



Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC)  
Universidade de São Paulo – USP/São Carlos

## Mapeamento e Localização Simultâneos

Giampaolo Luiz Libralon

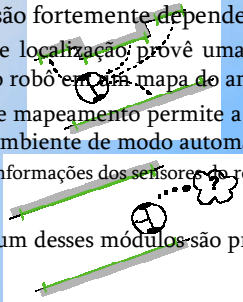
Professora Roseli Aparecida Francelin Romero

## Introdução

- Mapeamento e Localização Simultâneos
  - Também conhecido como SLAM (*Simultaneous Localization and Mapping*);
  - Aumento do número de pesquisas nas últimas duas décadas;
- Começando de um ponto inicial arbitrário, um robô móvel deve ser capaz de, autonomamente, explorar um ambiente, obter conhecimento sobre ele, construir um mapa baseado em algum tipo de representação e se localizar em relação a este mapa.

## Introdução Exemplo

- Incorpora módulos de localização e mapeamento que são fortemente dependentes
  - Módulo de localização: provê uma estimativa da posição do robô em um mapa do ambiente;
  - Módulo de mapeamento permite a atualização do mapa do ambiente de modo automatizado;
    - Utiliza informações dos sensores do robô;
  - Erros em um desses módulos são propagados para o outro.



## Introdução

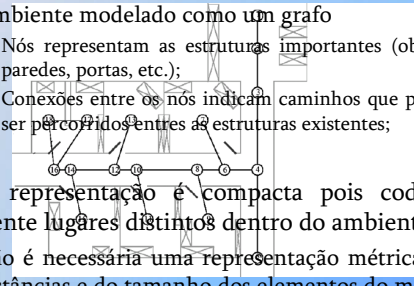
- SLAM confere autonomia aos robôs móveis pois permite:
  - Navegação em ambientes desconhecidos, nos quais um mapa deverá ser construído e atualizado à medida que o robô se desloca;
  - Navegação em ambientes dinâmicos, em que estruturas do ambiente podem ter seu posicionamento alterado;
  - Planejamento de rotas e desvio de obstáculos (estáticos ou móveis) utilizando informações atualizadas sobre o ambiente.

## Representação do Ambiente

- Diferentes tipos de representação do ambiente foram avaliados na literatura:
  - Mapas topológicos;
  - Grades de ocupação;
  - Mapas geométricos;
  - Mapas auto-organizados;
  - Representação nebulosa do ambiente; e
  - Mapas baseados em componentes principais.
- Atualmente utilizam-se duas representações principais.

## Representação do Ambiente

- Mapas topológicos
  - Ambiente modelado como um grafo
    - Nós representam as estruturas importantes (objetos, paredes, portas, etc.);
    - Conexões entre os nós indicam caminhos que podem ser percorridos entre as estruturas existentes;
- Esta representação é compacta pois codifica somente lugares distintos dentro do ambiente
  - Não é necessária uma representação métrica das distâncias e do tamanho dos elementos do mapa.

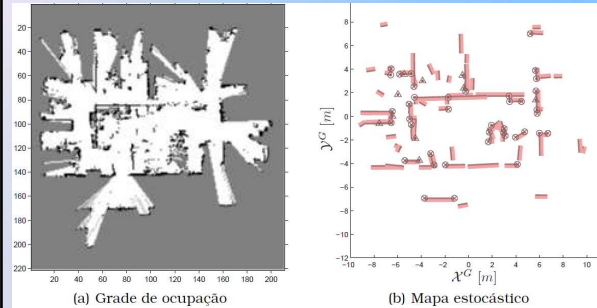


## Representação do Ambiente

- Mapas métricos
  - Armazenam uma descrição métrica do ambiente;
  - Podem ser definidos a priori e fornecidos ao robô, ou podem ser construídos pelo próprio robô a partir das leituras sensoriais do ambiente;
  - Devem respeitar as dimensões e relações de tamanho e distância entre objetos e elementos presentes no ambiente;
  - Representação de fácil entendimento para os seres humanos.

## Representação do Ambiente

- Mapas métricos mais comuns:
  - Grades de Ocupação e Mapas Estocásticos



## Representação do Ambiente

- A representação topológica é útil quando se deseja indicar a existência de caminhos entre dois pontos
  - Representação mais simples, requerendo menor esforço computacional;
  - Dificuldade para armazenar informações mais detalhadas sobre o ambiente mapeado;
- A representação métrica demanda maior esforço computacional devido à quantidade de detalhes dos mapas.

