

Universidade de São Paulo  
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Curso de Ciências de Computação

SCC-205  
TEORIA DA COMPUTAÇÃO E LINGUAGENS FORMAIS  
Turma A – 2º. Semestre de 2012 – Prof. João Luís

**Lista de Exercícios do Capítulo 3**

1. Considere a linguagem  $L = \{w \mid w \in (a + b)^* \text{ com número par de } a\text{'s}\}$ . Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.
  - a) Se possível, escreva um autômato limitado linearmente (ALL) que processe  $L$ . Caso não seja possível, explique o porquê.
  - b) Se possível, escreva um autômato a pilha (APN) que processe  $L$ . Caso não seja possível, explique o porquê.
  - c) Qual é o tipo de  $L$ ? Comente a sua resposta.
  
2. Considere uma gramática  $G = (\Sigma, V, S, P)$ , onde  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $V = \{S, A, B\}$ ,  $P = \{S \rightarrow 0A \mid 1B \mid 0, A \rightarrow 0A \mid 0S \mid 1B, B \rightarrow 1B \mid 1 \mid 0\}$ . Qual é a Máquina de Turing que processa  $L(G)$ ?
  
3. Seja o seguinte conjunto de produções de uma gramática livre de contexto  $G$ :
$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow \lambda, B \rightarrow 1\}$$
  - a) Descreva  $L(G)$ ;
  - b)  $L(G)$  é sensível ao contexto?
  - c) Se possível, ache um autômato finito que processe  $L(G)$ ;
  - d) Use o Lema da Cadeia Vazia para achar a gramática equivalente sensível ao contexto.
  
4. Seja  $T$  a máquina de Turing:

$$T = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, [, ], \#\}, q_0, \{q_3\}, \delta)$$

onde  $\delta$  é dado por:

$$\delta(q_0, a) = (q_0, a, R)$$

$$\delta(q_0, \#) = (q_0, \#, R)$$

$$\delta(q_0, [) = (q_1, \#, R)$$

$$\delta(q_1, [) = (q_1, [, R)$$

$$\delta(q_1, \#) = (q_1, \#, R)$$

$$\delta(q_1, ]) = (q_2, \#, L)$$

$$\delta(q_2, x) = (q_2, x, L) \text{ para todo } x \neq a$$

$$\delta(q_2, a) = (q_0, a, R)$$

$$\delta(q_0, B) = (q_3, \#, R)$$

Quais palavras da forma  $aw$ , onde  $w$  está em  $\{[,]\}^*$ , são aceitas? Você pode achar uma gramática para esta linguagem?

5. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem  $(a + b)^*$ , na qual há menos a's do que b's.
6. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem  $(a + b)^*$  onde existe mais a's que b's.
7. Escreva uma Máquina de Turing que aceite a linguagem  $(a + b)^*$ , na qual há pelo menos um par de a's.
8. Sabe-se que um autômato finito (AFD/AFN) processa linguagem linear a direita (regular) e que um autômato a pilha (APN), que é equivalente a um AFN + pilha, processa linguagem livre de contexto.

Afirmção: "Qualquer máquina de Turing pode ser simulada por algum APN com duas pilhas."

Comente esta afirmação.

9. Construa a máquina de Turing que aceite o conjunto de todas as sentenças que contenham dois 0s consecutivos ou dois 1s consecutivos. Teste para 010110, através de transições entre descrições instantâneas.
10. Considere a seguinte máquina de Turing  $T$  que reconhece a LLC  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ . Seja  $T = (Q, \Sigma, q_0, q_a, \delta)$ , onde

$$\begin{aligned} Q &= \{q_0, q_1, \dots, q_5\} \\ \Sigma &= \{0, 1, Y, Z\} \\ q_a &= q_5 \end{aligned}$$

sendo que  $Y$  e  $Z$  são símbolos da fita, mas não símbolos de entrada.  $\delta$  é dado por:

$$1) \delta(q_0, 0) = (q_1, Y, R)$$

( $T$  irá alternativamente substituir um 0 por  $Y$ , então um 1 por  $Z$ . No estado  $q_0$ , um 0 é substituído por um  $Y$ , e  $T$  move para a direita no estado  $q_1$  procurando um 1.)

$$2) a) \delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$$

$$b) \delta(q_1, Z) = (q_1, Z, R)$$

$$c) \delta(q_1, 1) = (q_2, Z, L)$$

( $T$  se move para a direita no estado  $q_1$  (regras 2a e 2b). Quando um 1 é encontrado, ele é mudado para um  $Z$ , e o estado se torna  $q_2$  (regra 2c). Em  $q_2$ , vemos que  $T$  se move para a esquerda, procurando por um 0 para

converter para um Y. Movendo para a esquerda,  $T$  encontrará um bloco de Z's, então talvez um bloco de 0's, então um Y.)

3) a)  $\delta(q_2, Z) = (q_2, Z, L)$

b)  $\delta(q_2, Y) = (q_3, Y, R)$

c)  $\delta(q_2, 0) = (q_4, 0, L)$

( $T$  se move para a esquerda através de Z's (3a). Se  $T$  encontra um Y enquanto no estado  $q_2$ , não há mais 0's para converter.  $T$  vai para o estado  $q_3$  para checar que não há mais 1's (3b). Se um 0 é encontrado,  $T$  vai para o estado  $q_4$  e se move para a esquerda para converter o 0 mais a esquerda (3c).)

4) a)  $\delta(q_4, 0) = (q_4, 0, L)$

b)  $\delta(q_4, Y) = (q_0, Y, R)$

( $T$  se move através de 0's (4a). Se um Y é encontrado,  $T$  passou o 0 mais a esquerda e então deve mover para a direita, para converter o 0 em um Y. Entra no estado  $q_0$  e o processo descrito nas regras 1 a 4 se repete (regra 4b).)

5) a)  $\delta(q_3, Z) = (q_3, Z, R)$

b)  $\delta(q_3, B) = (q_5, Z, R)$

( $T$  entra no estado  $q_3$  quando não houver mais 0's (veja 3a).  $T$  deve mover à direita (5a). Se um branco for encontrado antes de um 1, então não há mais 1's (5b). A entrada está em  $L$  e  $T$  entra no estado  $q_5$ , o estado de aceitação.)

6)  $\delta$  é indefinida, para outros casos diferentes de 1 a 5 acima.

Verifique como  $T$  age com a entrada 000111, através de transições entre descrições instantâneas.