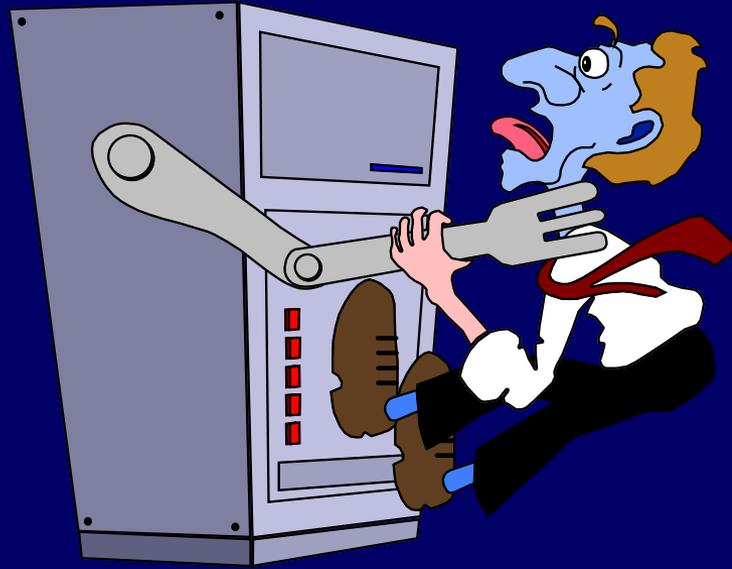


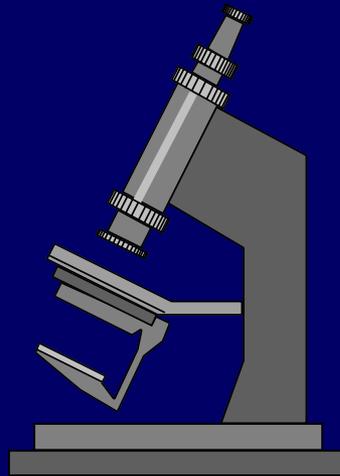
# Máquinas de Turing



Máquinas de Turing podem fazer tudo o que um computador real faz, com perdas de eficiência. Porém, mesmo uma Máquina de Turing não pode resolver certos problemas. Estes problemas estão além dos limites teóricos da computação.

# Motivação

Na Teoria da Complexidade analisamos problemas e os classificamos de acordo com sua complexidade.  
Até mesmo na Teoria da Computabilidade temos uma classificação para os problemas.



# Motivação

Para avaliar a complexidade de tempo, fazemos perguntas como:

Quanto tempo leva para computar um dado problema?



