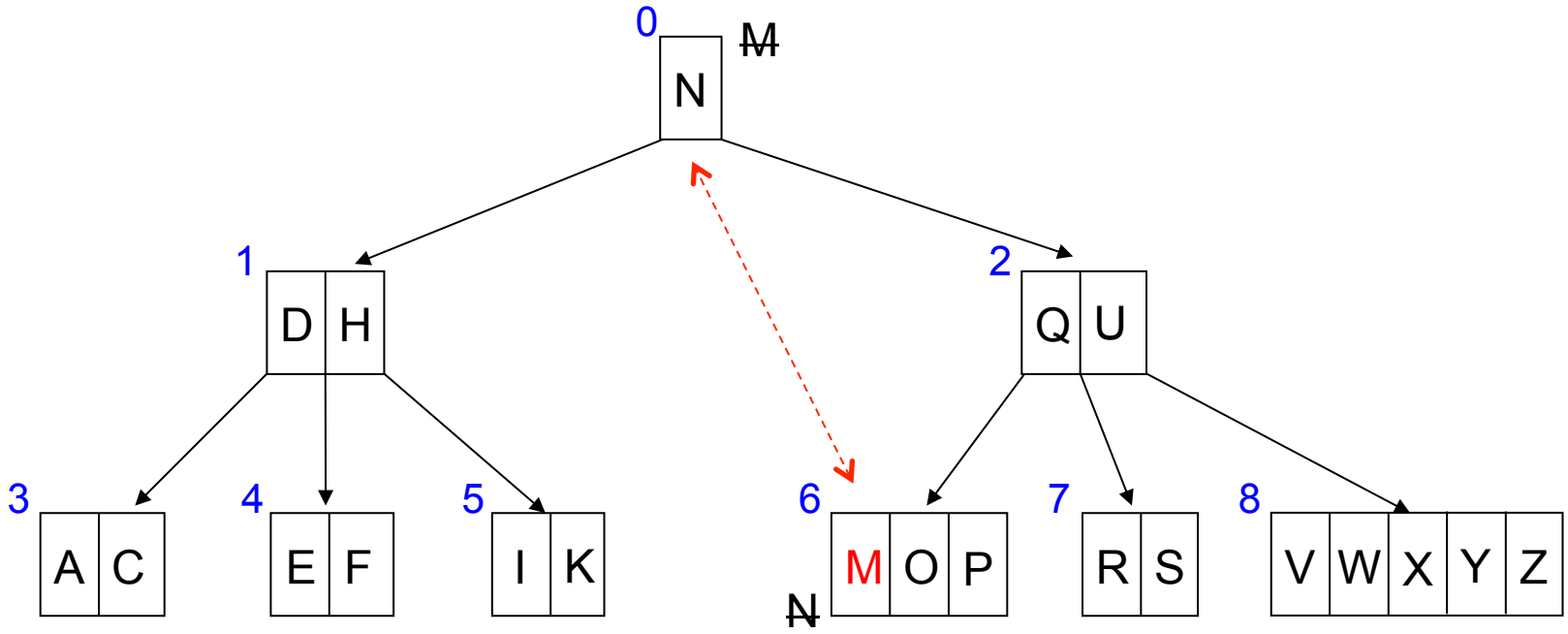
Remoção: Caso 2

- Remoção de M



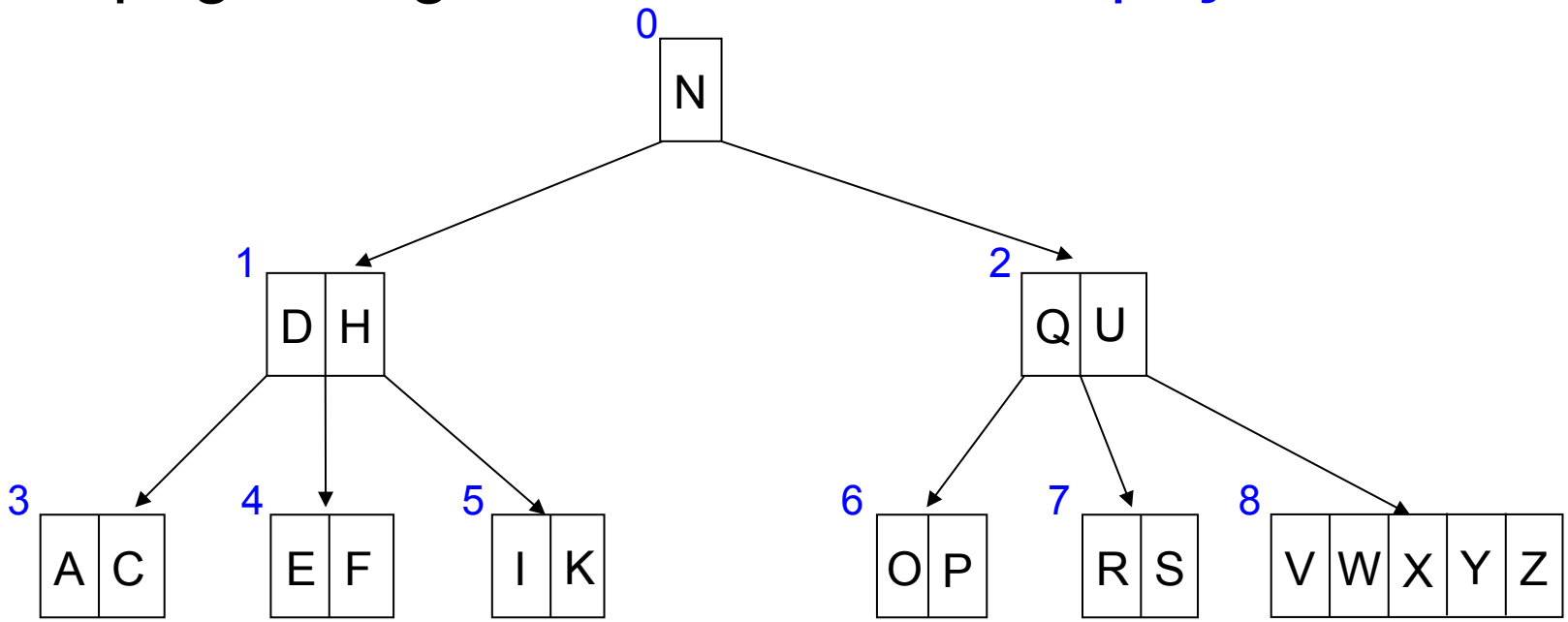
Remoção: Caso 2

- Remoção de M
  - troca-se M com N



Remoção: Caso 2

- Remoção de M
  - elimina-se M
  - página 6 garante a taxa de ocupação

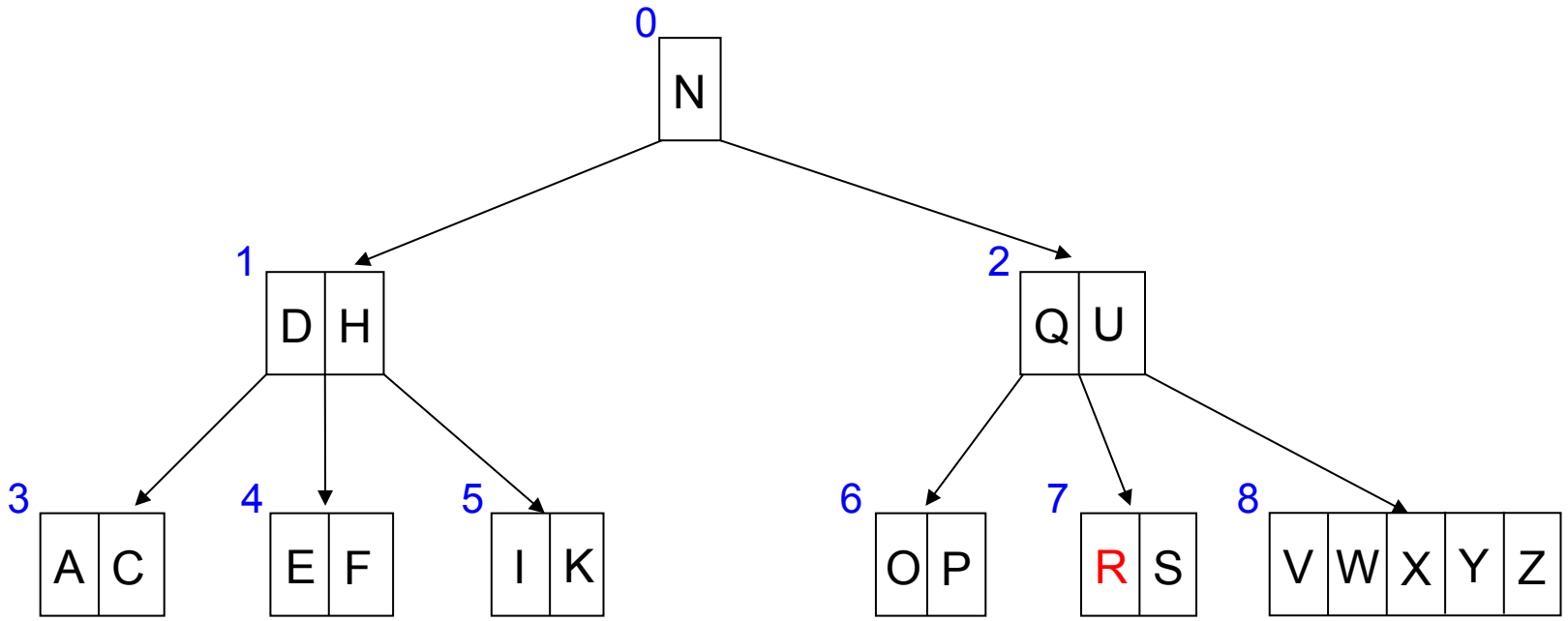


Remoção: Caso 3

- Remoção de uma chave em um nó, causando *underflow*
- Solução: Redistribuição
  - procurar uma página irmã (i.e., que possui o mesmo pai) adjacente que contenha mais chaves do que o mínimo
  - se encontrou
    - redistribuir as chaves entre as páginas
    - reacomodar a chave separadora, modificando o conteúdo do nó pai

