

Algoritmos e Estruturas de Dados II

Grafos – tipo abstrato de dados

Cristina Dutra de Aguiar Ciferri

Material de aula de

Thiago A. S. Pardo

M. Cristina de Oliveira

Josiane M. Bueno

Elaine P. M. de Souza

Grafos
Estruturas de Dados

**Listas de
Adjacências**

Grafos

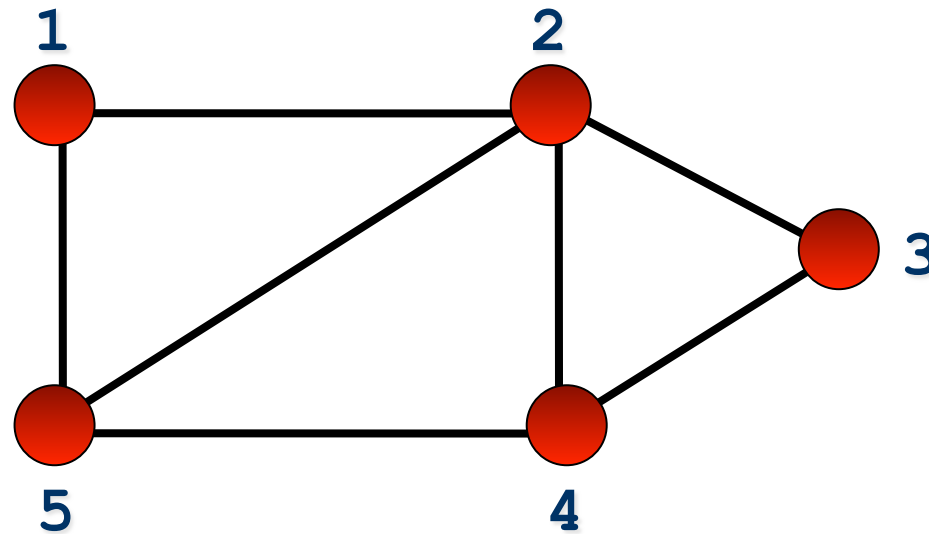
Listas de Adjacências

- Dado um grafo $G = (V, A)$, as **listas de adjacências** L é um conjunto de $|V|$ listas $L(v)$, uma para cada vértice v pertencente a V
- Cada lista $L(v)$ é denominada **lista de adjacências** do vértice v e contém os vértices w adjacentes a v em G
- Ou seja, as **listas de adjacências** consistem tradicionalmente em um vetor de $|V|$ elementos que são capazes de apontar, cada um, para uma lista linear
 - O i -ésimo elemento do vetor aponta para a lista linear das arestas que são adjacentes ao vértice i

Grafos

Listas de Adjacências

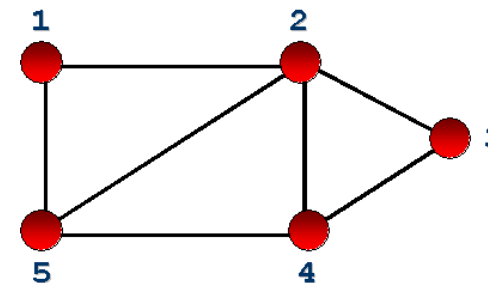
- Como são as listas de adjacências do grafo a seguir?



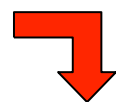
Grafos

Listas de Adjacências

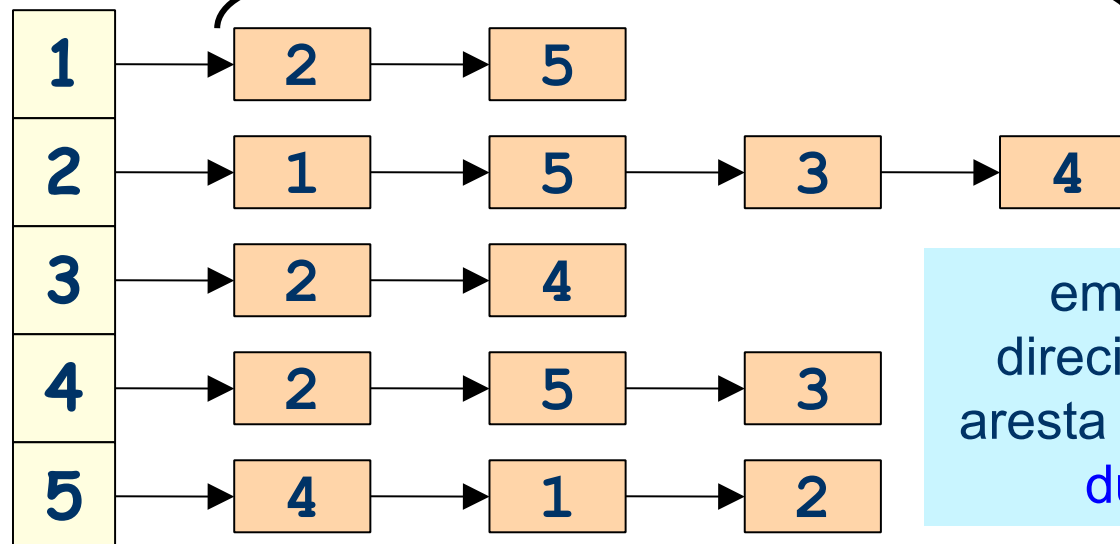
- Possível resposta:



