

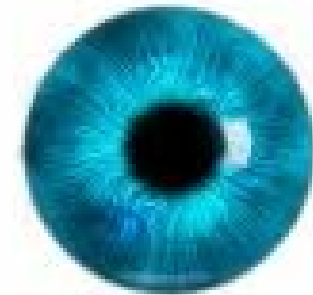


# Computação Gráfica

## *Viewing*

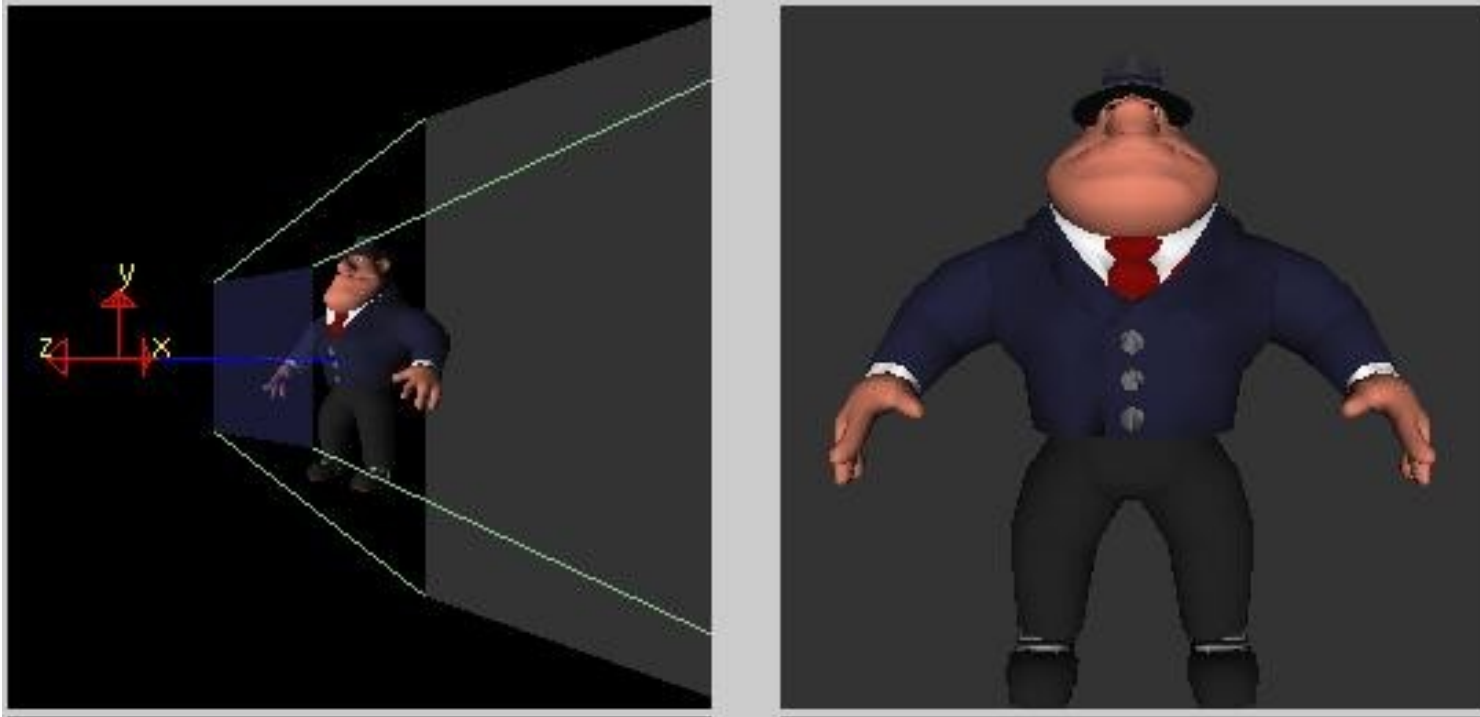
Aluno: Marcio Kassouf Cromo

Prof: Rosane Minghim



# O que é Viewing?

Processo responsável por determinar o que será exibido no dispositivo de saída, e como

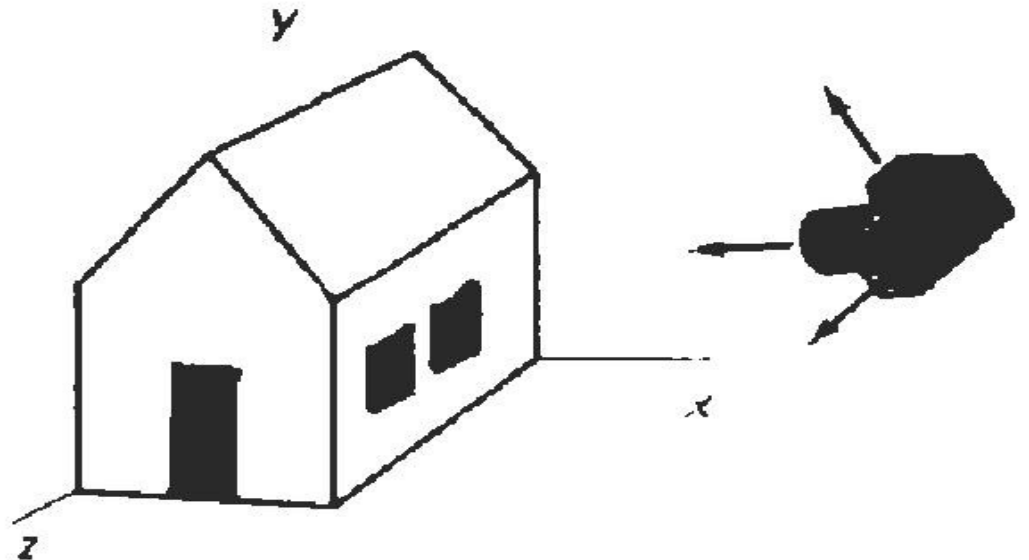


Fonte: Software disponível em: “Nate Robins: Main OpenGL Chronicles Allies”:  
<http://www.xmission.com/~nate/tutors.html>