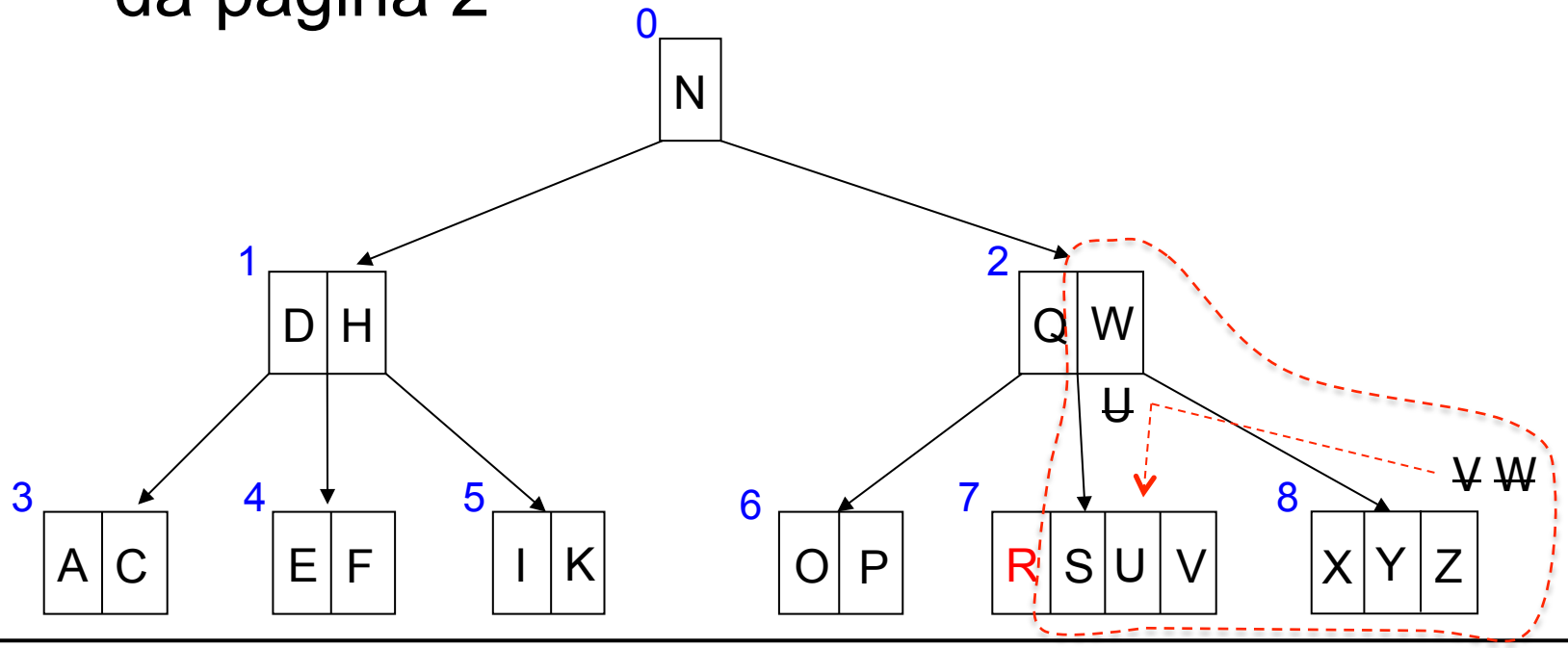
Remoção: Caso 3

- Remoção de R



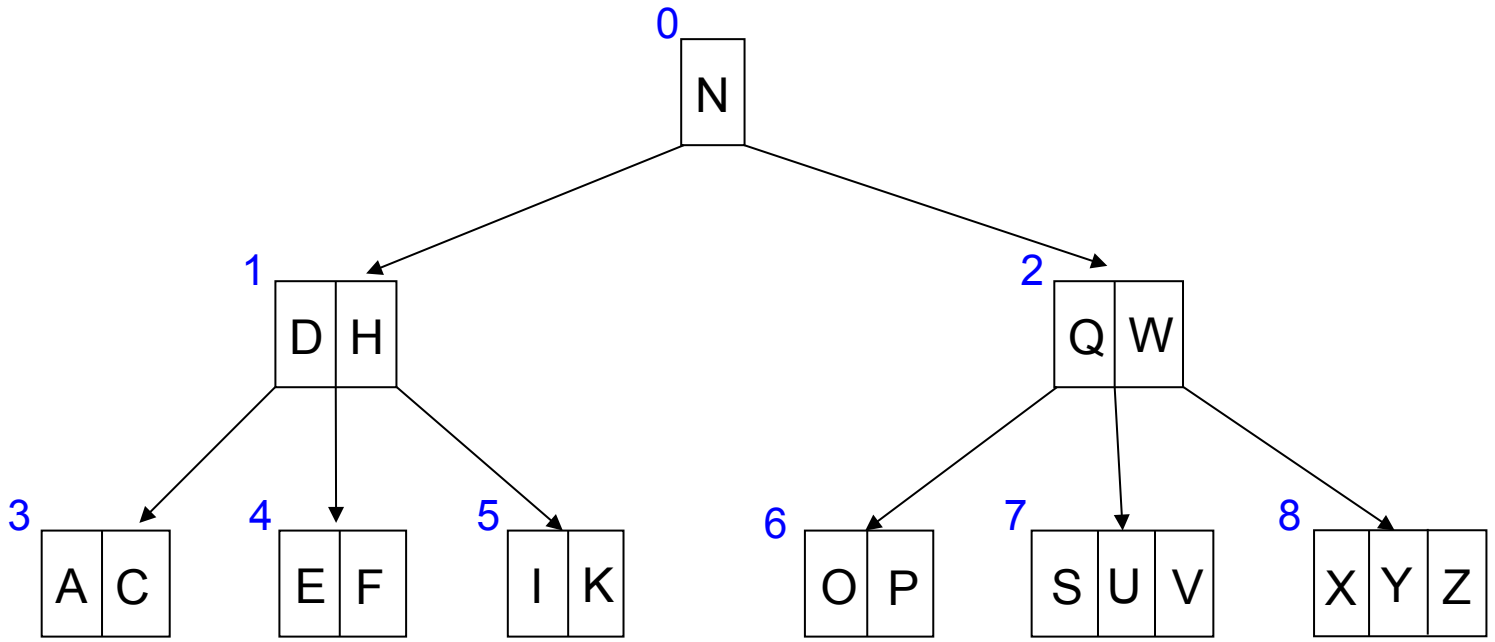
Remoção: Caso 3

- Remoção de R
  - para evitar *underflow* na página 7, redistribui-se as chaves entre as páginas 7 e 8 por meio da página 2



Remoção: Caso 3

- Remoção de R
  - páginas 7 e 8 garantem a taxa de ocupação



Remoção: Caso 4

- Remoção de uma chave em um nó, causando *underflow* e a redistribuição não pode ser aplicada