vértices



Listas de adjacências

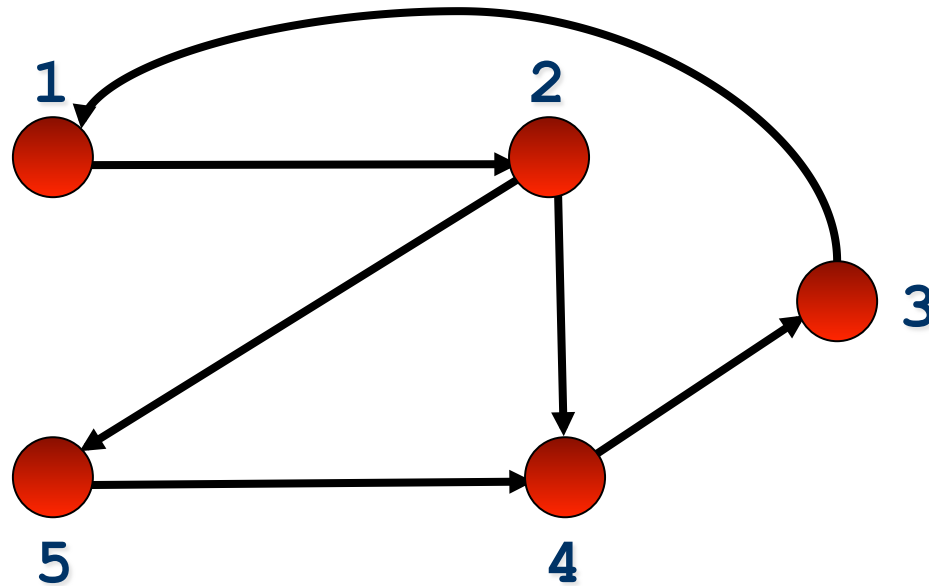


em grafos não
direcionados, cada
aresta é representada
duas vezes

Grafos

Listas de Adjacências

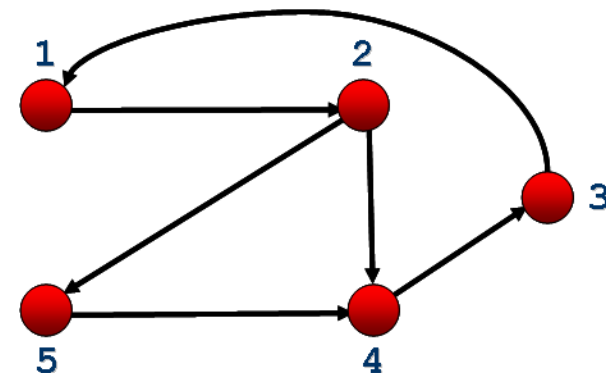
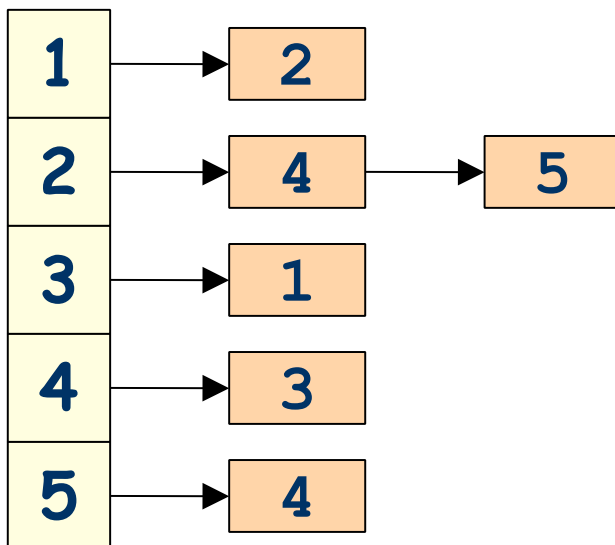
- Como representar o dígrafo abaixo?



