

# Álgebra Relacional


Banco de Dados

Profa. Dra. Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

# Álgebra Relacional

- Maneira teórica de se manipular o banco de dados relacional
- Linguagem de consulta procedural
  - usuários especificam os dados necessários e como obtê-los
- Consiste de um conjunto de operações
  - entrada: uma ou duas relações
  - saída: uma nova relação resultado

# Operações

- Fundamentais
    - seleção
    - projeção
    - produto cartesiano
    - renomear
    - união
    - diferença de conjuntos
  - Adicionais
    - intersecção de conjuntos
    - junção natural
    - divisão
    - atribuição
- podem ser geradas a partir das operações fundamentais
  - facilitam a construção de consultas
- 

# Classificação das Operações

- Unárias

- seleção
- projeção
- renomear

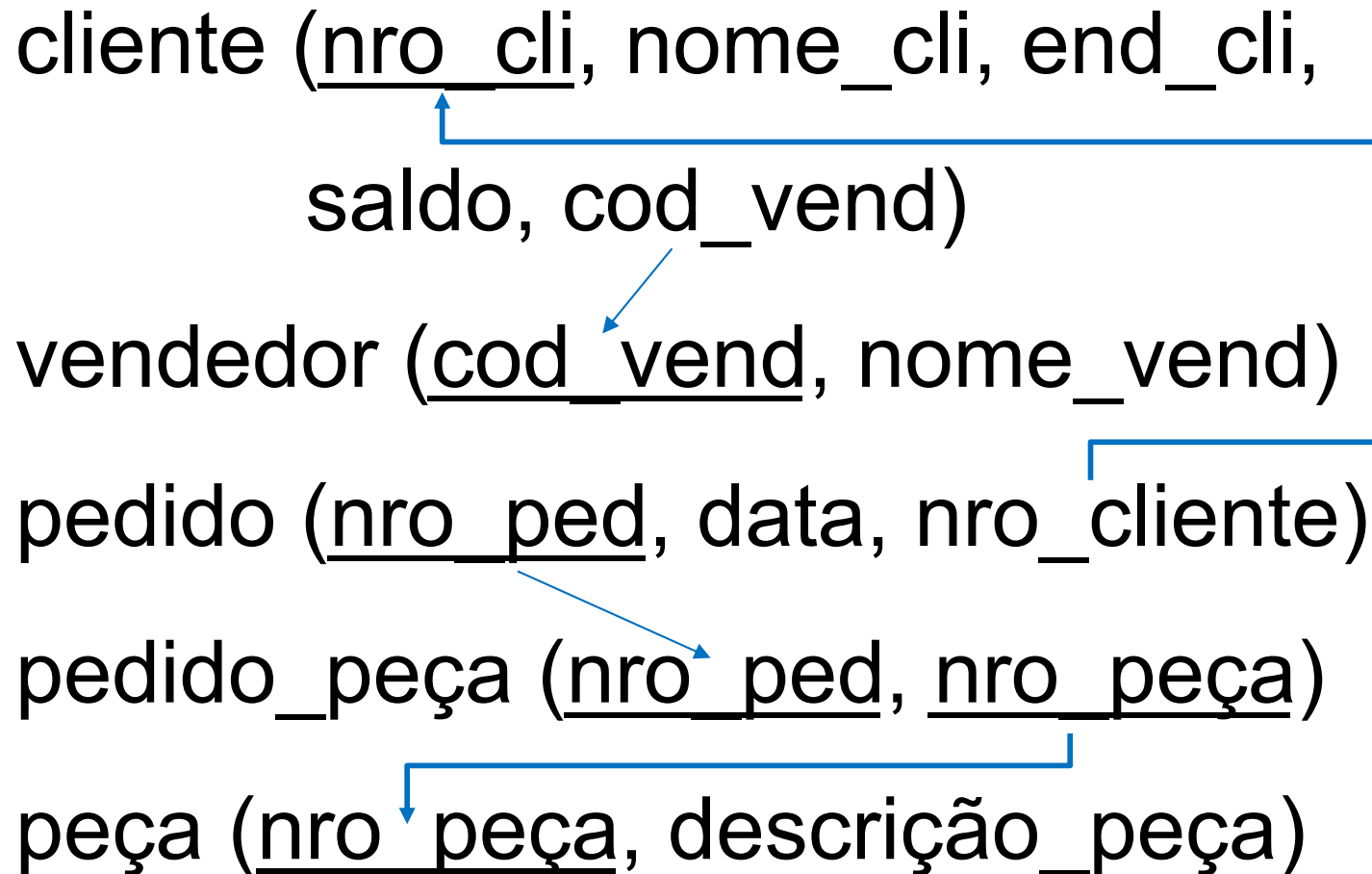
operam sobre uma  
única relação

- Binárias

- produto cartesiano
- união
- diferença de conjuntos
- intersecção de conjuntos
- junção natural
- divisão

operam sobre duas  
relações

# Relações



# Seleção

- Seleciona tuplas da relação argumento que satisfaçam à condição de seleção

$\sigma_{\text{condição\_seleção}}$  ( relação argumento)

- especificada por  $\langle \text{atributo} \rangle \langle \text{operador} \rangle \langle \text{valor} | \text{atributo} \rangle$
- pode envolver operadores de comparação ( $=, <, >, \leq, \geq, \neq$ )
- pode combinar condições usando-se  $\wedge, \vee, \neg$

- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

# Relação Cliente

cliente (nro\_cli, nome\_cli, end\_cli, saldo, cod\_vend)

nro_cli	nome_cli	end_cli	saldo	cod_vend
1	Márcia	Rua X	100,00	1
2	Cristina	Avenida 1	10,00	1
3	Manoel	Avenida 3	234,00	1
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2

# Consulta 1

- Liste toda a informação da relação cliente para clientes que possuam saldo inferior a R\$ 200,00 e que morem na Rua X.