- Solução: Concatenação
  - combinar para formar uma nova página
    - o conteúdo do nó que sofreu *underflow*
    - o conteúdo de um nó irmão adjacente
    - a chave separadora no nó pai
  - tratar o *underflow* no nó pai, caso necessário

Concatenação

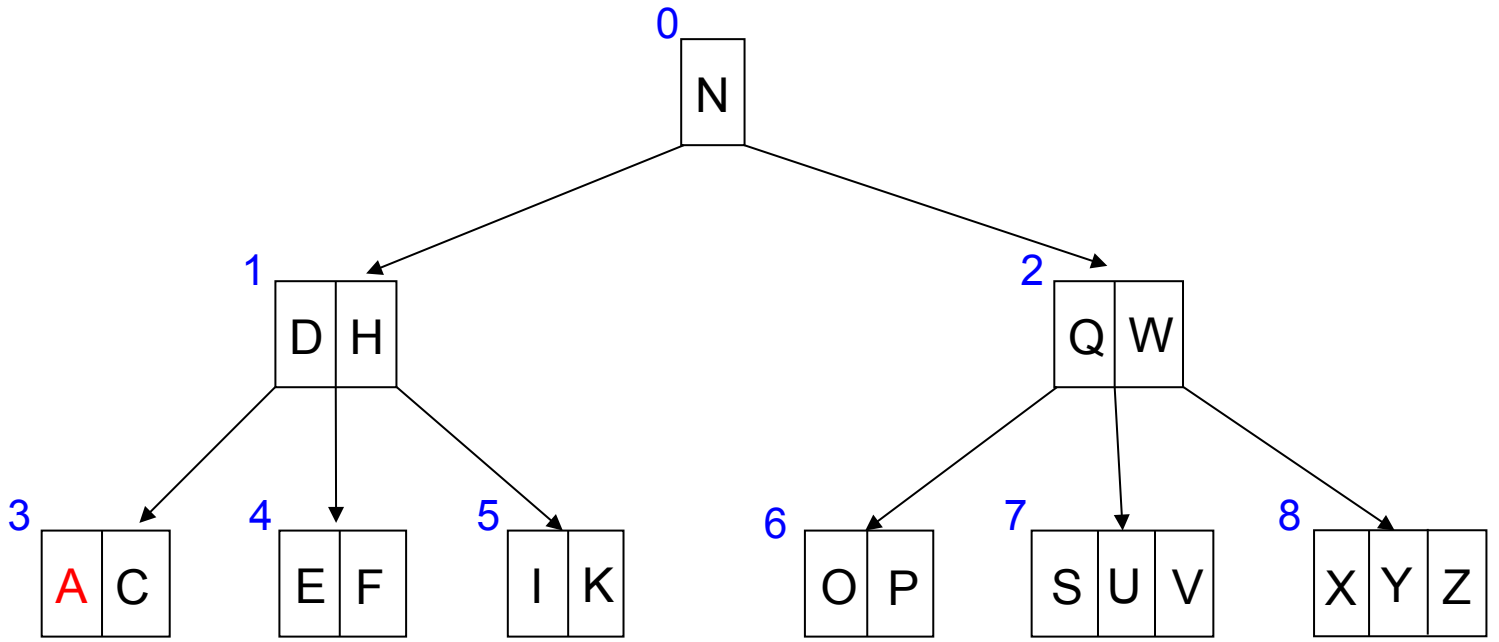
- Processo inverso do *split*
- Características
  - reverte a promoção de uma chave
  - pode causar *underflow* no nó pai

