

1. Prove que o valor máximo da área de desigualdade (D) é dado por

$$D_{\max} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

2. Desenvolva um código em R para o traçado da curva de Lorenz.

Nos exercícios de 3 a 6 utilize o conjunto de dados `Ilocos` (`data(ilocos)`) do pacote `ineq` (`library(ineq)`) em R. Os dados foram coletados em domicílios nas Filipinas. O comando `?Ilocos` fornece diversas informações sobre as variáveis. Considere as variáveis `income`, `sex`, `family.size`, `urbanity` e `province`. É de interesse verificar se a primeira variável (`income`) está relacionada às demais. Procure levar em conta esta questão de interesse em suas respostas. Comente os aspectos que lhe chamarem atenção.

3. Apresente as variáveis utilizando medidas resumo (todas que você considerar pertinentes) e recursos gráficos.
4. Procure relações entre a variável `family.size` e outras que você julgar relevantes.
5. Apresente a curva de Lorenz e o índice de Gini da variável renda total do domicílio (`income`).
6. Calcule medidas de associação entre a variável `income` e as demais variáveis.
7. Prove que se $y = a + bx$ e $b > 0$, então $\text{cor}(x, y) = 1$.
8. Prove que se $y = a + bx$ e $b < 0$, então $\text{cor}(x, y) = -1$.
9. Prove que se $a_1 \in \mathbb{R}$, $a_2 \in \mathbb{R}$, $b_1 > 0$ e $b_2 > 0$, então $\text{cor}(a_1 + b_1x, a_2 + b_2y) = \text{cor}(x, y)$.
10. Continuando o exercício 9, calcule $\text{cor}(a_1 + b_1x, a_2 + b_2y)$ nas seguintes situações:
(a) $b_1 > 0$ e $b_2 < 0$, (b) $b_1 < 0$ e $b_2 > 0$ e (c) $b_1 < 0$ e $b_2 < 0$.
11. Ilustre graficamente os resultados obtidos nos exercícios 9 e 10.