# Motivação

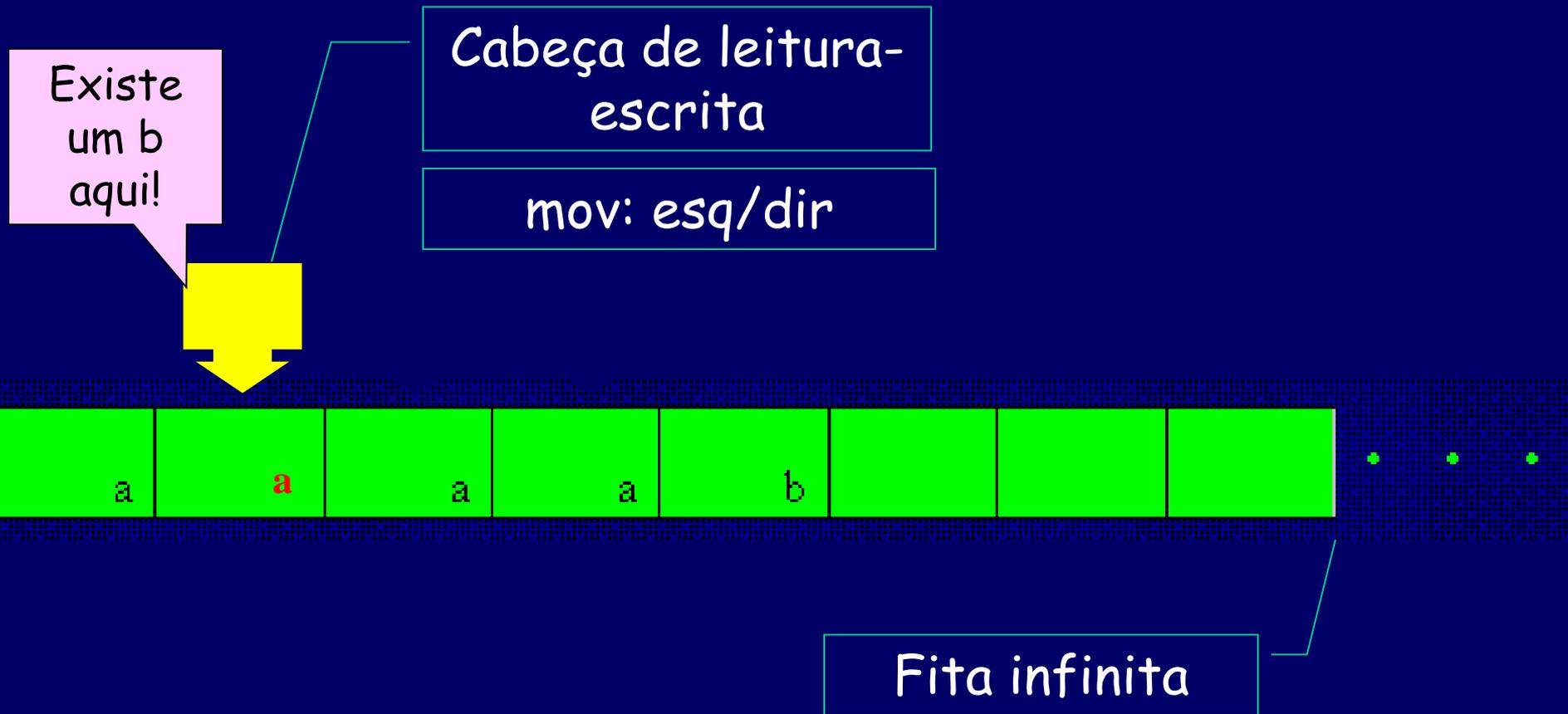
Mas para respondê-la precisamos ter um modelo computacional como referência.



# Introdução

- Objetivos:
  - Apresentar o modelo computacional chamado "Máquina de Turing".
- Tópicos:
  - Máquinas de Turing Determinísticas
  - Máquinas de Turing com Múltiplas Fitas
  - Máquinas de Turing Não-determinísticas
  - A Tese/Hipótese de Church-Turing
  - Linguagens decidíveis por Máquinas de Turing (Recursivas)
  - Linguagens Aceitas/Reconhecidas por Máquinas de Turing (Recursivamente Enumeráveis)

# Notação Esquemática de uma Máquina de Turing (MT)



- A máquina continua sua computação até decidir produzir uma saída.
  - As saídas aceita e rejeita são obtidas quando ela entra nos estados de aceitação e rejeição, respectivamente.
  - Se ela não entra nestes dois estados roda para sempre, nunca parando.
- Se tenta se mover para a esquerda além do começo na cadeia, a cabeça não obedece.

