$5^{\underline{a}}$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE INT. À TEORIA DAS PROB. - SME0220

Exercício 1 (Hines et. al. E. 6-1, p. 124). Escolhe-se um ponto aleatoriamente sobre o segmento de reta $[0,4]$. Qual é a probabilidade de que ele esteja entre $\frac{1}{2}$ e $1\frac{3}{4}$? Entre $2\frac{1}{4}$ e $3\frac{3}{8}$?

Exercício 2 (Hines et. al. E. 6-3, p. 124). Uma variável aleatória X é distribuída uniformemente no intervalo $[0,2]$. Ache a distribuição da variável aleatória $Y = 2X + 5$.

Exercício 3 (Hines et. al. E. 6-4, p. 124). Um corretor imobiliário fixa um honorário de \$50 mais uma comissão de 6% sobre o lucro do proprietário. Se esse lucro é distribuído uniformemente entre \$0 e \$2000, ache a distribuição de probabilidade dos honorários totais do corretor.

Exercício 4 (Hines et. al. E. 6-10, p. 125). O motor e a caixa de marcha um novo carro são garantidos por um ano. As vidas-médias de um motor e da caixa de marcha são estimadas em três anos, e o tempo de falha tem uma densidade exponencial. O lucro proveniente de um carro novo é de \$1000. Incluindo os custos de peças e mão-de-obra, o vendedor deve pagar \$250 para o reparo de cada falha. Qual é o lucro esperado por carro?

Exercício 5 (Hines et. al. E. 6-12, p. 125). Considere que o tempo de operação de uma máquina seja uma variável aleatória distribuída exponencialmente, com função de densidade de probabilidade $f(t) = \theta e^{-\theta t}, t \geq 0$. Suponha que se deva contratar uma operadora para essa máquina por um intervalo de tempo fixo, predeterminado, Y. Ela ganha d dólares por período de tempo durante esse intervalo. o lucro líquido da operação dessa máquina, excluída a mão-de-obra, é de d dólares em período de tempo em operação. Ache o valor de Y que maximize o lucro total esperado obtido.

Exercício 6 (Hines et. al. E. 6-13, p. 125). Estima-se que o tempo de falha de um tubo de televisão seja distribuído exponencialmente, com uma média de três anos. Uma companhia oferece seguro para esses tubos no primeiro ano de uso. Qual a porcentagem de apólices que terão que pagar?

Exercício 7 (Hines et. al. E. 6-19, p. 125). Uma balsa leva seus clientes para cruzar um rio quando há 10 carros a bordo. A experiência mostra que os carros chegam à balsa independentemente e a uma taxa média de 10 carros a bordo. A experiência mostra que os carros chegam à balsa independentemente e a uma taxa média de sete por hora. Ache a probabilidade de que o tempo entre viagem consecutivas será de menos de 1 hora.

Exercício 8 (Hines et. al. E. 6-22, p. 125). A vida de um sistema eletrônico é $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$, a soma das vidas dos subsistemas componentes. Os subsistemas são independentes, cada um com densidade exponencial para o tempo de falha, com um tempo médio entre falhas de quatro horas. Qual é a probabilidade de que o sistema opere por pelo menos 24 horas?

Exercício 9 (Hines et. al. E. 6-23, p. 125). Sabe-se que o tempo de renovação de estoque de certo produto tem distribuição gama, com uma média de 40 e uma variância de 400. Ache a probabilidade de que um pedido seja recebido no período dos vinte primeiros dias após ter sido feito. Dentro dos 60 primeiros dias.

Exercício 10 (Hines et. al. E. 7-2, p. 148). Seja $X \sim N(10,9)$. Ache $P(X \leq 8), P(X \leq 12)$, $P(2 \leq X \leq 10)$.

Exercício 11 (Hines et. al. E. 7-3, p. 148). Em cada parte a seguir, ache o valor de c que torna verdadeira a afirmativa sobre probabilidade.

- **(a)** $\Phi(c) = 0,94062$.
- **(b)** $P(|Z| \leq c)$ 0,95.
- **(c)** $P(|Z| \leq c)$ 0,99.
- **(d)** $P(Z \leq c)$ 0,05.