$\sigma_{\text{saldo\_dev} < 200,00 \wedge \text{end\_cli} = \text{"Rua X"}} (\text{cliente})$



# Consulta 1

- Relação resultado

nro_cli	nome_cli	end_cli	saldo	cod_vend
1	Márcia	Rua X	100,00	1
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2

**grau:** mesmo grau da relação argumento

**número de tuplas:** menor ou igual ao número de tuplas da relação argumento

# Regras de Transformação

## 1. Cascata de $\sigma$

Uma condição de seleção conjuntiva pode ser “quebrada” em uma cascata (i.e., sequência) de operações  $\sigma$  individuais.

$$\sigma_{C_1 \text{ and } C_2 \text{ and } \dots \text{ and } C_n} (R) \equiv \sigma_{C_1} (\sigma_{C_2} (\dots (\sigma_{C_n} (R)) \dots))$$

## 2. Comutatividade de $\sigma$

A operação  $\sigma$  é comutativa.

$$\sigma_{C_1} (\sigma_{C_2} (R)) \equiv \sigma_{C_2} (\sigma_{C_1} (R))$$

# Projeção

- Produz uma nova relação contendo um subconjunto vertical da relação argumento, sem duplicações

$\pi_{\text{lista\_atributos}}$  ( relação argumento )

- lista de atributos
- os atributos são separados por vírgula

- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

# Consulta 2

- Liste o número e o nome de todos os clientes.

$\pi_{\text{nro\_cli, nome\_cli}}(\text{cliente})$

# Consulta 2

- Relação resultado



# Regras de Transformação

## 3. Cascata de $\pi$

Em uma sequência de operações  $\pi$ , todas, com exceção da última, podem ser ignoradas.

$$\pi_{\text{lista}_1} (\pi_{\text{lista}_2} (\dots (\pi_{\text{lista}_n} (R)) \dots)) \equiv \pi_{\text{lista}_1} (R)$$

- Operação de projeção não é comutativa

# Consulta 3

- Liste o número e o nome de todos os clientes que possuam saldo inferior a R\$ 200,00 e que morem na Rua X.

$$\pi_{\text{nro\_cli, nome\_cli}} (\sigma_{\text{saldo\_dev} < 200,00 \wedge \text{end\_cli} = \text{"Rua X"}} (\text{cliente}))$$