# Analogia com uma câmera

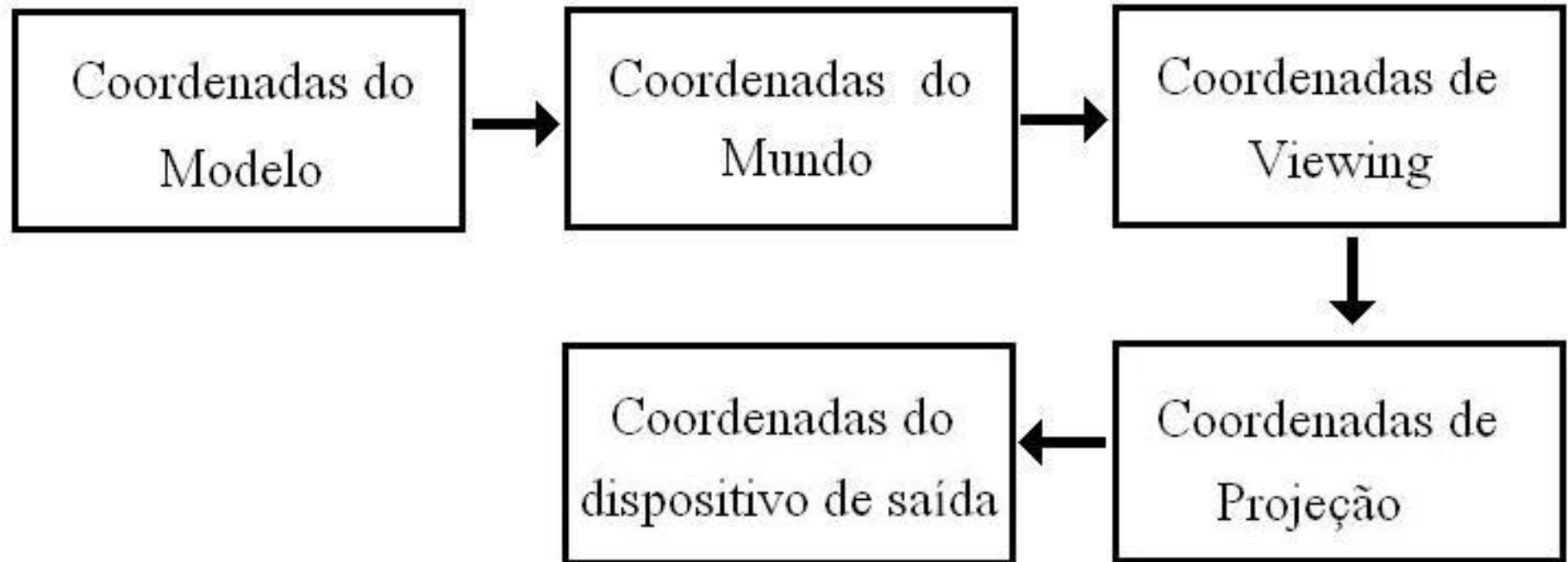
Parâmetros a serem considerados ao bater uma foto:

- Posicionamento da câmera no espaço.
- Direção para onde a câmera aponta.
- Orientação da câmera



# Viewing - Transformações

Transformações entre sistemas de coordenadas:



# Organização

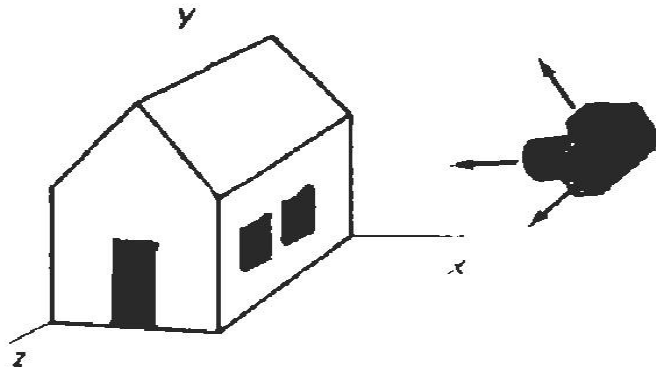
- Coordenadas de *Viewing*
- Projeções
- Volume de Visão
- Recorte (*Clipping*)



# Sistema de Coordenadas de Viewing (VCS)

**Para obter um VCS, devemos determinar:**

- Origem do sistema de coordenadas  $P0 = (x_0, y_0, z_0)$ .
- Ponto focal.
- Orientação: Vetor chamado “view up”, ou  $V$



# Sistema de Coordenadas de Viewing (VCS)

A partir dos 3 parâmetros definidos, temos os 3 vetores abaixo, que nos dão os eixos do nosso sistema de coordenadas de Viewing ( $X_v$ ,  $Y_v$  e  $Z_v$ ):