Exercício 12 (Hines et. al. E. 7-6, p. 148). A vida de determinado tipo de bateria de cela seca é distribuída normalmente, com uma média de 600 dias e um desvio-padrão de 60 dias. Que fração dessas baterias espera-se que sobreviva acima de 680 dias? Que fração espera-se que falhe antes de 560 dias?

Exercício 13 (Hines et. al. E. 7-9, p. 148). Certo tipo de lâmpada tem um resultado que é normalmente distribuído, com média de 2500 foot-candles e um desvio-padrão de 75 foot-candles. Determine o limite inferior de especificação tal que apenas 5% das lâmpadas fabricadas serão defeituosas.

Exercício 14 (Hines et. al. E. 7-12, p. 149). O diâmetro interno de um anel de pistão é distribuído normalmente, com uma média de 12 cm e um desvio-padrão de 0,02 cm.

- **(a)** Qual fração dos anéis de pistão terá diâmetro que exceda 12,05 cm?
- **(b)** Qual valor do diâmetro interno, c, tem probabilidade de 0,90 de ser excedido?

(c) Qual é a probabilidade de que o diâmetro interno fique entre 11,95 e 12,05?

Exercício 15 (Hines et. al. E. 7-16, p. 148)**.** O diâmetro e um rolamento de esferas é uma variável aleatória normalmente distribuída, com média μ e um desvio-padrão de 1. As especificações para o diâmetro são $6 \leq X \leq 8$, e um rolamento dentro desses limites gera um lucro de C dólares. No entanto, se $X < 6$ o lucro é $-R_1$ dólares, ou se $X > 8$, o lucro é de $-R_2$ dólares. Ache o valor de μ que maximize o lucro esperado.

Exercício 16 (Hines et. al. E. 7-21, p. 148)**.** Sejam $X_i, i = 1, 2, \ldots, n$, variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas, com média μ e variância σ^2. Considere a média amostral

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Mostre que $\mathrm{E}(\bar{X}) = \mu$ e $\mathrm{Var}(\bar{X}) = \sigma^2/n$.

Exercício 17 (Hines et. al. E. 7-25, p. 148)**.** O erro de arredondamento tem uma distribuição em $[-0,5; 0,5]$, e esses erros são independentes. Faz-se uma soma de 50 números, em que cada número é arredondado antes de ser somado. Qual é a probabilidade de que o erro de arredondamento total exceda 5?

Exercício 18 (Hines et. al. E. 7-27, p. 148)**.** Uma máquina automática é usada para encher caixas com pó de sopa. As especificações exigem que as caixa pesem entre 11,8 e 12,2 gramas. Os únicos dados disponíveis relativos ao desempenho da máquina se referem ao conteúdo médio é 11,9 gramas, com um desvio-padrão de 0,05 grama. Que fração das caixas produzidas é defeituosa? Onde deveria se localizar a média para minimizar essa fração de defeituosas? Suponha que o peso seja distribuído normalmente.

Exercício 19 (Hines et. al. E. 7-29, p. 148)**.** Um processo de produção fabrica itens, dos quais 8% são defeituosos. Uma amostra de 200 itens é selecionada a caa dia e o número de defeituosos, X, é contado. Usando a aproximação normal para a binomial, ache o seguinte:

(a) $P(X \leq 16)$.
(b) $P(X = 15)$.
(c) $P(12 \leq X \leq 20)$.
(d) $P(X = 14)$.

Exercício 20 (Bussab et al. E.8 p. 281)**.** Uma máquina de empacotar um determinado produto o faz segundo uma distribuição normal, com média μ e desvio padrão 10 g.

(a) Em quanto deve ser regulado o peso médio μ para que apenas 10% dos pacotes tenham menos do que 500g?

(b) Com a máquina assim regulada, qual a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes escolhido ao acaso seja inferior a 2kg?

Exercício 21 (Bussab et al. E.10 p. 281)**.** A capacidade máxima de um elevador é de 500 kg. Se a distribuição X dos pesos dos usuários for suposta $N(70, 100)$:

(a) Qual é a probabilidade de sete passageiros ultrapassarem esse limite?

(b) E seis passageiros?