# Regras de Transformação

## 4. Comutatividade de $\sigma$ e $\pi$

Se a condição de seleção  $c$  envolve somente os atributos  $A_1, \dots, A_n$  na lista de projeção, as duas operações podem ser comutadas.

$$\pi_{A_1 A_2, \dots, A_n} (\sigma_c (R)) \equiv \sigma_c (\pi_{A_1 A_2, \dots, A_n} (R))$$



# Atribuição

- Funcionalidades
  - associa uma relação argumento a uma relação temporária
  - permite o uso da relação temporária em expressões subsequentes

relação temporária ← relação argumento

• resultado de alguma operação da álgebra relacional

• relação

# Consulta 4

- Liste o número e o nome de todos os clientes que possuam saldo inferior a R\$ 200,00 e que morem na Rua X.

$\pi_{\text{nro\_cli}, \text{nome\_cli}} (\sigma_{\text{saldo\_dev} < 200,00 \wedge \text{end\_cli} = \text{"Rua X"}} (\text{cliente}))$

- Usando atribuição
  - $\text{temp} \leftarrow \sigma_{\text{saldo\_dev} < 200,00 \wedge \text{end\_cli} = \text{"Rua X"}} (\text{cliente})$
  - $\pi_{\text{nro\_cli}, \text{nome\_cli}} (\text{temp})$

# Atribuição

- Características adicionais
  - permite renomear os atributos de relações intermediárias e final
  - $R(\text{código}, \text{nome}) \leftarrow \pi_{\text{nro\_cli}, \text{nome\_cli}}(\text{temp})$
- Observações
  - não adiciona potência adicional à álgebra relacional
  - geralmente utilizada para expressar consultas complexas

# Renomear

- Renomeia
  - nome da relação
  - nomes dos atributos da relação
  - nome da relação e nomes dos atributos

$\rho_{S(B_1, B_2, \dots, B_n)}$  (relação)

nome *novo* da relação

nome *antigo* da relação

nomes *novos* dos atributos

# Renomear

- Exemplos

- $\rho_{\text{comprador}}$  (cliente)

- $\rho_{(\text{código, nome, rua, saldo, vendedor})}$  (cliente)

- $\rho_{\text{comprador}(\text{código, nome, rua, saldo, vendedor})}$  (cliente)

- Observação

- indicada para ser utilizada quando uma relação é usada mais do que uma vez para responder à consulta

# Regras de Transformação

Propriedades do operador de Renomear atributos:

- O operador de Renomear atributos é comutativo

$$\rho_{\{a \setminus b\}}(\rho_{\{c \setminus d\}} R) = \rho_{\{c \setminus d\}}(\rho_{\{a \setminus b\}} R) R$$

(desde que  $a, b, c$  e  $d$  não tenham nomes de atributos em comum)

# Produto Cartesiano

- Combina tuplas de duas relações (quaisquer)
- Tuplas da relação resultante
  - todas as combinações de tuplas possíveis entre as relações participantes

relação argumento 1  $\times$  relação argumento 2



- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

# Relações Cliente e Vendedor

cliente (nro\_cli, nome\_cli, end\_cli, saldo, cod\_vend)

nro_cli	nome_cli	end_cli	saldo	cod_vend
1	Márcia	Rua X	100,00	1
2	Cristina	Avenida 1	10,00	1
3	Manoel	Avenida 3	234,00	1
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2

vendedor (cod\_vend, nome\_vend)

cod_vend	nome_vend
1	Adriana
2	Roberto



# Cliente × Vendedor

nro_cli	nome_cli	end_cli	saldo	cliente. cod_vend	vendedor. cod_vend	nome_vend
1	Márcia	Rua X	100,00	1	1	Adriana
1	Márcia	Rua X	100,00	1	2	Roberto
2	Cristina	Avenida 1	10,00	1	1	Adriana
2	Cristina	Avenida 1	10,00	1	2	Roberto
3	Manoel	Avenida 3	234,00	1	1	Adriana
3	Manoel	Avenida 3	234,00	1	2	Roberto
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2	1	Adriana
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2	2	Roberto