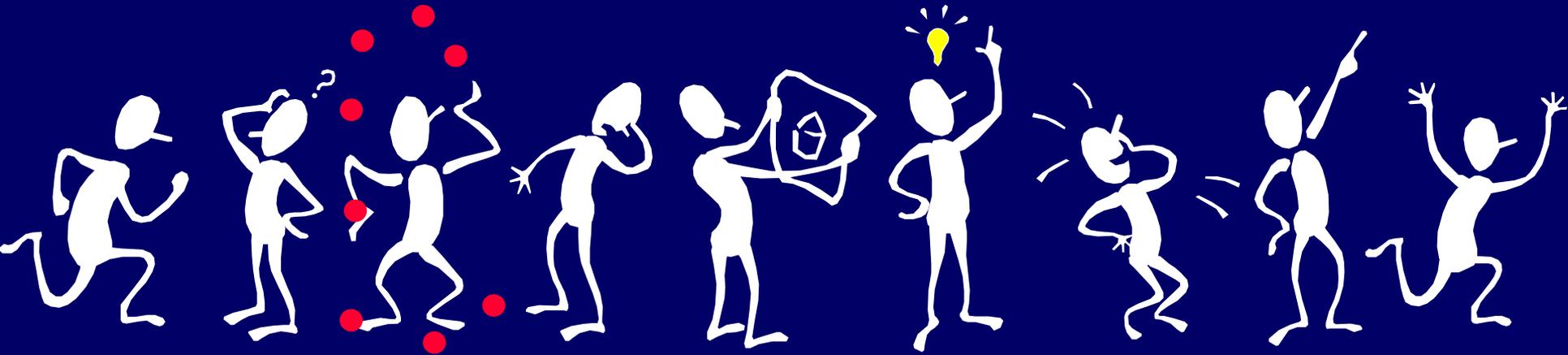
# Exemplo

- Como vocês fariam para testar se uma dada cadeia de entrada é membro de uma linguagem?
- Exemplo:  $B = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$   
Use a cadeia de entrada 011000#011000 para testar.
- Essa linguagem é Livre de Contexto?
- Qual o poder de uma máquina que possui 2 pilhas?



# Definição Formal de uma MT

1.  $Q$  - um conjunto finito de estados.



# Definição Formal de uma MT

2.  $\Sigma$  - o alfabeto de entrada, um conjunto finito não contendo o símbolo branco  $\_$ .



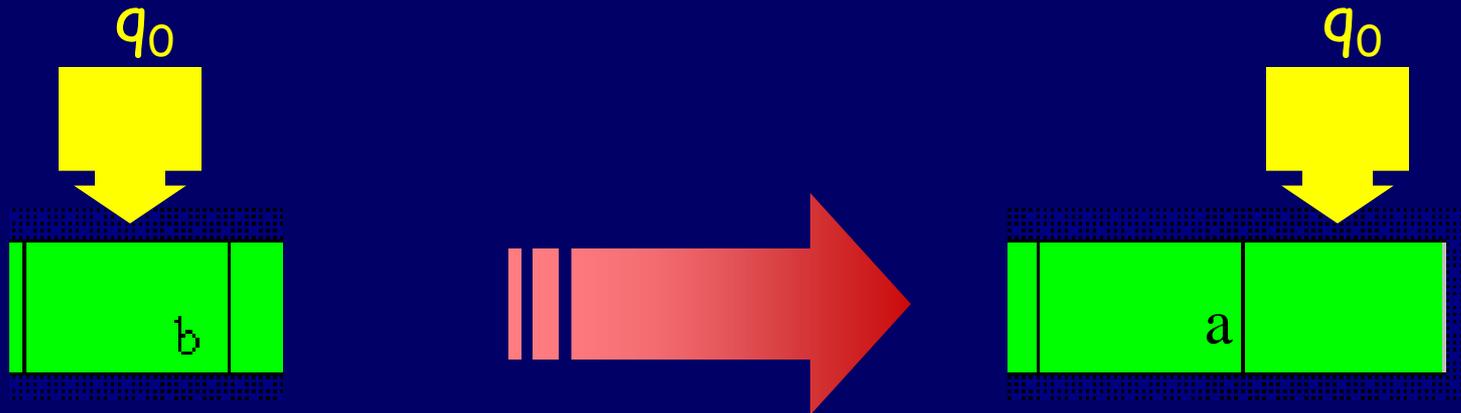
# Definição Formal de uma MT

3.  $\Gamma$  - o alfabeto da fita, em que  $\Sigma \subseteq \Gamma$  e  $\_ \in \Gamma$ .



# Definição Formal de uma MT

4.  $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  - a função de transição.