  $\Rightarrow$ concatenação pode ser propagada em direção ao nó raiz

ocorre a redução no número total de nós da árvore

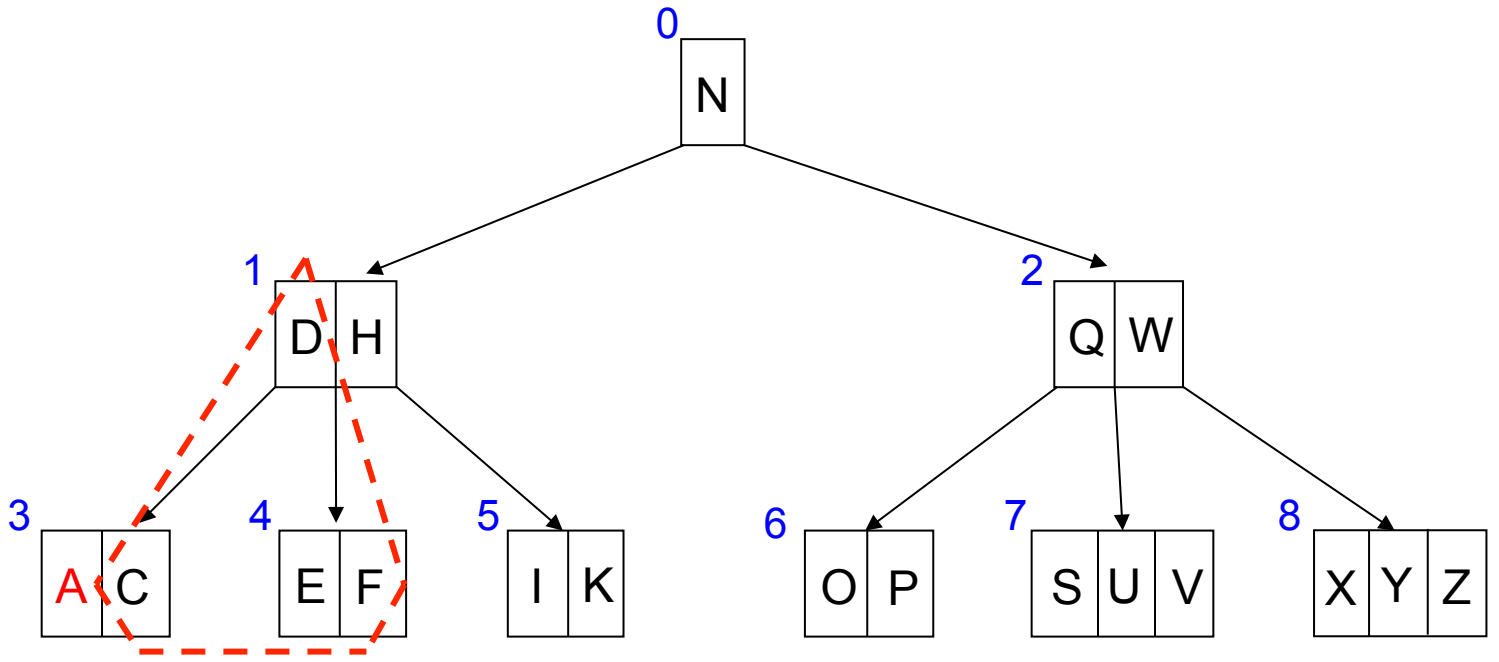
Remoção: Caso 4

- Remoção de A



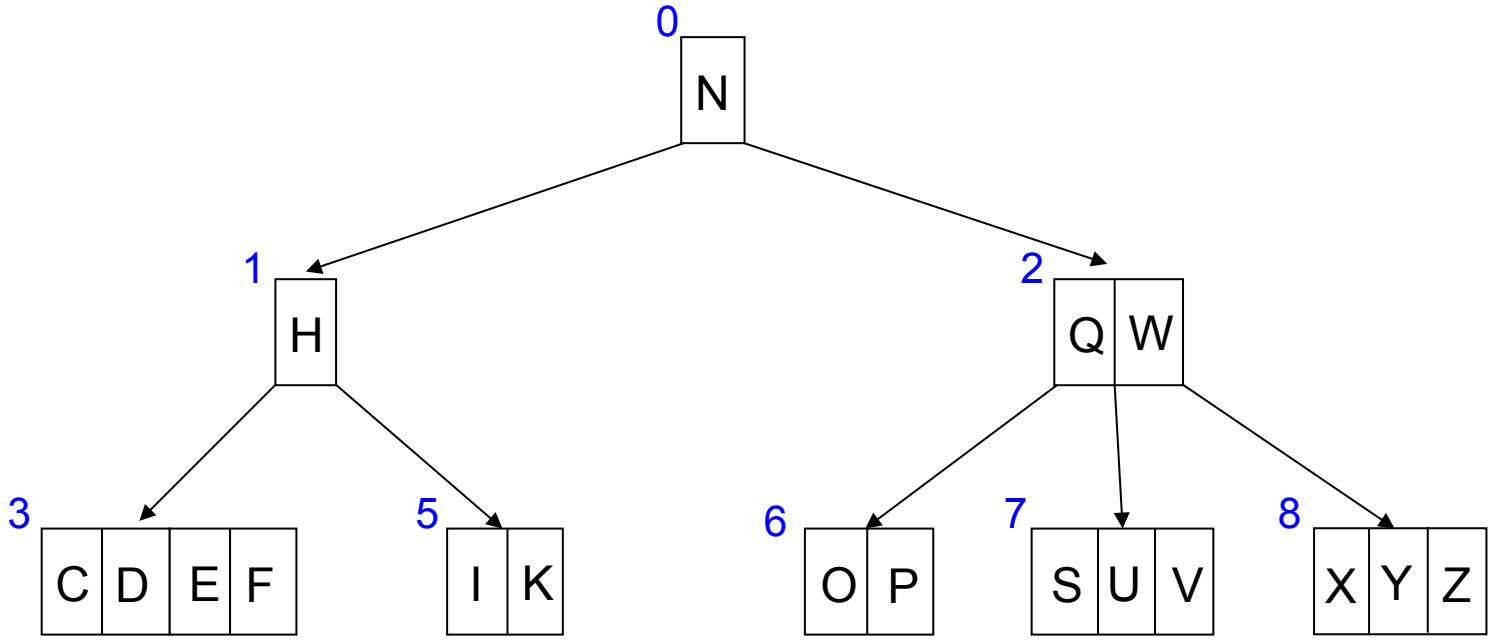
Remoção: Caso 4

- Remoção de A
  - concatena-se as páginas 3 e 4 por meio da página 1



Remoção: Caso 4

