ICMC-USP

Lista de Exercícios 6 - Redes Associativas

SCC-5809 - Redes Neurais

2o. Semestre de 2012 - Prof. João Luís

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO
Departamento de Ciências de Computação

1. Re-escreva os teoremas de Lyapunov para o vetor de estados $\mathbf{x}(0)$ como o estado de equilíbrio de um sistema dinâmico.

2. Considere um sistema neurodinâmico geral com uma dependência não especificada nos parâmetros dinâmicos internos, estímulo dinâmico externo e variáveis de estado. O sistema é definido pelas equações de estado

$$\frac{dx_j}{dt} = \varphi_j(\mathbf{W}, \mathbf{u}, \mathbf{x}), \quad j = 1, 2, ..., N \tag{1}$$

onde a matriz $\mathbf{W}$ representa os parâmetros dinâmicos internos do sistema, o vetor $\mathbf{u}$ representa o estímulo dinâmico externo e $\mathbf{x}$ é o vetor de estados cujo j-ésimo elemento é denotado por x_j. Assuma que as trajetórias do sistema convergem para atratores de ponto para valores de $\mathbf{W}$, $\mathbf{u}$ e estados iniciais $\mathbf{x}(0)$ em alguma região operacional do espaço de estados [2]. Discuta como o sistema descrito pode ser usado para as seguintes aplicações:

   (a) Mapeador contínuo, com $\mathbf{u}$ como entrada e $\mathbf{x}(\infty)$ como saída

   (b) Memória auto-associativa, com $\mathbf{x}(0)$ como entrada e $\mathbf{x}(\infty)$ como saída

3. Considere uma rede de Hopfield com cinco neurônios, para armazenar as seguintes três memórias fundamentais:

$$\xi_1 = [+1, +1, +1, +1, +1]^T \tag{2}$$
$$\xi_2 = [+1, -1, -1, +1, -1]^T \tag{3}$$
$$\xi_3 = [-1, +1, -1, +1, +1]^T \tag{4}$$

   (a) Avalie a matriz 5-por-5 de pesos sinápticos da rede.

   (b) Use atualização assíncrona para demonstrar que todas as três memórias fundamentais satisfazem a condição de alinhamento.

   (c) Investigue a performance de recuperação da rede quando é apresentada uma versão ruidosa de ξ_1 na qual o segundo elemento é revertido em polaridade.

4. (a) Mostre que

$$\xi_1 = [-1, -1, -1, -1, -1]^T \tag{5}$$
$$\xi_2 = [-1, +1, +1, -1, +1]^T \tag{6}$$
$$\xi_3 = [+1, -1, +1, -1, -1]^T \tag{7}$$

   também são memórias fundamentais da rede de Hopfield descrita no problema 3. Como essas memórias fundamentais estão relacionadas às do problema 3?

 Continua na próxima página...

(b) Suponha que o primeiro elemento da memória fundamental ξ_3 no problema 3 esteja mascarado (reduzido a zero). Determine o padrão resultante produzido pela rede de Hopfield. Compare esse resultado com a forma original de ξ_3.

5. Por que a rede de Hopfield é conhecida como memória associativa?

6. O que é neurodinâmica determinística?

7. O que é um sistema dinâmico autônomo?

8. Explique o modelo dinâmico aditivo.

9. Por que a função energia pode ser considerada uma função de Lyapunov?

10. Do que se trata a condição de estabilidade ou condição de alinhamento?

11. Considere a rede de Hopfield simples constituída de dois neurônios. A matriz de pesos sinápticos da rede é

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

O *bias* aplicado a cada neurônio é zero. Os quatro estados possíveis da rede são

$$\mathbf{x}_1 = [+1, +1]^T \tag{9}$$

$$\mathbf{x}_2 = [-1, +1]^T \tag{10}$$

$$\mathbf{x}_3 = [-1, -1]^T \tag{11}$$

$$\mathbf{x}_4 = [+1, -1]^T \tag{12}$$

Demonstre que os estados $\mathbf{x}_2$ e $\mathbf{x}_4$ são estáveis. Para fazer essa demonstração use o seguinte:

1. A condição de alinhamento (estabilidade).
2. A função energia.

References

[1] S. Haykin, *Neural networks - a comprehensive foundation*, 2nd. ed. Prentice Hall, 1999.

[2] F. J. Pineda, “Dynamics and architecture in neural computation,” *Journal of Complexity*, vol. 4, pp. 216–245, 1988.