

PIPGEs ICMC – USP/UFSCar
EST5802 – Inferência Avançada – 2024/2
5ª lista de exercícios

Os exercícios 1–3 encontram-se no livro [1].

1. Exercício 98, Cap. 4, e represente graficamente a função log-verossimilhança.
2. Exercício 105, Cap. 4.
3. Exercício 111, Cap. 4.
4. A variável aleatória X tem função massa de probabilidade

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta, & \text{se } x = -1, \\ (1 - \theta)^2 \theta^x, & \text{se } x \in \{0, 1, 2, \dots\}, \end{cases}$$

$\theta \in (0, 1)$. Considere uma amostra aleatória X_1, \dots, X_n .

- (a) Apresente uma estatística suficiente bidimensional e interprete-a.
 - (b) Apresente o estimador de máxima verossimilhança de θ .
 - (c) Represente graficamente a função log-verossimilhança.
5. X_1, \dots, X_n é uma amostra aleatória de uma distribuição com função massa de probabilidade

$$f(x; \theta) = \frac{\theta^x e^{-\theta}}{x!(1 - e^{-\theta})} I_{\{1, 2, \dots\}}(x), \quad \theta > 0.$$

- (a) Prove que a equação de verossimilhança tem solução única.
 - (b) Represente graficamente a função log-verossimilhança.
6. Considere $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{normal}(\theta, a\theta^2)$, $\theta > 0$, em que $a > 0$ é uma constante conhecida.
- (a) Apresente um estimador de momentos de θ e discuta suas propriedades.
 - (b) Desenvolva a estimação de θ pelo método de máxima verossimilhança e discuta as propriedades do estimador obtido.

Referência

- [1] Shao, J. *Mathematical Statistics*, 2nd ed., New York: Springer, 2003.