- Remoção de A
  - gera-se *underflow* na página 1, o qual precisa ser tratado

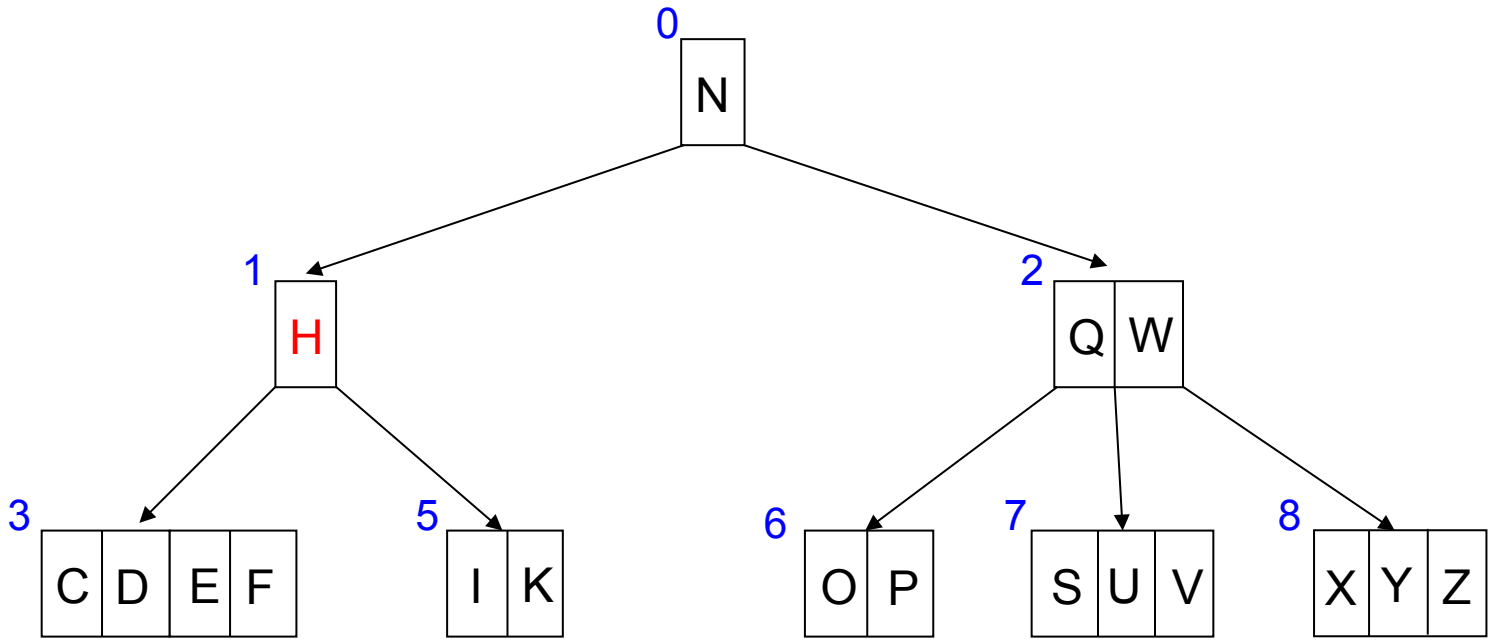


Remoção: Caso 5

- *Underflow* no nó pai causado pela remoção de uma chave em um nó filho
- Solução
  - utilizar *redistribuição* ou *concatenação*, dependendo da quantidade de chaves que a página irmã adjacente contém