## Revisão Bibliográfica

- Diferentes abordagens podem ser encontradas para Grades de Ocupação
  - Pouco exploradas no texto já que o trabalho do autor utiliza a representação de Mapas Estocásticos;
- Para Mapas Estocásticos, a abordagem mais popular é a utilização de um Filtro de Kalman Estendido (FKE) que faz a estimativa da postura do robô e dos parâmetros geométricos dos elementos do mapa
  - Permite a predição e correção da estimativa de postura do robô e das estruturas do mapa.

## Revisão Bibliográfica

- Problema de múltiplas correspondências
  - Como associar as informações dos sensores do robô com as primitivas de um mapa já que, em muitas situações, mais de uma associação é possível
    - Empregar apenas a correspondência mais provável pode polarizar o processo de estimação pois uma outra correspondência pode ser a verdadeira;
- Possíveis soluções
  - Utilizar técnicas de estimação capazes de tratar com multi-modalidade ou fusionar as primitivas ambíguas do mapa sem afetar os componentes que são relacionados.

## Revisão Bibliográfica

- Elevada complexidade computacional  $O(N^3)$ 
  - Devido à manutenção de correlações cruzadas entre elementos do mapa e da postura do robô;
- Investigação: Não considerar o efeito das correlações cruzadas existentes
  - Sem considerá-las, as estimativas de incerteza das variáveis estimadas se tornam muito otimistas (menores que a incerteza real);
  - O estimador começa a desconsiderar novas medições dos sensores do robô, levando a divergências.

## Revisão Bibliográfica

- *Solução*: Propostos trabalhos que decompõem (desacoplam) o ambiente em sub-mapas com um mínimo de estruturas em comum
  - É importante garantir a consistência do processo de estimação quando correlações entre os sub-mapas são desconhecidas;
- Esta é a abordagem proposta pelo autor em seu trabalho
  - Mapeamento utilizando abordagem desacoplada para SLAM com mapas estocásticos.

## Tendências atuais

- Graph-SLAM, GraphicalSLAM, P-SLAM, RBPF-SLAM, SAM e Square Root SAM
  - Aplicadas, em sua maioria, a grades de ocupação;
  - Mantém armazenados dados passados que podem ser utilizados para atualizar uma estimativa da trajetória do robô;
  - Permitem a reconstrução da trajetória por detecção de laços (detecção de regiões visitadas anteriormente), e a possibilidade de se trabalhar com grandes ambientes.

## Tendências atuais

- FastSLAM e FastSLAM2.0
  - Seguem mesma idéia das abordagens anteriores;
  - Conferem redução na complexidade computacional;
  - Aplicáveis a mapas estocásticos.
- SLAM Visual
  - Obtenção de dados dos sensores dos robô são obtidas unicamente por câmeras (visão).

## Características dos robôs

- Para utilização de técnicas de SLAM existem algumas dependências relativas ao modelo cinemático (mecânica) e sensores dos robôs
  - Devem possuir maior capacidade energética, de processamento e de memória, e sensores mais sofisticados;
- Para o plano bidimensional, o modelo cinemático mais utilizado é dado por

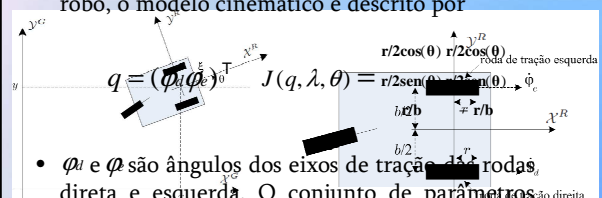
$$\xi = J(q, \lambda, \theta) \cdot q$$

## Características dos robôs

- $J$  é a matriz Jacobiana do modelo cinemático direto (MCD);
- $q$  é o vetor de variáveis articulares que interferem na movimentação do robô, tomadas no sistema de coordenadas local do robô  $X^R, Y^R$ , e  $\lambda$  representa o conjunto de parâmetros geométricos do robô;
- A postura do robô é descrita no sistema de coordenadas global (ou absoluto)  $X^G, Y^G$  pelo vetor  $\xi = (x, y, \theta)^T$ .  $\theta$  é a velocidade angular de orientação do robô.

## Características dos robôs

- Robô móvel mais utilizado possui tração diferencial e independente nas rodas. Para esse robô, o modelo cinemático é descrito por



- $\phi_l$  e  $\phi_r$  são ângulos dos eixos de tração das rodas, direta e esquerda. O conjunto de parâmetros geométricos do robô  $\lambda$  é dado por  $(r, b)^T$ .