Grafos

Listas de Adjacências

- Possível resposta:

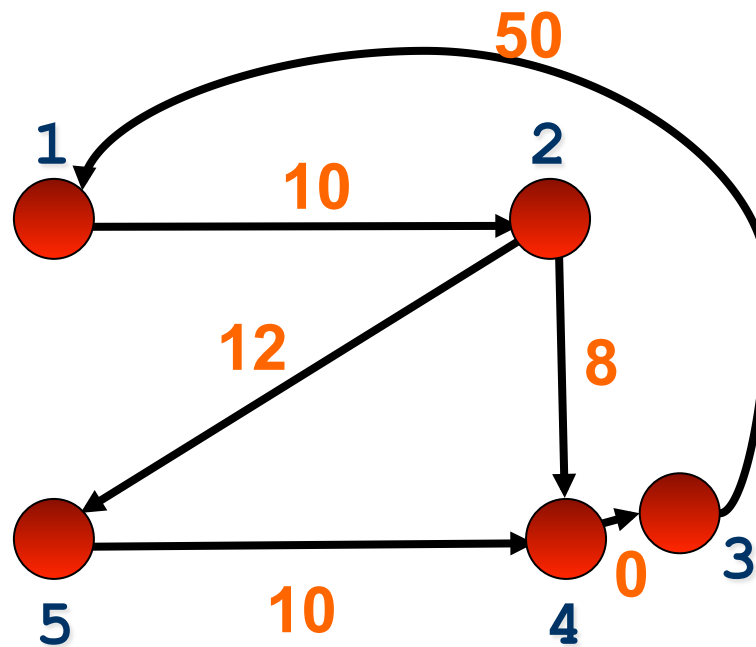


em grafos direcionados,
cada vértice aponta para
os seus vértices
adjacentes

Grafos

Listas de Adjacências

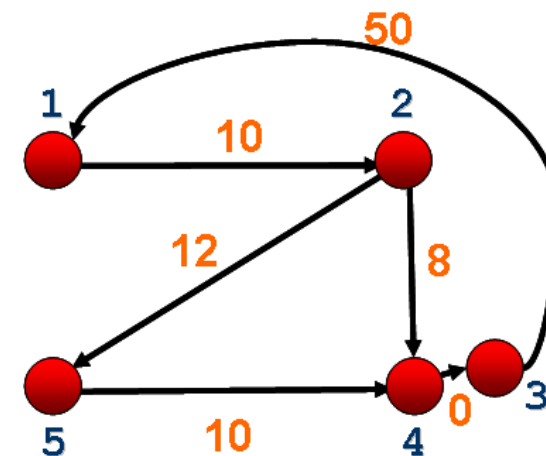
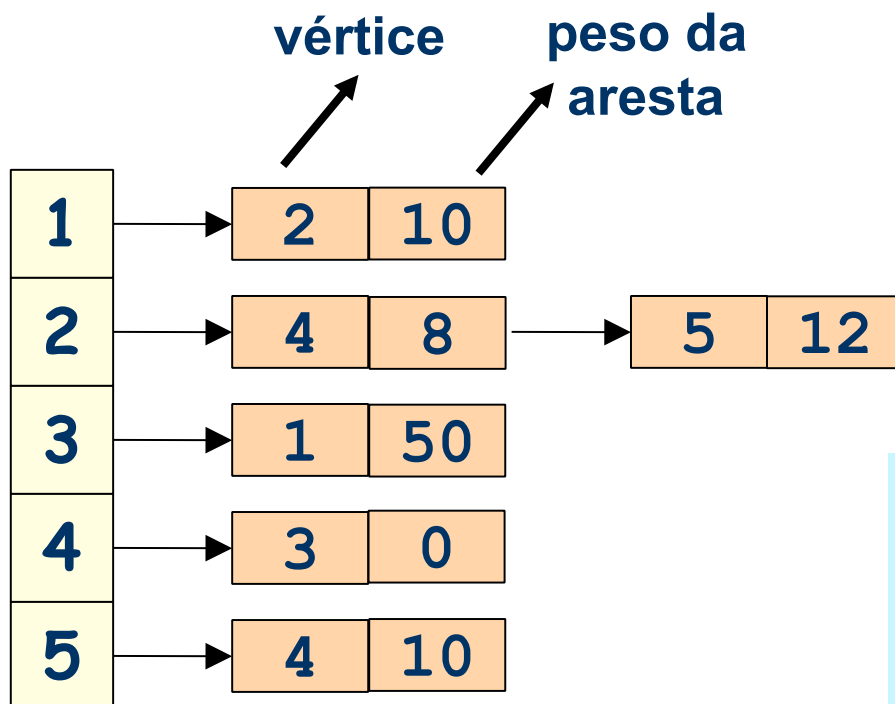
- Como representar o grafo direcionado e ponderado abaixo?