**grau:** número de atributos de cliente + número de atributos de vendedor

**número de tuplas:** número de tuplas de cliente \* número de tuplas de vendedor

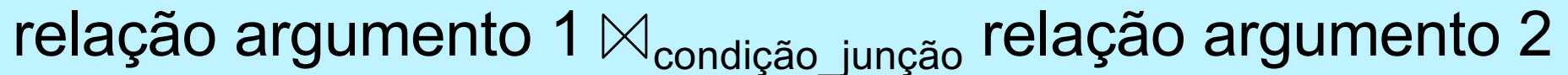
# Junção

- Concatena tuplas relacionadas de duas relações em tuplas únicas
- Simplifica consultas que requerem produto cartesiano
  - forma um produto cartesiano dos argumentos
  - faz uma seleção forçando igualdade sobre os atributos que aparecem em ambos argumentos

# Junção

- Concatenação
  - dos atributos especificados na condição de junção

relação argumento 1  $\bowtie_{\text{condição\_junção}}$  relação argumento 2



- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

# Cliente $\bowtie$ condição\_junção Vendedor

nro_cli	nome_cli	end_cli	saldo	cliente. cod_vend	vendedor. cod_vend	nome_vend
1	Márcia	Rua X	100,00	1	1	Adriana
2	Cristina	Avenida 1	10,00	1	1	Adriana
3	Manoel	Avenida 3	234,00	1	1	Adriana
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2	2	Roberto

**grau:** número de atributos diferentes de cliente e de vendedor + (número de atributos iguais de cliente e de vendedor  $\div$  2)

**número de tuplas:** entre zero e o (número de tuplas de cliente \* número de tuplas de vendedor)

# Regras de Transformação

## 5. Comutatividade de $\bowtie$ (e $\times$ )

A operação  $\bowtie$  é comutativa. A operação  $\times$  também é comutativa.

$$R \bowtie_c S \equiv S \bowtie_c R$$

$$R \times S \equiv S \times R$$

## 6. Comutando $\sigma$ com $\bowtie$ (ou $\times$ )

Se todos os atributos na condição de seleção  $c$  envolvem somente os atributos de uma das relações a serem aplicadas a operação de junção natural (i.e., relação  $R$ ), então  $\sigma$  e  $\bowtie$  (ou  $\times$ ) podem ser comutadas da seguinte forma:

$$\sigma_c (R \bowtie S) \equiv (\sigma_c (R)) \bowtie S$$

Se a condição de seleção  $c$  pode ser escrita como ( $c1$  e  $c2$ ), onde a condição  $c1$  envolve somente os atributos da relação  $R$  e a condição  $c2$  envolve somente os atributos da relação  $S$ , então  $\sigma$  e  $\bowtie$  (ou  $\times$ ) podem ser comutadas da seguinte forma:

$$\sigma_c (R \bowtie S) \equiv (\sigma_{c_1} (R)) \bowtie (\sigma_{c_2} (S))$$

# Regras de Transformação

## 7. Comutando $\pi$ com $\bowtie$ (ou $\times$ )

Suponha que a lista de projeção seja  $L = \{A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m\}$ , onde  $A_1, \dots, A_n$  são atributos da relação  $R$  e  $B_1, \dots, B_m$  são atributos da relação  $S$ . Se a condição junção  $c$  envolve somente atributos em  $L$ , então  $\pi$  e  $\bowtie$  (ou  $\times$ ) podem ser comutadas da seguinte forma:

$$\pi_L (R \bowtie_c S) \equiv (\pi_{A_1, \dots, A_n} (R)) \bowtie_c (\pi_{B_1, \dots, B_m} (S))$$

Se a condição de junção  $c$  envolve atributos adicionais que não estejam em  $L$ , estes devem ser adicionados à lista de projeção e uma projeção adicional é necessária. Por exemplo, se os atributos  $A_{n+1}, \dots, A_{n+k}$  de  $R$  e  $B_{m+1}, \dots, B_{m+p}$  de  $S$  estão envolvidos na condição de junção  $c$ , mas não estão na lista de projeção  $L$ , então  $\pi$  e  $\bowtie$  (ou  $\times$ ) podem ser comutadas da seguinte forma:

$$\pi_L (R \bowtie_c S) \equiv \pi_L ((\pi_{A_1, \dots, A_n, A_{n+1}, \dots, A_{n+k}} (R)) \bowtie_c (\pi_{B_1, \dots, B_m, B_{m+1}, \dots, B_{m+p}} (S)))$$