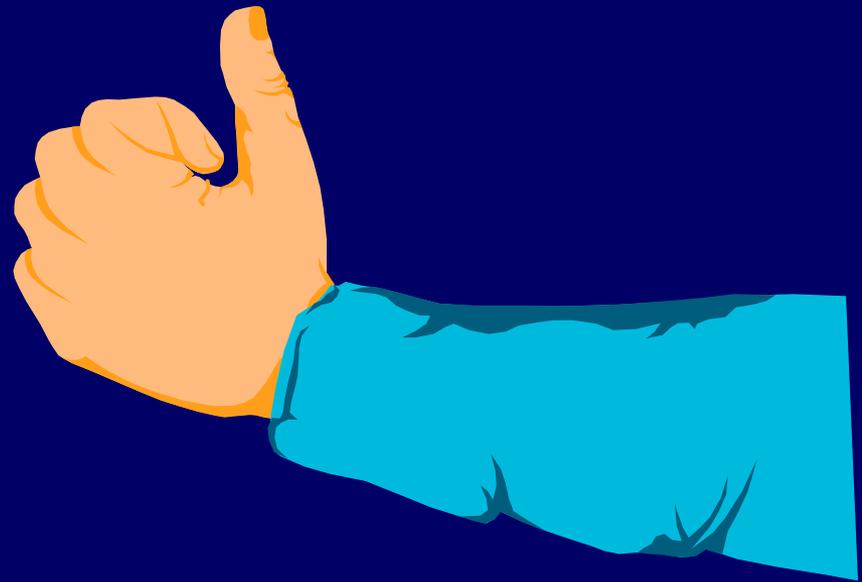
# Definição Formal de uma MT

5.  $q_0$  - o estado inicial



# Definição Formal de uma MT

6.  $q_{\text{accept}} \in Q$  - estado de aceitação



# Definição Formal de uma MT

7.  $q_{\text{reject}} \in Q$  - estado de rejeição  
 $q_{\text{reject}} \neq q_{\text{accept}}$



# Definição Formal de uma MT

## Sumário

1.  $Q$  - conjunto finito de estados.
2.  $\Sigma$  - o alfabeto de entrada.
3.  $\Gamma$  - o alfabeto da fita
4.  $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  - a função de transição.
5.  $q_0$  - o estado inicial.
6.  $q_{\text{accept}} \in Q$  - estado de aceitação.
7.  $q_{\text{reject}} \in Q$  - estado de rejeição .



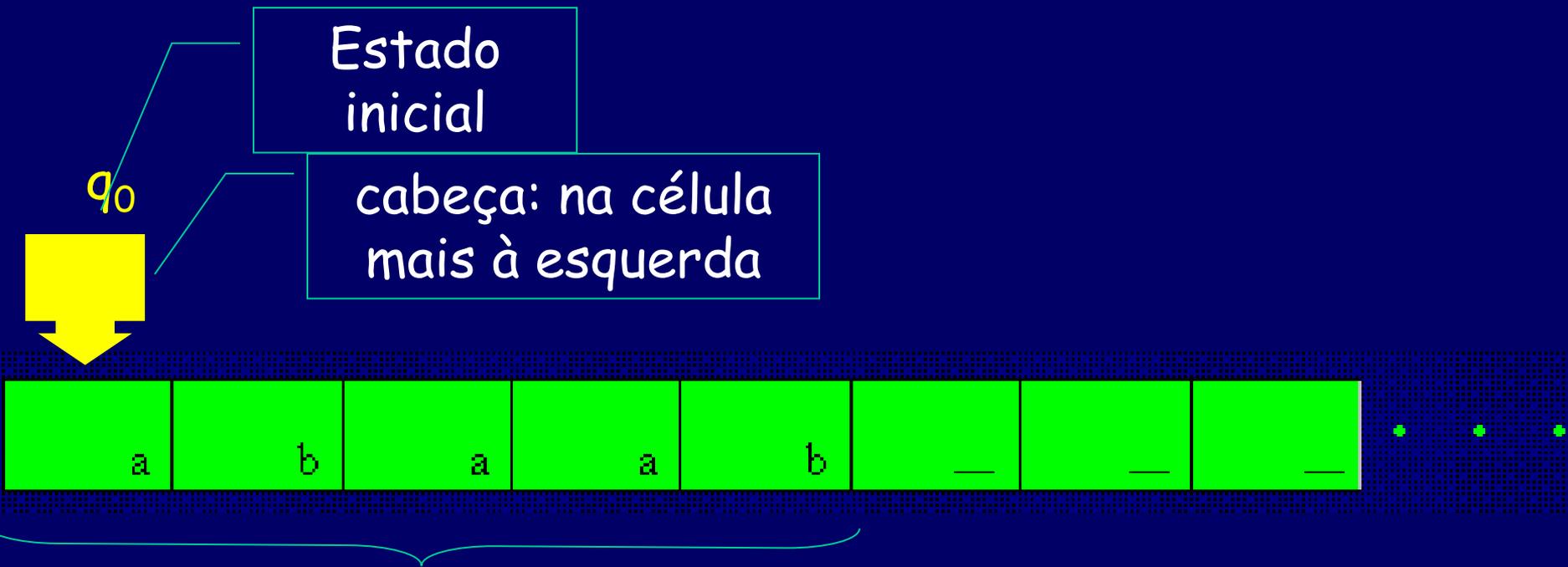
# Definição segundo (H,M,U,2001)