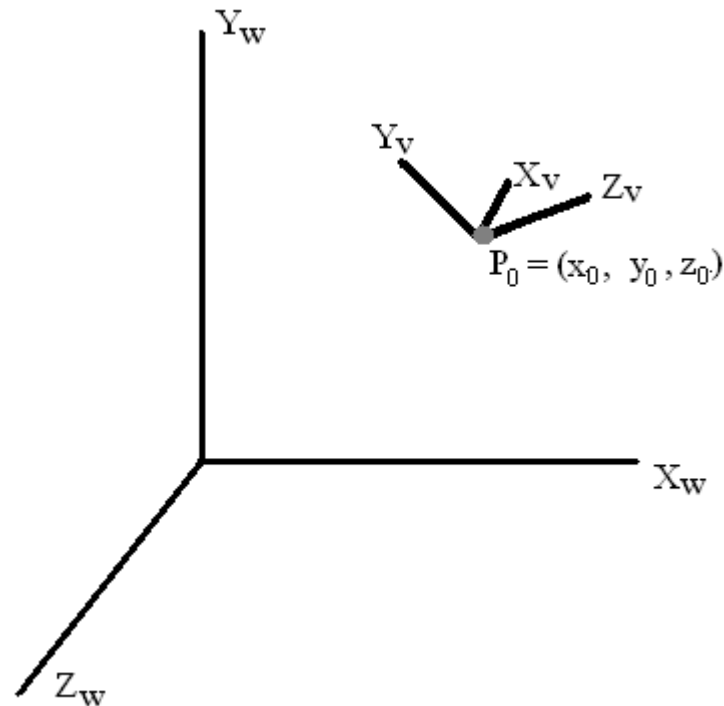
- $V$  – Vetor “*View Up*”
- $N$  – Vetor Normal ao plano de visão \*.
- $U$  – Produto vetorial entre  $V$  e  $N$  ( $V \times N$ )

\*Plano de visão: Plano perpendicular à linha que liga  $P0$  ao ponto focal. Normalmente contém o ponto focal.

# Sistemas de Coordenadas

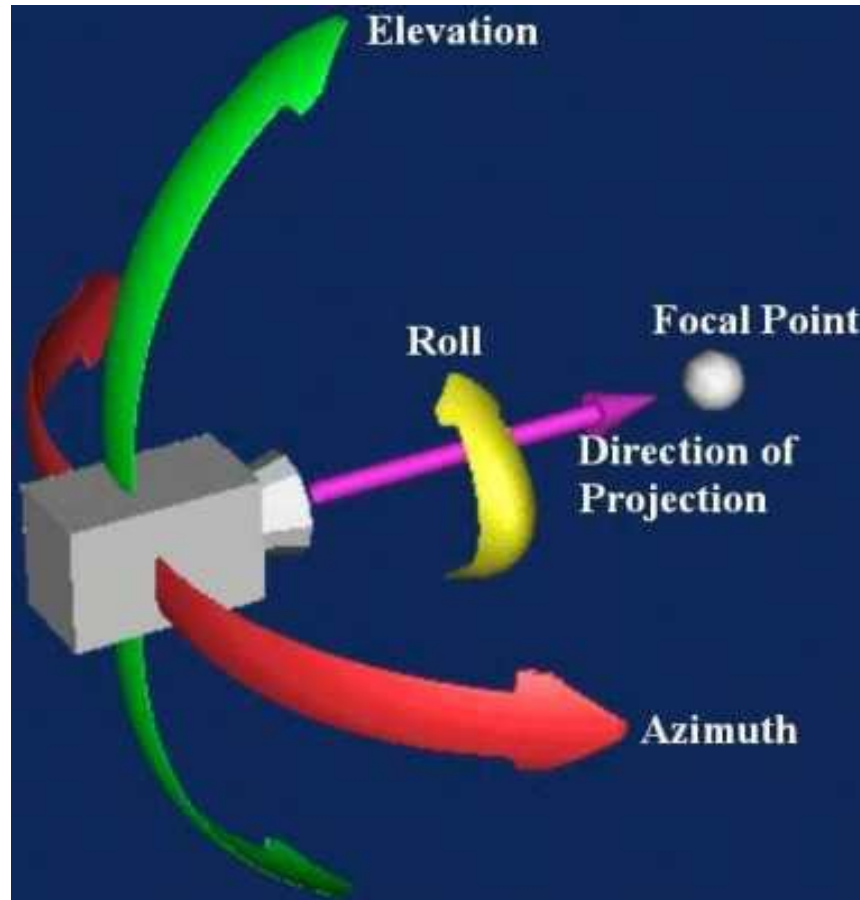
Sistemas de Coordenadas do Mundo (WCS) –  $X_w, Y_w, Z_w$