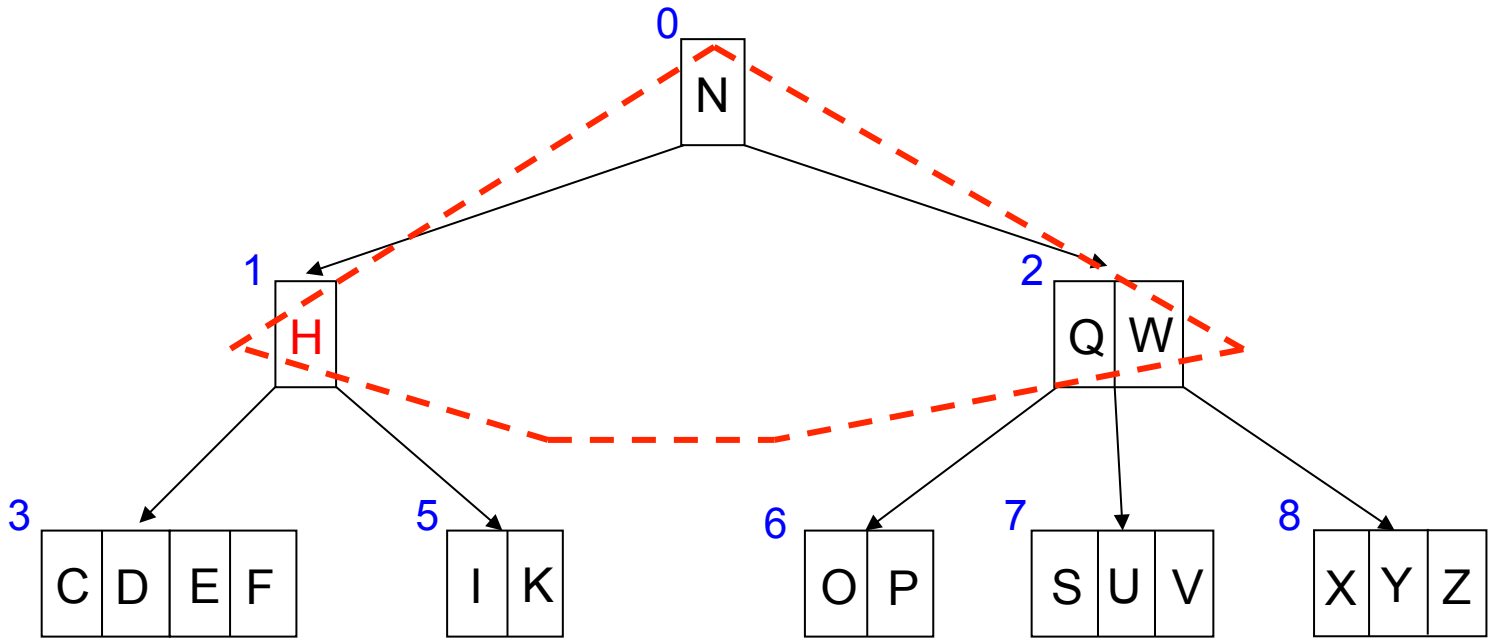
Remoção: Caso 5

- Propagação do *underflow*



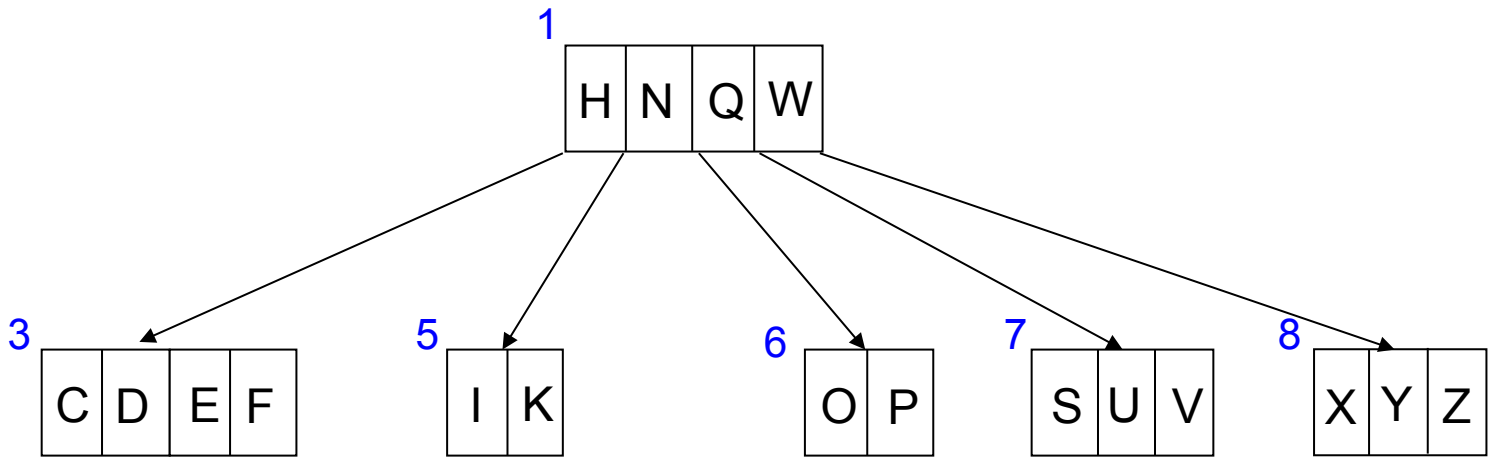
Remoção: Caso 5

- Propagação do *underflow*
  - concatena-se as páginas 1 e 2 por meio da página 0



Remoção: Caso 5

- Propagação do *underflow*



Remoção: Caso 6

- Diminuição da altura da árvore
- Característica
  - o nó raiz possui uma única chave
  - a chave é absorvida pela concatenação de seus nós filhos
- Solução
  - eliminar a raiz antiga
  - tornar no nó resultante da concatenação dos nós filhos a nova raiz da árvore

Remoção em Árvore-B

1. se a chave a ser removida não estiver em um nó folha, troque-a com sua sucessora imediata, que está em um nó folha
2. remova a chave
3. após a remoção, se o nó satisfaz o número mínimo de chaves, nenhuma ação adicional é requerida

Remoção em Árvore-B

4. após a remoção, caso ocorra *underflow*, verifique o número de chaves nos nós irmãos adjacentes à esquerda e à direita
   a. se algum nó irmão adjacente possui mais do que o número mínimo de chaves, aplique a redistribuição
   b. se nenhum nó irmão adjacente possui mais do que o número mínimo de chaves, aplique a concatenação

Remoção em Árvore-B

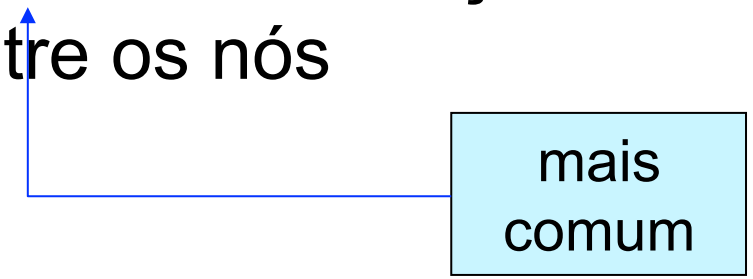
5. se ocorreu concatenação, repita os passos 3 a 5 para o nó pai
6. se a última chave da raiz for removida, a altura da árvore é diminuída

Redistribuição

- Representa uma idéia inovadora
  - diferente do *split* ou da concatenação
- Não se propaga para os nós superiores