# Regras de Transformação

12. Convertendo uma sequência  $(\sigma, \times)$  em  $\bowtie$

Se a condição  $c$  de uma  $\sigma$  que segue uma  $\times$  corresponde à condição de junção, então  $(\sigma, \times)$  pode ser convertida em  $\bowtie$  da seguinte forma:

$$\sigma_c (R \times S) \equiv (R \bowtie_c S)$$

# Junção


- Condição de junção
  - $\langle \text{condição} \rangle \wedge \langle \text{condição} \rangle \wedge \dots \wedge \langle \text{condição} \rangle$
- $A_i \theta B_j$ 
  - $A_i$ : atributo da relação argumento 1
  - $B_j$ : atributo da relação argumento 2
  - $\theta : \{<, >, \leq, \geq, \neq\}$ : theta join
  - $\{=\}$ : equijoin



# Junção

R		
A	B	C
1	a	x
2	b	y
3	a	y
4	c	y

S	
A	D
1	d
2	d
5	e

R		S		
		R.A=S.A		
R.A	S.A	B	C	D
1	1	a	x	d
2	2	b	y	d

- Interna

- somente as tuplas de R que têm tuplas correspondentes em S, e vice-versa, aparecem no resultado

# Junção

R

A	B	C
1	a	x
2	b	y
3	a	y
4	c	y

S

A	D
1	d
2	d
5	e

$R \bowtie_{R.A=S.A} S$

R.A	S.A	B	C	D
1	1	a	x	d
2	2	b	y	d
3	3	a	y	Null
4	4	c	y	Null

- Externa à esquerda
  - mantém cada tupla de R em  $R \bowtie S$
  - preenche com valores nulos os atributos de S que não correspondem às tuplas em R

# Junção

R			S		$R \bowtie_{R.A=S.A} S$				
A	B	C	A	D	R.A	S.A	B	C	D
1	a	x	1	d	1	1	a	x	d
2	b	y	2	d	2	2	b	y	d
3	a	y	5	e	5	5	Null	Null	e
4	c	y							

- Externa à direita

- mantém cada tupla de S em  $R \bowtie S$

- preenche com valores nulos os atributos de R que não correspondem às tuplas em S

# Junção

R		
A	B	C
1	a	x
2	b	y
3	a	y
4	c	y

S	
A	D
1	d
2	d
5	e

R		$\bowtie_{R.A=S.A}$	S		
R.A	S.A	B	C	D	
1	1	a	x	d	
2	2	b	y	d	
3	3	a	y	Null	
4	4	c	y	Null	
5	5	Null	Null	e	

- Externa completa
  - mantém as tuplas de R e S em  $R \bowtie S$
  - preenche com valores nulos os atributos que não correspondem à coluna de junção

# Junção Externa

As junções externas também podem ser definidas a partir das operações independentes:

- Seja:

$A = \{r_1, r_2, \dots, r_i\}$  o conjunto de todos os atributos da relação  $R_1$ ,  
 $B = \{s_1, s_2, \dots, s_j\}$  o conjunto de todos os atributos da relação  $R_2$ ,  
 $\perp_1$  uma relação de uma tupla com  $|R_1|$  atributos com valor nulo  $\perp$  e  
 $\perp_2$  uma relação de uma tupla com  $|R_2|$  atributos com valor nulo  $\perp$ .