Grafos

Listas de Adjacências

- Possível resposta:



em grafos ponderados, cada elemento da lista armazena o rótulo do vértice e o peso da aresta correspondente

Grafos

Listas de Adjacências

- **Características**

- maior complexidade na representação de grafos

- **Propriedades**

- espaço de armazenamento: $O(|V|+|A|)$
- teste se aresta (u,v) está no grafo: $O(d_u)$
 - grafos não direcionados $\Rightarrow d_u =$ grau do vértice u
 - grafos direcionados $\Rightarrow d_u =$ grau de saída do vértice u
 - $d_u \approx |V|$ para vértices com muitas arestas

Grafos

Listas de Adjacências

- **Vantagens**

- representação útil para **grafos esparsos**, nos quais $|A|$ é muito menor do que $|V|^2$
- representação **compacta**

- **Desvantagens**

- tempo $O(|V|)$ para determinar se existe uma aresta entre u e v
 - podem haver $|V|$ elementos na lista de adjacências de u

listas de adjacências:
representação geralmente usada
na maioria das aplicações

Grafos

Listas de Adjacências

- **Observações**

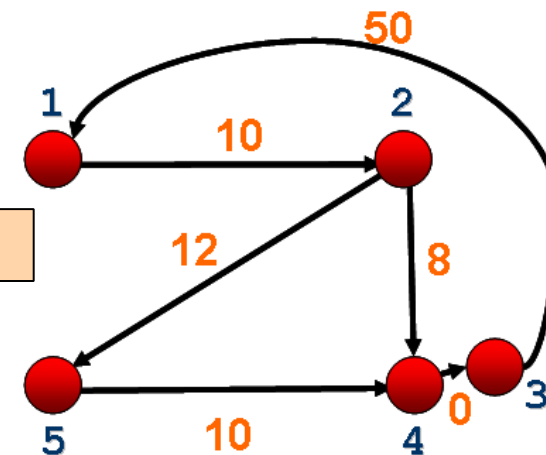
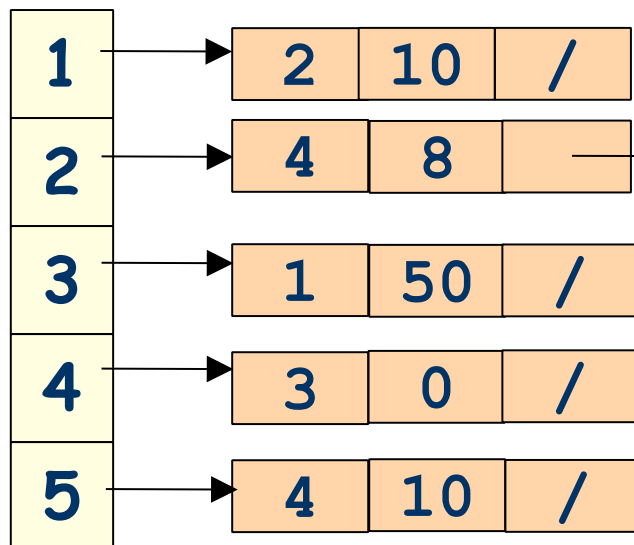
- Os vértices adjacentes a um vértice i podem ser armazenados na lista de adjacências de i em **ordem arbitrária** ou **não**
 - usualmente armazenados de forma arbitrária
- Como em qualquer estrutura de dados, há liberdade para haver **variações** na representação
 - **vetor de vetores**
 - **vetor de listas ligadas**
 - ...

