

Árvores-B: Definição e Propriedades


Profa. Dra. Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

Nomenclatura

- Formalização da terminologia
 - especifica precisamente as propriedades que devem estar presentes para uma estrutura de dados ser qualificada como árvore-B
 - direciona a implementação do algoritmo de remoção da árvore-B
 - Problema
 - literatura não é uniforme no uso e definição dos termos
-

Ordem

- Bayer and McGreight (1972)
Comer (1979)
 - número mínimo de chaves que podem estar em uma página da árvore
 - Knuth (1973)
 - número máximo de descendentes que uma página pode ter
 - facilita a determinação de nó cheio


⇒ chaves = ordem – 1 (máximo)
- 
- usado na disciplina
-

Nó Folha

- Bayer and McGreight (1972)

- nível mais baixo das chaves

usado na
disciplina



- Knuth (1973)

- um nível depois do nível mais baixo das chaves

- ⇒ folhas: registros de dados que podem ser apontados pelo nível mais baixo das chaves

Árvore-B de Ordem m

- *Split*
 - os descendentes são divididos o mais uniformemente possível entre as páginas velha e nova
 - Cada página, exceto a raiz e os nós folhas
 - $\lceil m/2 \rceil$ descendentes (pelo menos)
 - $\lceil m/2 \rceil - 1$ chaves (no mínimo)
-

Definição Formal

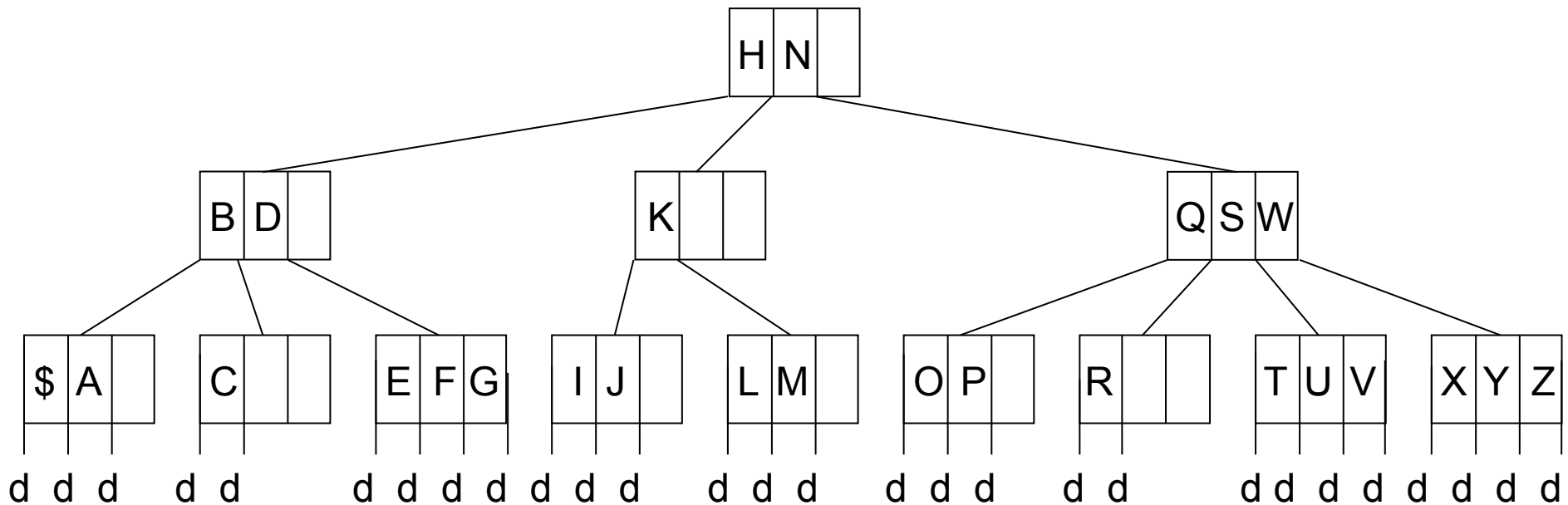
- **Árvore-B com ordem m**
 - cada página possui um máximo de m descendentes
 - cada página, exceto a raiz e as folhas, possui no mínimo $\lceil m/2 \rceil$ descendentes → taxa de ocupação
 - a raiz possui pelo menos 2 descendentes, a menos que seja um nó folha
 - todas as folhas aparecem no mesmo nível
 - uma página interna com k descendentes contém $k-1$ chaves
 - uma folha possui no mínimo $\lceil m/2 \rceil - 1$ chaves e no máximo $m - 1$ chaves → taxa de ocupação
-

Complexidade

- Profundidade do caminho de busca
 - número máximo de acessos a disco pior caso
 - Relacionamento
 - tamanho da página de disco
 - ex: árvore-B de ordem 512 → 511 chaves/página
 - número de chaves
 - ex: 1.000.000 de chaves
- ⇒ número de níveis que pode ser atingido?
-

Observação 1

número de descendentes = número de chaves contidas + 1
de um nível da árvore-B no nível em questão e em todos os níveis acima



árvore-B com 27 chaves e 28 descendentes

Observação 2

- Propriedades da árvore-B de ordem m
 - cálculo do número mínimo de descendentes de um nível

nível	número mínimo de descendentes
1	2
2	$2 \times \lceil m/2 \rceil$
3	$2 \times \lceil m/2 \rceil \times \lceil m/2 \rceil = 2 \times \lceil m/2 \rceil^2$
4	$2 \times \lceil m/2 \rceil \times \lceil m/2 \rceil \times \lceil m/2 \rceil = 2 \times \lceil m/2 \rceil^3$
...	...
d	$2 \times \lceil m/2 \rceil^{d-1}$

para qualquer nível d , com exceção da raiz (nível 1)



Complexidade

- Número de chaves (N)
 - $N + 1$ descendentes no nível das folhas
 - Profundidade da árvore-B no nível das folhas
 - d
 - Relacionamento
 - $N + 1$ descendentes e
 - número mínimo de descendentes da árvore-B com profundidade d
-

Complexidade

$$N + 1 \geq 2 \times \lceil m/2 \rceil^{d-1}$$
$$d \leq 1 + \log_{\lceil m/2 \rceil} \left((N + 1)/2 \right)$$

- Exemplo

- $m = 512$

- $N = 1.000.000$

- $d \leq 1 + \log_{256} (500.000,50) \Rightarrow d \leq 3,37$

- acesso a disco adicional: arquivo de dados

a árvore possui não mais do que 3 níveis de altura