## Características dos robôs

- A instrumentação embarcada é composta por:
  - Sensores proprioceptivos - fazem a predição da localização do robô por odometria. Podem ser:
    - Codificadores ópticos incrementais das rodas: leitura das velocidades angulares e eixos de direção das rodas;
    - Codificadores ópticos absolutos dos eixos de orientação das rodas: para robôs que possuem comando para mudança de direção das rodas;
    - Girômetro: fornece a velocidade angular de orientação do robô;
    - Acelerômetro: fornece medidas da aceleração tangencial do robô segundo os eixos  $X^R, Y^R$ .

## Características dos robôs

- E sensores exteroceptivos – utilizados para mapear o ambiente;
- Permitem correção de erros de localização e atualização do mapa. São comumente utilizados:
  - Câmeras de vídeo;
  - Radar a laser (*laser rangefinder* ou Ladar)
    - Mais lentos que câmeras de vídeo devido ao processo mecânico de varredura, alcançando em torno de um dezena de imagens por segundo.

## Mapeamento por imagens de Ladar

- Até 1997, maioria dos processos de mapeamento eram incrementais
  - Extração de informações de cada imagem utilizadas para atualizar o mapa do ambiente;
  - Descarte imediato da imagem;
- Objetivo é corrigir erros de posicionamento do robô associados a cada imagem adquirida, e não obter o mapa do ambiente
  - Representação do mapa obtida pela super-posição de todas as imagens adquiridas.

## Mapeamento por imagens de Ladar

- Em 1997 foi proposto um novo método para o problema de mapeamento
  - Imagens bi-dimensionais são adquiridas em posições parcial ou desconhecidas do espaço;
  - Um modelo computacional é obtido a partir do alinhamento das imagens
    - Informações de similaridade são adquiridas de cada imagem, e transformações de coordenadas entre imagens consecutivas são estimadas para que todas as imagens possam ser descritas em um único sistema de coordenadas.

## Mapeamento por imagens de Ladar

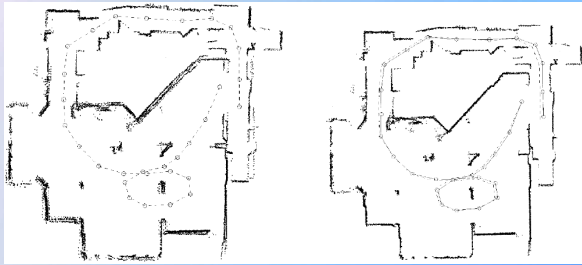
- O método é baseado na otimização de uma função de custo de uma rede de  $n + 1$  nós correspondentes às posturas  $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n$  do robô, nas quais este adquiriu uma imagem do ladar;
- São criadas conexões entre nós vizinhos, se existir similaridade entre as imagens associadas a cada nó;
- Todos os dados obtidos pelo ladar são preservados
  - Menor risco de ocorrer divergências durante a construção do mapa.

## Mapeamento por imagens de Ladar

- Propostas duas versões diferentes
  - Em lote, que requer a disponibilidade de todas as imagens;
  - Incremental, que corrige a estimativa do mapa à medida que novas imagens e nós vão sendo incorporados à rede;
- O problema de otimização abordado é não linear e a solução apresentada faz uso de linearização
  - Não existe garantia de convergência.

## Mapeamento por imagens de Ladar

- Exemplos



## Mapeamento Probabilístico

- Baseado na teoria de Bayes
  - O robô realiza medições ao mesmo tempo que se desloca no ambiente utilizando seus sensores proprioceptivos e exteroceptivos;
- O mapa é representado de acordo com a abordagem utilizada para o problema
  - Por parâmetros relacionados às formas de representação do ambiente (grades de ocupação, etc);
  - Pelas posições do robô quando da aquisição das medições exteroceptivas.

## Mapeamento Probabilístico

- Para obter a estimativa do mapa, utiliza-se o máximo *a posteriori* ou a média condicional;
- Máximo *a posteriori*
  - Inicialmente empregadas para obtenção de mapas do tipo grade de ocupação;
- Média condicional
  - Bastante exploradas no contexto de mapas estocásticos.

## Mapeamento Probabilístico

- Modelagem probabilística utilizando Máximo *a posteriori*
  - $u_1, u_2, \dots, u_k$  são as medições proprioceptivas (ações de controle do movimento do robô) e  $o_1, o_2, \dots, o_k$  são as medições exteroceptivas, dadas do instante de tempo inicial até o instante atual  $k$ ;
  - O mapa é representado pelo vetor  $m$ ;
  - A estimativa do mapa é obtida como solução ao problema descrito na Equação 1.0

$$m_k = \arg_m \max \Pr(m | u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k)$$

sendo  $\Pr(m | u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k)$  a probabilidade marginal.