Sistemas de Coordenadas de Viewing (VCS) –  $X_v, Y_v, Z_v$



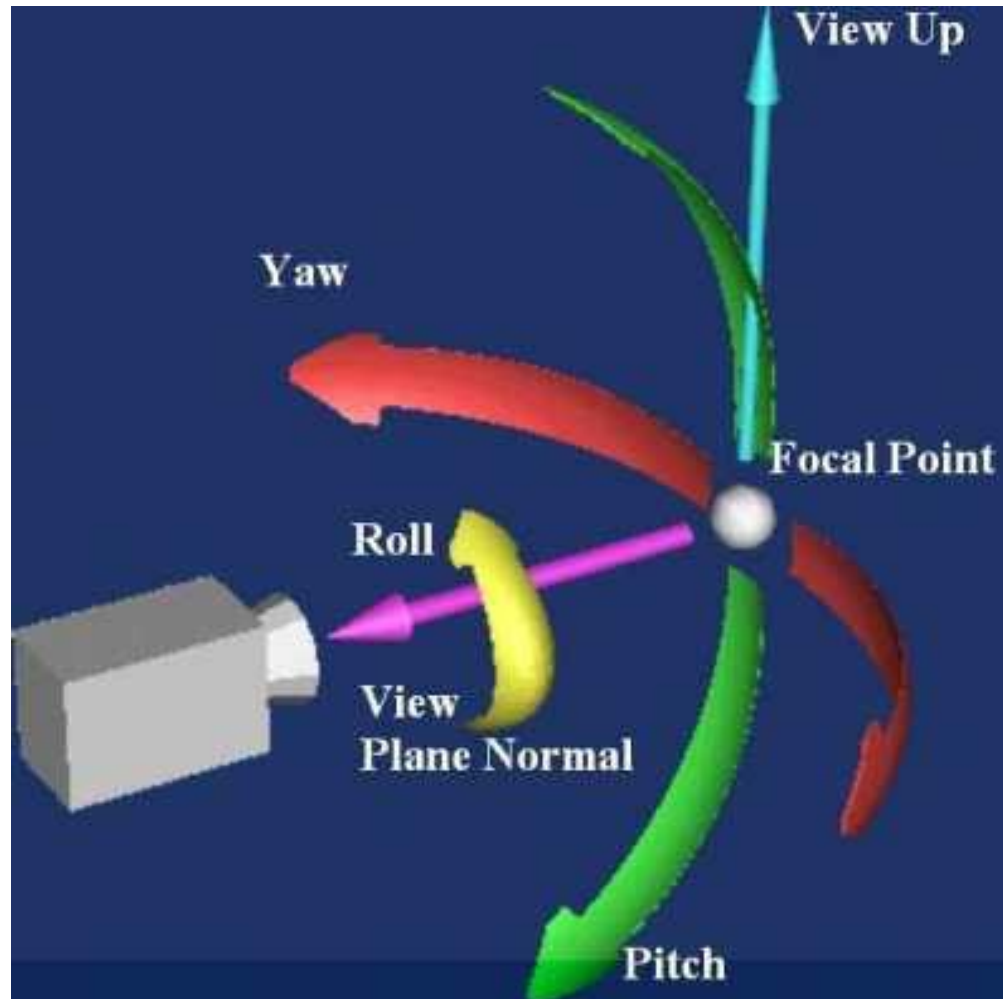


# Manipulação da Câmera



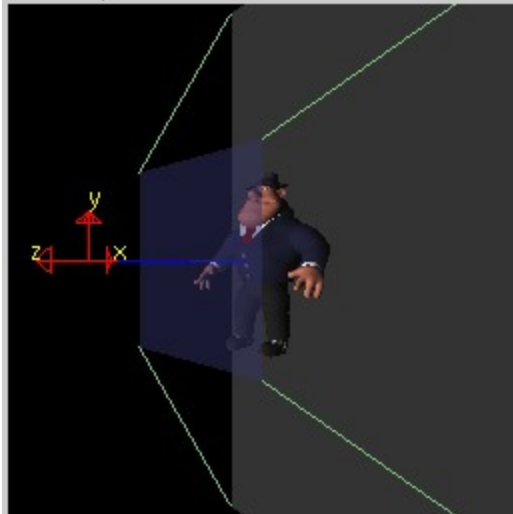
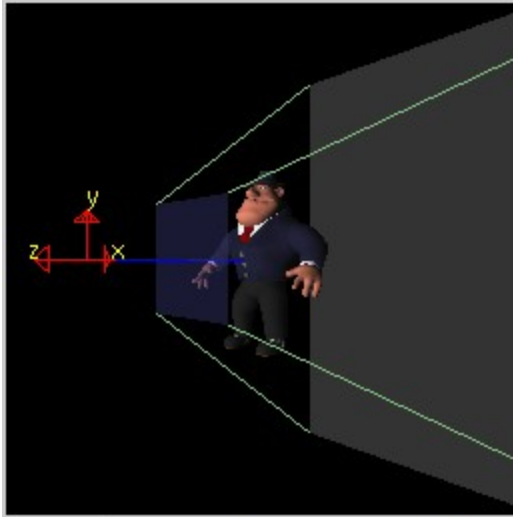
Fonte Figura: Schröder, The Visualization Toolkit, 1998

# Manipulação da Câmera



# Manipulação da Câmera

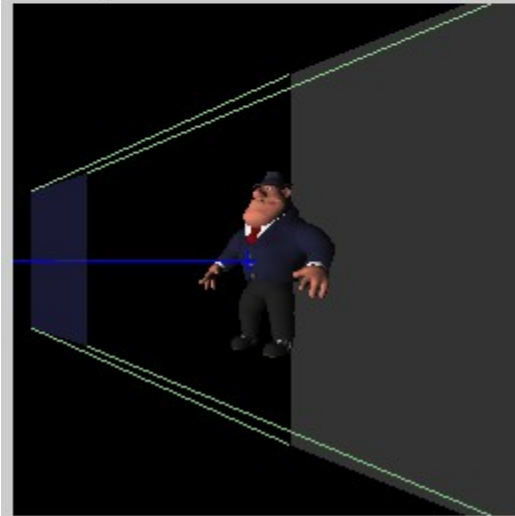
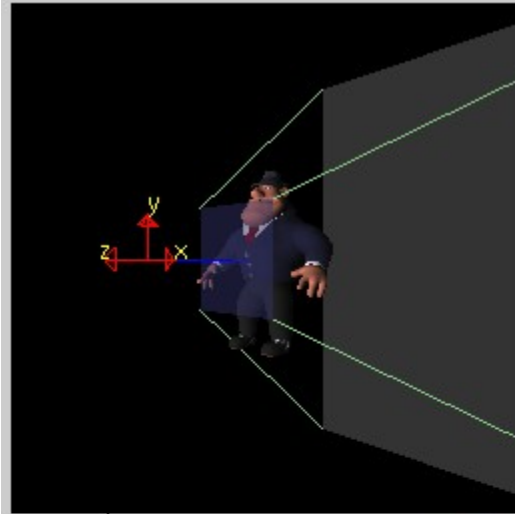
*Zoom in*  
*Zoom out*



# Manipulação da Câmera

*Dolly in*

*Dolly out*



# Transformação – WCS → VCS

Obter uma matriz de transformação ( $M_{WC,WV}$ ) que leve um ponto que esteja no sistema de coordenadas do mundo para o sistema de coordenadas de viewing.