- Junção externa a Esquerda

$$R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2 \Leftrightarrow (R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2) \cup \left( (R_1 - \pi_A(R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2)) \times \perp_2 \right)$$

- Junção externa a Direita

$$R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2 \Leftrightarrow (R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2) \cup \left( \perp_1 \times (R_2 - \pi_B(R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2)) \right)$$

- Junção externa Completa

$$R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2 \Leftrightarrow (R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2) \cup \left( (R_1 - \pi_A(R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2)) \times \perp_2 \right) \cup \left( \perp_1 \times (R_2 - \pi_B(R_1 \overset{c}{\bowtie} R_2)) \right)$$

# Operações sobre Conjuntos

- Operações
  - união
  - intersecção
  - diferença
  - união exclusiva

Duas relações são compatíveis quando:

- possuem o mesmo grau
- seus atributos possuem os mesmos domínios  
(os domínios dos  $i$ -ésimos atributos de cada relação são os mesmos)

- Características
  - atuam sobre relações compatíveis
  - eliminam tuplas duplicadas da relação resultado

# União de Conjuntos

- Une duas relações  $R$  e  $S$  compatíveis em uma relação que contém todas as tuplas pertencentes a  $R$ , a  $S$ , ou a ambas  $R$  e  $S$

relação argumento 1  $\cup$  relação argumento 2

- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

# Intersecção de Conjuntos

- Une duas relações R e S compatíveis em uma relação que contém todas as tuplas pertencentes tanto a R quanto a S

relação argumento 1  $\cap$  relação argumento 2

- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

Operação dependente:  $R_1 \cap R_2 \equiv R_1 - (R_1 - R_2)$



# Diferença de Conjuntos

- Une duas relações  $R$  e  $S$  compatíveis em uma relação que contém todas as tuplas pertencentes a  $R$  que não pertencem a  $S$

relação argumento 1 – relação argumento 2

- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

# União Exclusiva

- Une duas relações R e S compatíveis em uma relação que contém todas as tuplas pertencentes a R ou a S, mas que não estão em ambas R e S

relação argumento 1  $\cup$  relação argumento 2

- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

Operação dependente:  $R_1 \cup R_2 \equiv (R_1 \cup R_2) - (R_1 - (R_1 - R_2))$

# Relações Cliente e Pedido

cliente (nro\_cli, nome\_cli, end\_cli, saldo, cod\_vend)

nro_cli	nome_cli	end_cli	saldo	cod_vend
1	Márcia	Rua X	100,00	1
2	Cristina	Avenida 1	10,00	1
3	Manoel	Avenida 3	234,00	1
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2

pedido (nro\_ped, data, nro\_cliente)

nro_ped	data	nro_cliente
1	10/12/2004	1
2	11/12/2004	4

# Consultas 4, 5, 6, 7

- Liste os números dos clientes que
  5. ou têm pedido, ou foram atendidos pelo vendedor 2, ou ambos
  6. têm pedido, e que foram atendidos pelo vendedor 2
  7. têm pedido, mas que não foram atendidos pelo vendedor 2
  8. ou têm pedido, ou foram atendidos pelo vendedor 2, mas que não atendem a ambas as condições

# Sub-Consultas

- Liste os números dos clientes que têm pedido.

$$\text{temp}_1 \leftarrow \pi_{\text{nro\_cliente}} (\text{pedido})$$

- Liste os números dos clientes que foram atendidos pelo vendedor 12.

$$\text{temp}_2 \leftarrow \pi_{\text{nro\_cliente}} ( \sigma_{\text{cod\_vend} = 12} (\text{cliente}) )$$

# Consulta 4

- Liste os números dos clientes que ou têm pedido, ou foram atendidos pelo vendedor 2, ou ambos.

temp<sub>1</sub>

nro_cliente
1
4

temp<sub>2</sub>

nro_cliente
4

temp<sub>1</sub> U temp<sub>2</sub>

nro_cliente
1
4

# Consulta 5

- Liste os números dos clientes que têm pedido, e que foram atendidos pelo vendedor 2.

$temp_1$

nro_cliente
1
4

$temp_2$

nro_cliente
4

$temp_1 \cap temp_2$

nro_cliente
4

# Consulta 6

- Liste os números dos clientes que têm pedido, mas que não foram atendidos pelo vendedor 2.