1.  $Q$  - conjunto finito de estados.
2.  $\Sigma$  - o alfabeto de entrada (não contem branco)
3.  $\Gamma$  - o alfabeto da fita (contem branco)
4.  $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  - a função de transição.
5.  $q_0$  - o estado inicial, pertence a  $Q$
6.  $B$ , símbolo branco, que está na fita fora da cadeia de entrada.
7.  $F$ , conjunto de estados de aceitação.

- F é vazio se a MT é transformadora de uma cadeia de entrada em uma cadeia de saída, isto é, como um modelo para **descrever procedimentos** (ou **computar funções**).
- F é relevante (ou  $q_{acc}$  e  $q_{rej}$ ) quando a MT é usada para **reconhecer uma linguagem**.

# Computações

## A Configuração Inicial

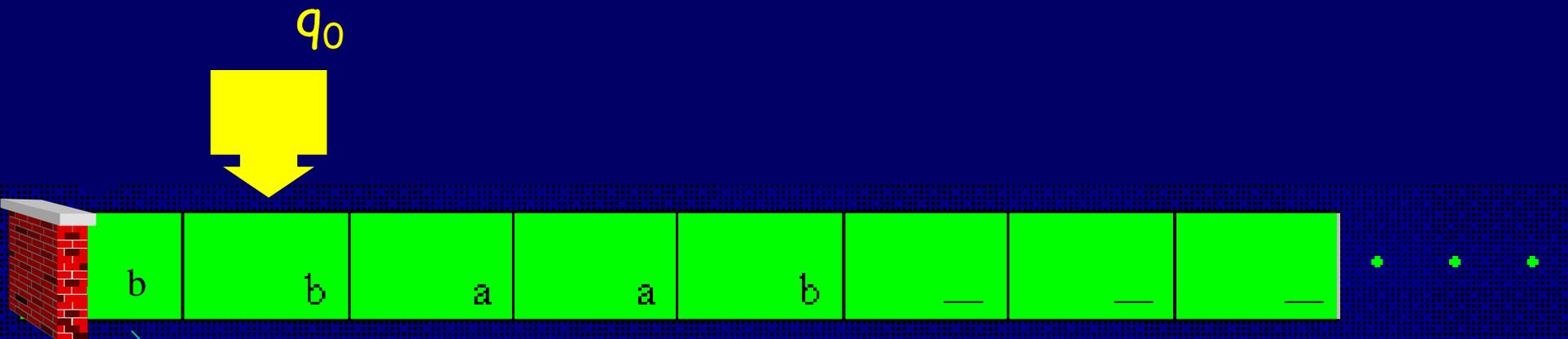


A entrada: começa a partir da esquerda

# Computações

## Exemplo

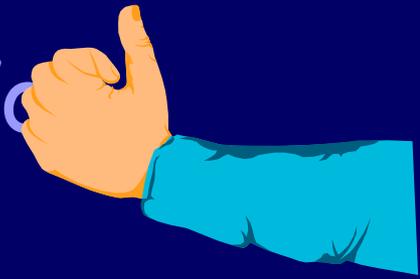
$$\delta(q_0, a) = (q_0, b, R)$$



Nota: a cabeça não pode se mover para à esquerda desta célula!