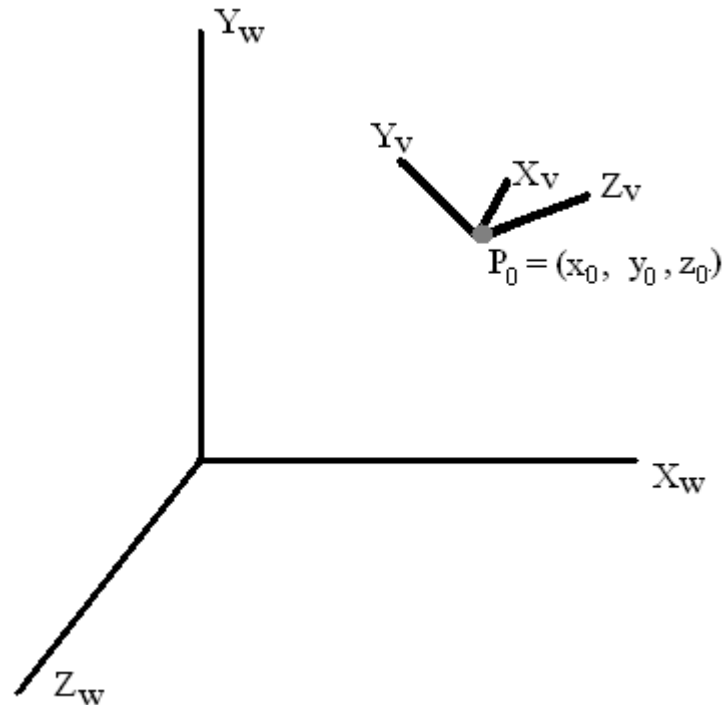
Uma translação, seguida de 3 rotações:

$$M_{WC,WV} = R_x * R_z * R_y * T$$

# Transformação – WCS → VCS

Sistemas de Coordenadas do Mundo (WCS) –  $X_w, Y_w, Z_w$

Sistemas de Coordenadas de Viewing (VCS) –  $X_v, Y_v, Z_v$



# Matriz de rotação direta

Alternativa: Calcular a matriz de rotação direta:  $R$ .

$$M_{wC, wV} = R * T$$

$$n = \frac{N}{|N|} = (n_1, n_2, n_3)$$

$$u = \frac{V \times N}{|(V \times N)|} = (u_1, u_2, u_3)$$

$$v = n \times u = (v_1, v_2, v_3)$$

$$R = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & 0 \\ v_1 & v_2 & v_3 & 0 \\ n_1 & n_2 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Matriz resultante - $M_{wc, wv}$

$$R = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & 0 \\ v_1 & v_2 & v_3 & 0 \\ n_1 & n_2 & n_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

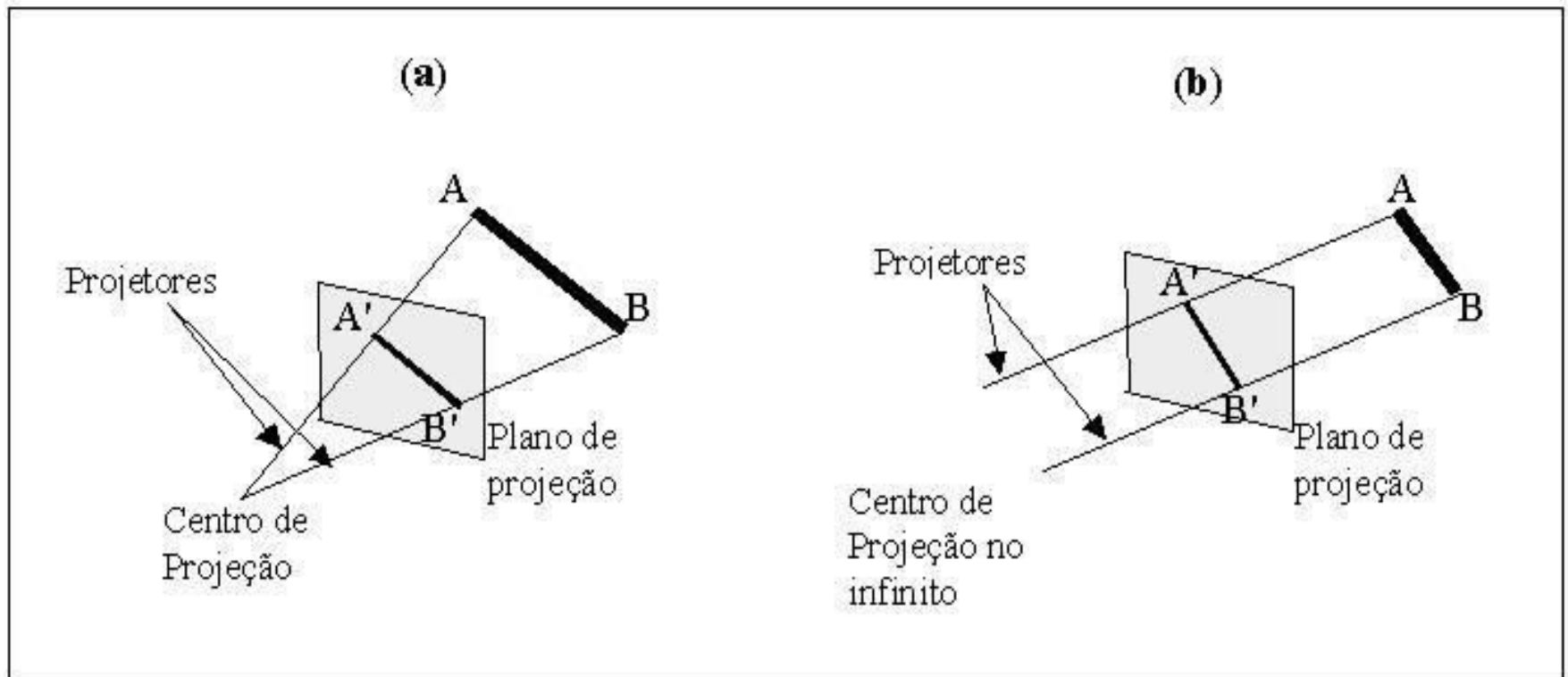
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{wc, wv} = R \cdot T = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & -\mathbf{u} \cdot \mathbf{P}_0 \\ v_1 & v_2 & v_3 & -\mathbf{v} \cdot \mathbf{P}_0 \\ n_1 & n_2 & n_3 & -\mathbf{n} \cdot \mathbf{P}_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Projeção