implementação muito comum:
vetor de ponteiros com listas encadeadas dinâmicas

Grafos

Listas de Adjacências

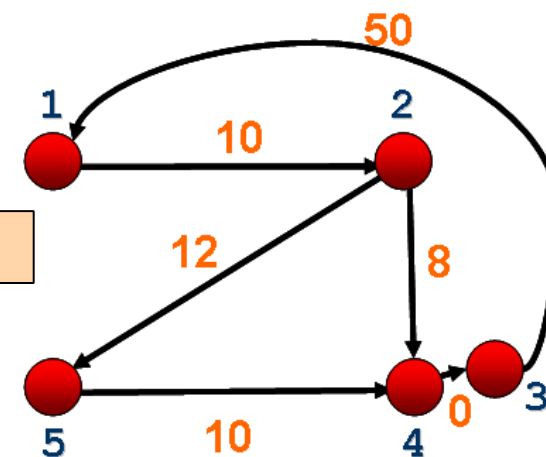
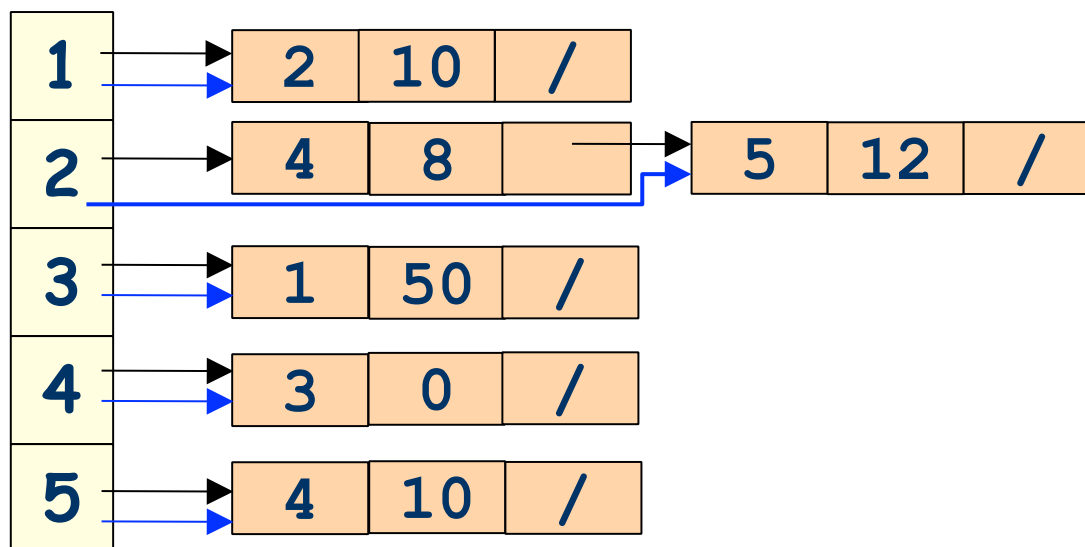
- Exemplo: representação usando vetor de ponteiros com listas encadeadas dinâmicas



Grafos

Listas de Adjacências

- Exemplo: representação usando vetor de ponteiros com listas encadeadas dinâmicas



Pergunta: seria interessante armazenar um ponteiro para o último elemento de cada lista?

Grafos

Listas de Adjacências

- **Exemplos de operações básicas**
 - **Criar grafo**: cria um grafo G composto de um conjunto de vértices
 - **Inserir aresta**: insere uma aresta e seu peso no grafo G
 - **Remover aresta**: remove uma aresta do grafo G e retorna o seu peso
 - **Verificar a existência de aresta**: retorna verdadeiro se a aresta existe e falso caso contrário
 - **Imprimir grafo**: imprimir os vértices e arestas do grafo G

Grafos

Listas de Adjacências

- Exemplos de operações básicas
 - Gerenciar vértices adjacentes
 - Verificar a existência de um vértice adjacente ao vértice v
 - Verificar se a lista de vértices adjacentes está vazia
 - Retornar o primeiro vértice da lista
 - Retornar o próximo vértice adjacente da lista
 - Gerar grafo transposto: cria um grafo transposto G^T a partir do grafo G
 - ...

Grafos

Comparação

Comparação	Vencedor
Rapidez para saber se (x,y) está no grafo	Matriz de adjacências
Rapidez para determinar o grau de um vértice	Listas de adjacências
Grafos esparsos	Listas de adjacências

Grafos

Comparação

Comparação	Vencedor
Grafos densos	Matriz de adjacências
Inserção/remoção de arestas	Matriz: $O(1)$ Listas: $O(d)$
Melhor na maioria dos problemas	Listas de adjacências
Rapidez para percorrer o grafo	Listas: $O(V + A)$ Matriz: $O(V ^2)$