$temp_1$	$temp_2$	$temp_1 - temp_2$							
<table border="1"><thead><tr><th>nro_cliente</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td></tr><tr><td>4</td></tr></tbody></table>	nro_cliente	1	4	<table border="1"><thead><tr><th>nro_cliente</th></tr></thead><tbody><tr><td>4</td></tr></tbody></table>	nro_cliente	4	<table border="1"><thead><tr><th>nro_cliente</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td></tr></tbody></table>	nro_cliente	1
nro_cliente									
1									
4									
nro_cliente									
4									
nro_cliente									
1									



# Consulta 7

- Liste os números dos clientes ou têm pedido, ou foram atendidos pelo vendedor 2, mas que não atendem a ambas as condições.

$temp_1$

nro_cliente
1
4

$temp_2$

nro_cliente
4

$temp_1 \cup temp_2$

nro_cliente
1

# Regras de Transformação

## 8. Comutatividade das operações de conjunto

As operações  $\cup$  e  $\cap$  são comutativas, mas  $-$  não.

## 9. Associatividade de $\bowtie$ , $\times$ , $\cup$ e $\cap$

Essas quatro operações são individualmente associativas, ou seja, se  $\theta$  for aplicado para alguma destas operações, então:

$$(R \theta S) \theta T \equiv R \theta (S \theta T)$$

## 10. Comutando $\sigma$ com operações de conjunto

A operação  $\sigma$  pode ser comutada com  $\cup$ ,  $\cap$  e  $-$ . Se  $\theta$  for aplicado para estas três últimas operações:

$$\sigma_c (R \theta S) \equiv (\sigma_c (R)) \theta (\sigma_c (S))$$

## 11. Comutando $\pi$ com $\cup$

$$\pi_L (R \cup S) \equiv (\pi_L (R)) \cup (\pi_L (S))$$

# Divisão

- Divisão de duas relações R e S
  - todos os valores de um atributo de R que fazem referência a todos os valores de um atributo de S

relação argumento 1  $\div$  relação argumento 2

- relação
- resultado de alguma operação da álgebra relacional

Operação dependente:  $R_1 \div R_2 \equiv (\pi_{\text{atributos}}((R_1)) - \pi_{\text{atributos}}(((\pi_{\text{atributos}}((R_1)) \times R_2) - R_1))$

# Consulta 8

- Liste todos os pedidos que referenciam todas as peças listadas na relação peça.

pedido\_peça

nro_ped	nro_peça
9	12
1	04
1	66
4	03
5	11
8	04
8	74

$\sigma_{\text{nro\_peça}(peça)}$

nro_peça
66
04

pedido\_peça  $\div$  peça

nro_pedido
1

divisão: utilizada para consultas que incluam o termo *para todos* ou *em todos*

# Complemento de uma Relação

$\neg R$

- Relação
  - subconjunto do produto cartesiano dos domínios dos atributos
- Seja  $R = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 
  - universo( $R$ ) =  $\text{dom}(A_1) \times \text{dom}(A_2) \times \dots \times \text{dom}(A_n)$
  - $\neg R = \text{universo}(R) - R$

Operação raramente usada: não tem muita serventia prática, já que os domínios dos atributos têm cardinalidade muito grande

# Complemento Ativo de uma Relação

$$\neg^*R$$

- Definida sobre o **domínio ativo** dos atributos
- Domínio ativo de um atributo
  - Representação:  $\text{dom}^*(\text{atributo})[R]$
  - Definido sobre cada relação em que o atributo participa
  - Conjunto de todos os valores que o atributo assume na relação

# Relação Cliente

cliente (nro\_cli, nome\_cli, end\_cli, saldo, cod\_vend)

nro_cli	nome_cli	end_cli	saldo	cod_vend
1	Márcia	Rua X	100,00	1
2	Cristina	Avenida 1	10,00	1
3	Manoel	Avenida 3	234,00	1
4	Rodrigo	Rua X	137,00	2

- $\text{dom}^*(\text{nro\_cli})[\text{cliente}] = \{1, 2, 3, 4\}$
- $\text{dom}^*(\text{nome\_cli})[\text{cliente}] = \{\text{Márcia}, \text{Cristina}, \text{Manoel}, \text{Rodrigo}\}$
- $\text{dom}^*(\text{end\_cli})[\text{cliente}] = \{\text{Rua X}, \text{Avenida 1}, \text{Avenida 3}\}$