## Projeção Perspectiva x Projeção Paralela



# Projeção Paralela x Perspectiva

## Projeção Perspectiva

- Objetos ficam menores a medida que se afastam do plano de projeção.
- Retas paralelas que não são paralelas com o plano de visão, se encontram em um Ponto de Fuga (PF)
- Visão mais realista

## Projeção Paralela

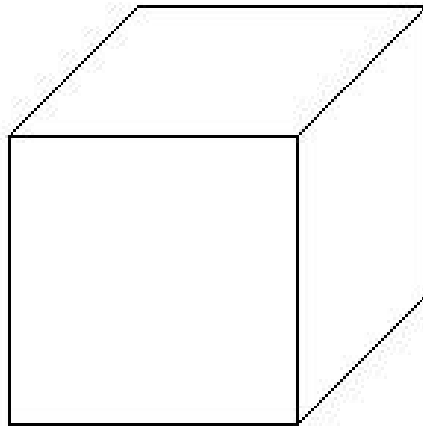
- Tamanhos dos objetos são mantidos independente da distância.
- Retas paralelas continuam paralelas quando projetadas.
- Visão menos realista

# Projeção Perspectiva

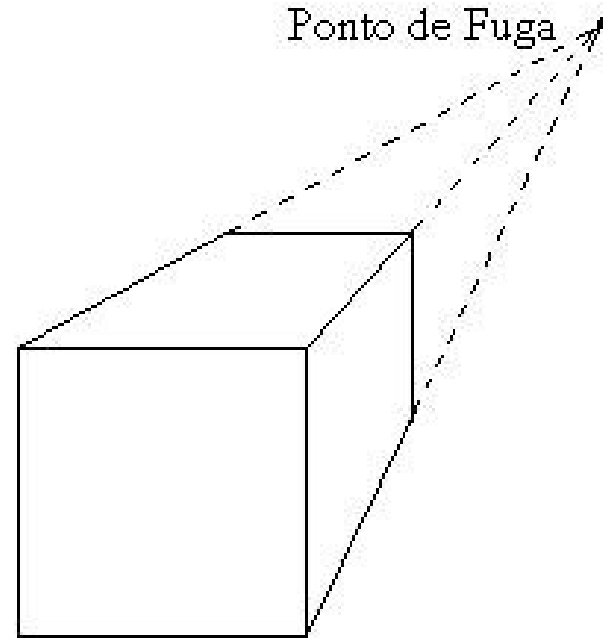
Outras características:

- Objetos posicionados após o centro de projeção, são exibidos invertidos na horizontal e na vertical.
- Pontos contidos no plano que contém o centro de projeção, e que é paralelo ao plano de visão, são projetados no infinito.