# Computações

## Configuração de Aceitação



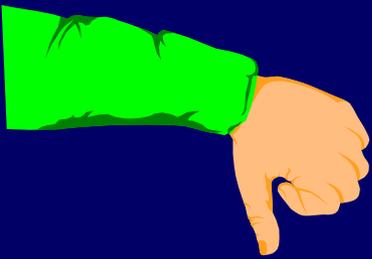
Se a computação entra no estado de aceitação, ela pára.

$q_{\text{accept}}$



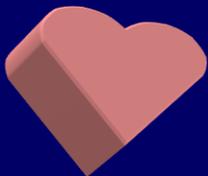
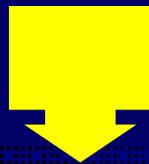
# Computações

## Configuração de Rejeição



Se a computação entra no estado de rejeição, ela também pára.

$q_{\text{reject}}$

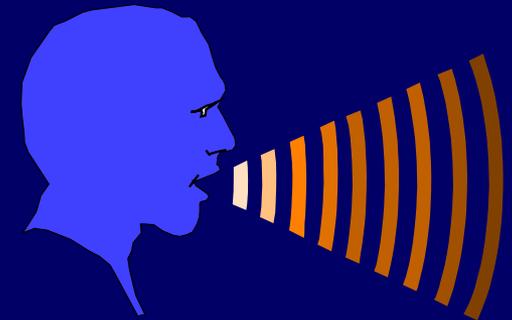
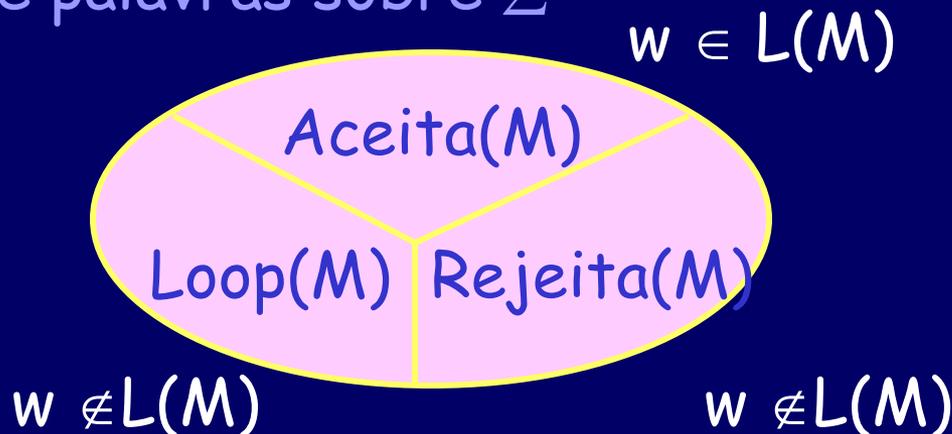


Nota: a máquina pode entrar em loop e não alcançar nenhum dos dois!

# A Linguagem que uma MT Aceita

- Uma máquina de Turing aceita sua entrada, se ela alcança uma configuração de aceitação.
- O conjunto de entradas que ela aceita é chamado sua linguagem  $L(M)$ .

Partições do conjunto de palavras sobre  $\Sigma^*$



# Definição formal de configuração

- Configuração é um terno  $(q, \alpha, i)$  em que:
- $q$  é um estado,
- $\alpha$  é uma cadeia de símbolos, isto é, a cadeia que no momento está escrita na fita,
- $i$  é um nro natural que dá a distância entre o 1º símbolo de  $\alpha$  e o símbolo que a máquina está lendo no momento.
- $L(MT) = \{w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } (q_0, w, 1) \xrightarrow{MT}^* (q, \alpha, i)\}$

Para algum  $q \in F, \alpha \in \Gamma^*, i \text{ natural}$

# Uma MT para uma Linguagem Simples

$$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$$

Exemplos:

*Pertence à L:*

aaabbbccc

*Não Pertence à L:*

aaabbbcccc