

ICMC-USP  
Lista de Exercícios 1  
SCC-5809 - Redes Neurais  
2o. Semestre de 2011 - Prof. João Luís



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO  
Departamento de Ciências de Computação

1. Um exemplo de função sigmoide é definido por:

$$\varphi(v) = \frac{1}{(1 + \exp(-av))} \quad (1)$$

cujos valores limites são 0 e 1. Se  $a = 1$  esta função recebe o nome de *função logística*. Mostre que a derivada de  $\varphi(v)$  em relação a  $v$  é dada por:

$$\frac{d\varphi}{dv} = a\varphi(v)[1 - \varphi(v)] \quad (2)$$

Qual é o valor desta derivada na origem?

2. Outra forma de função sigmoide é definida por:

$$\varphi(v) = \frac{1 - \exp(-av)}{1 + \exp(-av)} = \tanh\left(\frac{av}{2}\right) \quad (3)$$

onde  $\tanh$  denota a tangente hiperbólica. Os limites desta função são -1 e +1. Mostre que a derivada de  $\varphi(v)$ , em relação a  $v$  é dada por:

$$\frac{d\varphi}{dv} = \frac{a}{2}(1 - \varphi^2(v)) \quad (4)$$

Qual é o valor desta derivada na origem? Suponha  $a \rightarrow \infty$ , qual é a forma resultante de  $\varphi(v)$ ?

3. Mais uma forma de função sigmoide é a sigmoide algébrica:

$$\varphi(v) = \frac{v}{\sqrt{1 + v^2}} \quad (5)$$

cujos valores limites são -1 e +1. Mostre que a derivada de  $\varphi(v)$  com respeito a  $v$  é dada por:

$$\frac{d\varphi}{dv} = \frac{\varphi^3(v)}{v^3} \quad (6)$$

Qual é o valor desta derivada na origem?

ICMC-USP  
Lista de Exercícios 1  
SCC-5809 (continuação)

4. Um neurônio tem uma função de ativação  $\varphi(v)$  definida pela função logística da questão 1, onde  $v$  é o campo local induzido, e o parâmetro de inclinação  $a$  está disponível para ajuste. Seja  $x_1, x_2, \dots, x_m$  os sinais de entrada aplicados aos nós fonte do neurônio, e  $b$  o *bias*. Para conveniência de apresentação, deseja-se absorver o parâmetro de inclinação  $a$  no campo local induzido  $v$  escrevendo

$$\varphi(v) = \frac{1}{(1 + \exp(-v))} \quad (7)$$

Como você modificaria as entradas  $x_1, x_2, \dots, x_m$  para produzir a mesma saída de antes? Justifique sua resposta.

5. Um neurônio  $j$  recebe entradas de outros 4 neurônios cujos níveis de atividades são: 10, -20, 4 e -2. Os pesos sinápticos respectivos são: 0.8, 0.2, -1.0 e -0.9. Calcule a saída do neurônio  $j$  para as seguintes situações:
- (a) o neurônio é linear, isto é, sua função de transferência ou ativação é linear.
  - (b) o neurônio é representado por um modelo de McCulloch-Pitts. Assuma que o *bias* aplicado ao neurônio inicialmente é zero e depois é igual a 0.5.
  - (c) o neurônio é baseado na função logística da equação 7.
6. (a) Mostre que o modelo formal de neurônio de McCulloch-Pitts pode ser aproximado por um neurônio sigmoidal (isto é, neurônio que usa a função de ativação sigmoide com pesos sinápticos grandes).
- (b) Mostre que um neurônio linear pode ser aproximado por um neurônio sigmoidal com pesos sinápticos pequenos.
7. Uma rede *feedforward* totalmente conectada tem 10 nós fonte, 2 camadas escondidas, uma com 4 neurônios e a outra com 3 neurônios, e um único neurônio de saída. Construa um grafo arquitetural desta rede.
8. Considere uma rede *feedforward* multicamadas, com todos os neurônios operando em suas regiões lineares. Justifique a afirmação de que tal rede é equivalente a uma rede *feedforward* de única camada.
9. Construa uma rede recorrente totalmente conectada com 5 neurônios, mas nenhuma auto-retro-alimentação.
10. Uma rede recorrente tem 3 nós fonte, 2 neurônios escondidos e 4 neurônios de saída. Construa um grafo arquitetural que descreva tal rede.

## References

- [1] S. Haykin, *Neural networks - a comprehensive foundation*, 2nd. ed. Prentice Hall, 1999.
- [2] R. A. F. Romero, "SCC 5809 - Redes Neurais," Slides, 2o. semestre de 2010.