  - apenas efeito local na árvore
- Baseada no conceito de nós irmãos adjacentes
  - dois nós logicamente adjacentes, mas com pais diferentes não são irmãos

Redistribuição

- Não fixa a forma na qual as chaves devem ser redistribuídas
  - possibilidade 1: mover somente uma chave, mesmo que a distribuição das chaves entre as páginas não seja uniforme
  - possibilidade 2: mover k chaves
  - possibilidade 3: distribuição uniforme das chaves entre os nós



Redistribuição durante Inserção

- Funcionalidade
  - permite melhorar a taxa de utilização do espaço alocado para a árvore

- *split*
  - divide uma página com *overflow* (i.e., working page) em duas páginas semi-vazias (i.e., page e newpage)

X

- redistribuição
  - a chave que causou *overflow* (além de outras chaves) pode ser colocada em outra página

Redistribuição durante Inserção

- Opção interessante
  - a rotina de redistribuição já está codificada para prover suporte à remoção
  - a redistribuição evita, ou pelo menos adia, a criação de novas páginas
    - tende a tornar a árvore-B mais eficiente em termos de utilização do espaço em disco
    - garante um melhor desempenho na busca, desde que um número menor de nós pode reduzir a altura da árvore, por exemplo

Split x Redistribuição

- Somente *split* na inserção
  - no pior caso, a utilização do espaço é de cerca de 50%
  - em média, para árvores grandes, o índice de ocupação é de ~69%
- Com redistribuição na inserção
  - em média, para árvores grandes, o índice de ocupação é de ~86%