## Mapeamento Probabilístico

- A probabilidade marginal pode ser obtida da distribuição conjunta envolvendo o mapa e as posturas do robô (Equação 1.1)

$$\int \dots \int \Pr\{m, \xi_1, \dots, \xi_k | u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k\} d\xi_1 \dots d\xi_k$$

- Desenvolvendo o termo acima tem-se a Equação 1.2

$$\begin{aligned} \Pr\{m, \xi_1, \dots, \xi_k | u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k\} = \\ \Pr\{m | \xi_1, \dots, \xi_k, u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k\} \\ \times \Pr\{\xi_1, \dots, \xi_k | u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k\} \end{aligned}$$

## Mapeamento Probabilístico

- Considera-se que  $\xi_0$  é conhecida e é aplicado o Teorema de Bayes ao primeiro termo de 1.2, produzindo a Equação 1.3

$$\frac{\Pr\{u_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k, m, \xi_1, \dots, \xi_k\}}{\Pr\{u_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k, \xi_1, \dots, \xi_k\}} \times \Pr\{m | \xi_1, \xi_k, \xi_k\}$$

- Considerando que as medições proprioceptivas ( $u_1, u_2, \dots, u_k$ ) são independentes do mapa e das medições exteroceptivas, a Equação 1.3 pode ser reescrita como segue (Equação 1.4)

## Mapeamento Probabilístico

- De 1.4, considerando que as medições exteroceptivas ( $o_1, o_2, \dots, o_k$ ) são independentes umas das outras, porém dependentes do mapa e das posturas, obtém-se que

$$\Pr\{o_1, \dots, o_k | m, \xi_1, \dots, \xi_k\} = \prod_{i=1}^k \Pr\{o_i | m, \xi_i\}$$

- Como o mapa do ambiente não depende da trajetória do robô,  $\Pr\{m | \xi_1, \dots, \xi_k\} = \Pr\{m\}$ ;
- Além disso, supondo que  $\Pr\{o_1, \dots, o_k | \xi_1, \dots, \xi_k\}$  é constante e independente do mapa, é possível reescrever a Equação 1.2.

## Mapeamento Probabilístico

- Equação 1.2 reescrita

$$\Pr\{m, \xi_1, \dots, \xi_k | u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k\} =$$

$$\left( \prod_{i=1}^k \Pr\{o_i | m, \xi_i\} \times \Pr\{m\} \right)$$

$$\times \Pr\{\xi_1, \dots, \xi_k | u_1, o_1, u_2, o_2, \dots, u_k, o_k\}$$

- Falta ainda trabalhar com o segundo termo da Equação 1.2.

– Este pode ser obtido do modelo que relaciona as ações de movimento do robô com sua alteração de postura, portanto é igual a

$$\prod_{i=1}^k \Pr\{\xi_i | \xi_{i-1}, u_i\}$$

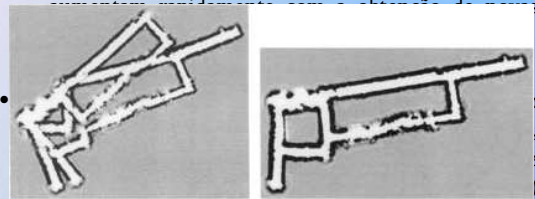
## Mapeamento Probabilístico

- Sabendo que a resolução do Mapeamento Probabilístico utilizando o Máximo *a posteriori* é obtida pela resolução da Equação 1.0, e considerando as deduções apresentadas, o problema se resume a resolver a equação abaixo (Equação 1.0 reescrita)

$$m_k = \arg_m \max \int \dots \int \left[ \prod_{i=1}^k \Pr\{o_i | m, \xi_i\} \right] \left[ \prod_{j=1}^k \Pr\{\xi_j | \xi_{j-1}, u_j\} \right] \Pr\{m\} d\xi_1 \dots d\xi_k$$

## Mapeamento Probabilístico

- A resolução desse problema é complexa
  - O espaço de probabilidades e as dimensões aumentam rapidamente com a alteração de postura;



ou utilizar filtro de partículas.

## Discussão

- Revisão ortográfica e separação de sílabas;
  - São citados trabalhos de referências, mas essas não são apresentadas no texto. Por exemplo: “Na proposta feita em, a idéia consiste ...”;
- Exposições matemáticas supõem conhecimento prévio;
- Existem partes do texto que as idéias são expostas e, pouco depois, novamente apresentadas com outras palavras.