# Projeção Paralela x Perspectiva



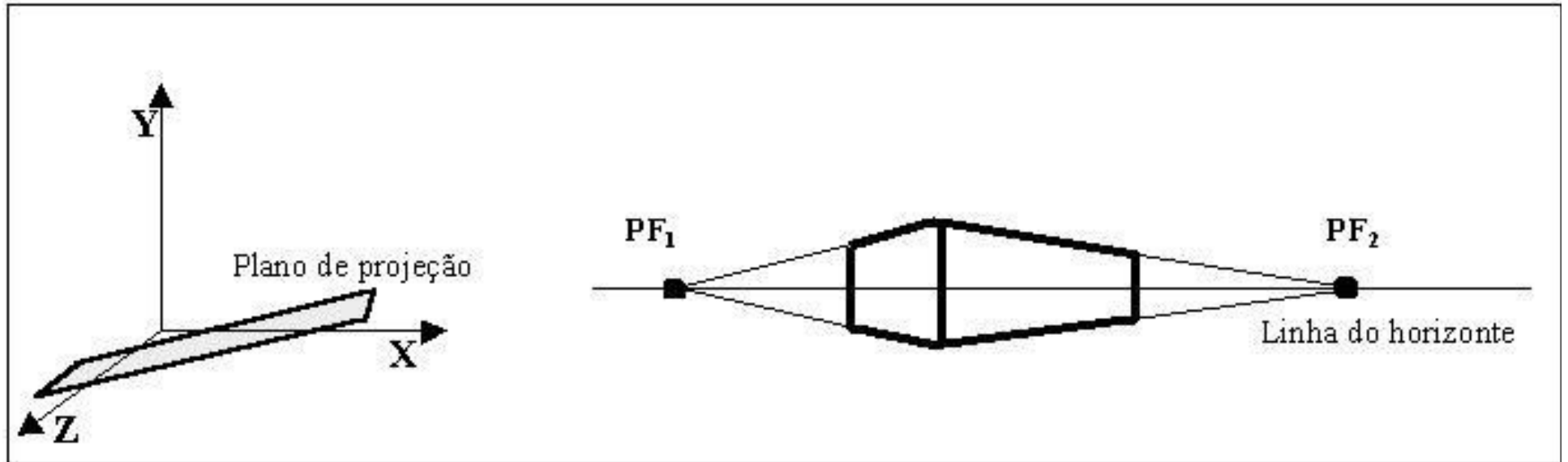
Projeção Paralela



Projeção Perspectiva

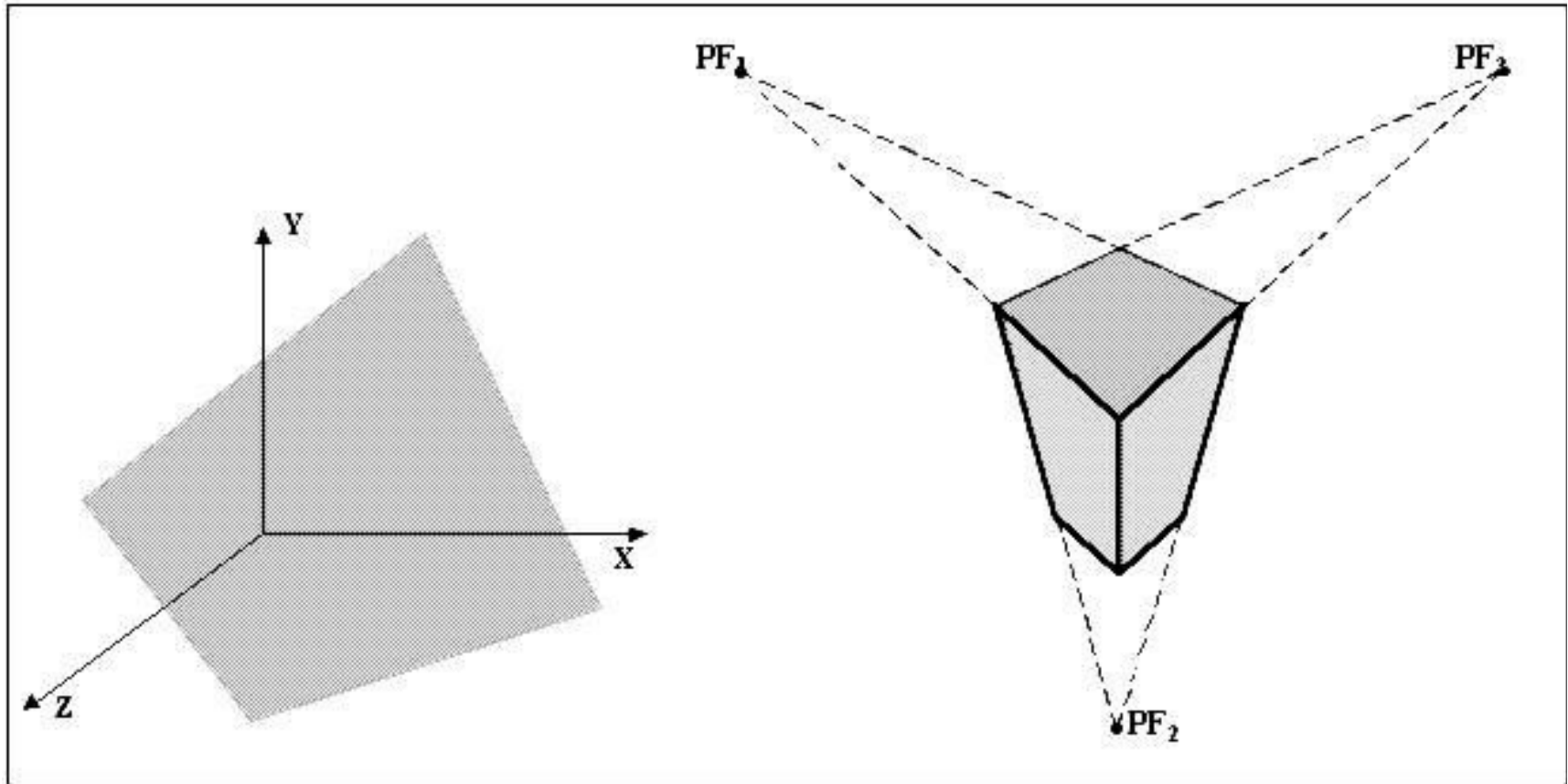
# Projeção Perspectiva

2 pontos de fuga



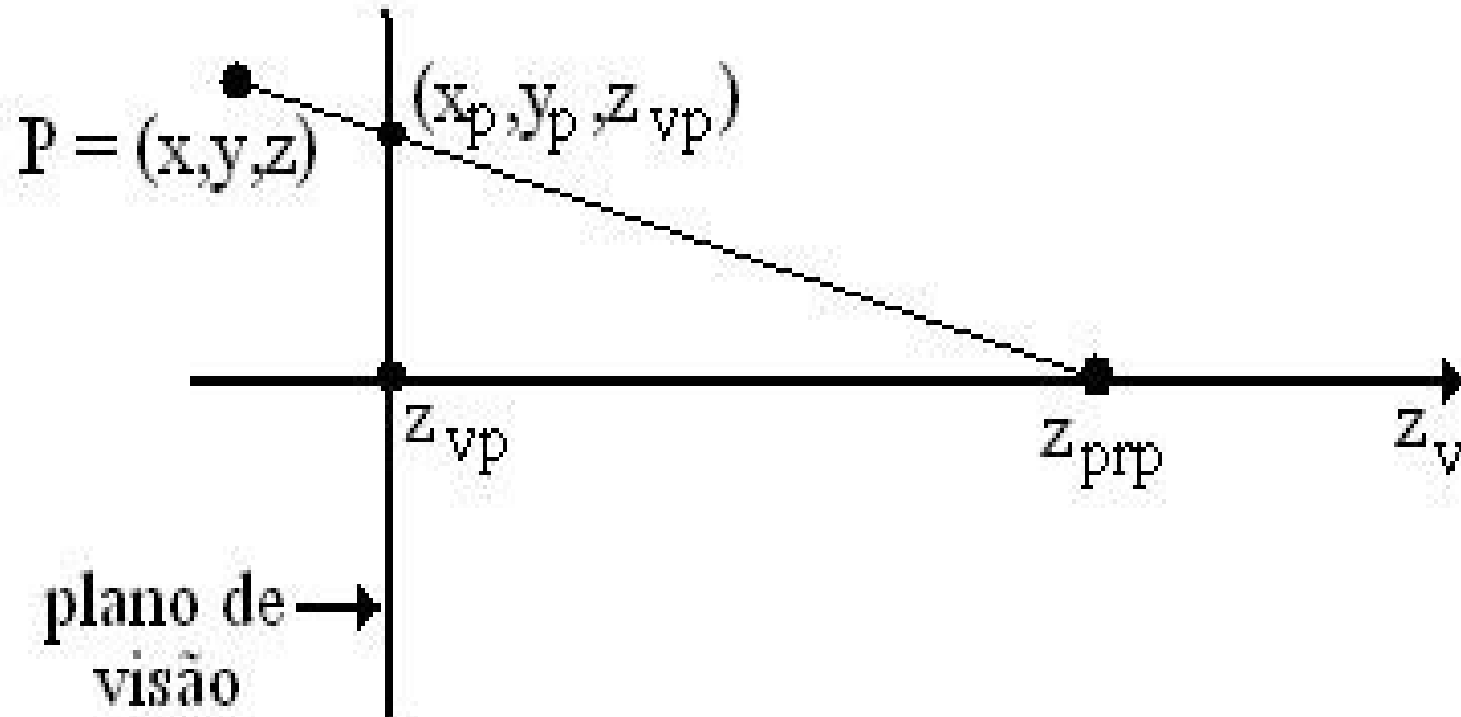
# Projeção Perspectiva

3 pontos de fuga



# Projeção Perspectiva – Matriz de Transformação

Como determinar as coordenadas em que a reta corta o plano de visão?



# Projeção Perspectiva – Matriz de Transformação

Equações paramétricas da reta:

$$x' = x - xu$$

$$y' = y - yu$$

$$z' = z - (z - z_{prp})u$$

A reta corta o plano em  $z' = z_{vp}$

*Substituindo na última equação, encontramos  $u$ :*

$$u = \frac{z_{vp} - z}{z_{prp} - z}$$



# Projeção Perspectiva – Matriz de Transformação

Substituindo  $u$ , temos:

$$x_p = x \left( \frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z} \right) = x \left( \frac{d_p}{z_{prp} - z} \right)$$
$$y_p = y \left( \frac{z_{prp} - z_{vp}}{z_{prp} - z} \right) = y \left( \frac{d_p}{z_{prp} - z} \right)$$

Sendo  $d_p$  a distância do plano de visão ao centro de projeção:  $d_p = z_{prp} - z_{vp}$

# Projeção Perspectiva – Matriz de Transformação

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -z_{vp}/d_p & z_{vp}(z_{prp}/d_p) \\ 0 & 0 & -1/d_p & z_{prp}/d_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sendo  $h$  o fator homogêneo:  $h = \frac{z_{prp} - z}{d_p}$

# Projeção Perspectiva – Matriz de Transformação

s pontos  $x_p$  e  $y_p$  podem ser obtidos dividindo  $x_h$  e  $y_h$  pelo fator homogêneo  $h$ :

$$x_p = x_h / h$$

$$y_p = y_h / h$$

Sendo  $h$  o fator homogêneo: 
$$h = \frac{z_{prp} - z}{d_p}$$

# Projeção Paralela

2 tipos:

plano de projeção

A diagram illustrating orthogonal projection. A horizontal blue line at the top is labeled "plano de projeção". A vertical black arrow points upwards from the bottom towards the center of the blue line. A small square symbol is drawn at the intersection of the arrow and the blue line, indicating a 90-degree angle.

projeção ortogonal

plano de projeção

A diagram illustrating oblique projection. A horizontal blue line at the top is labeled "plano de projeção". A black arrow points upwards and to the right from the bottom towards the center of the blue line.

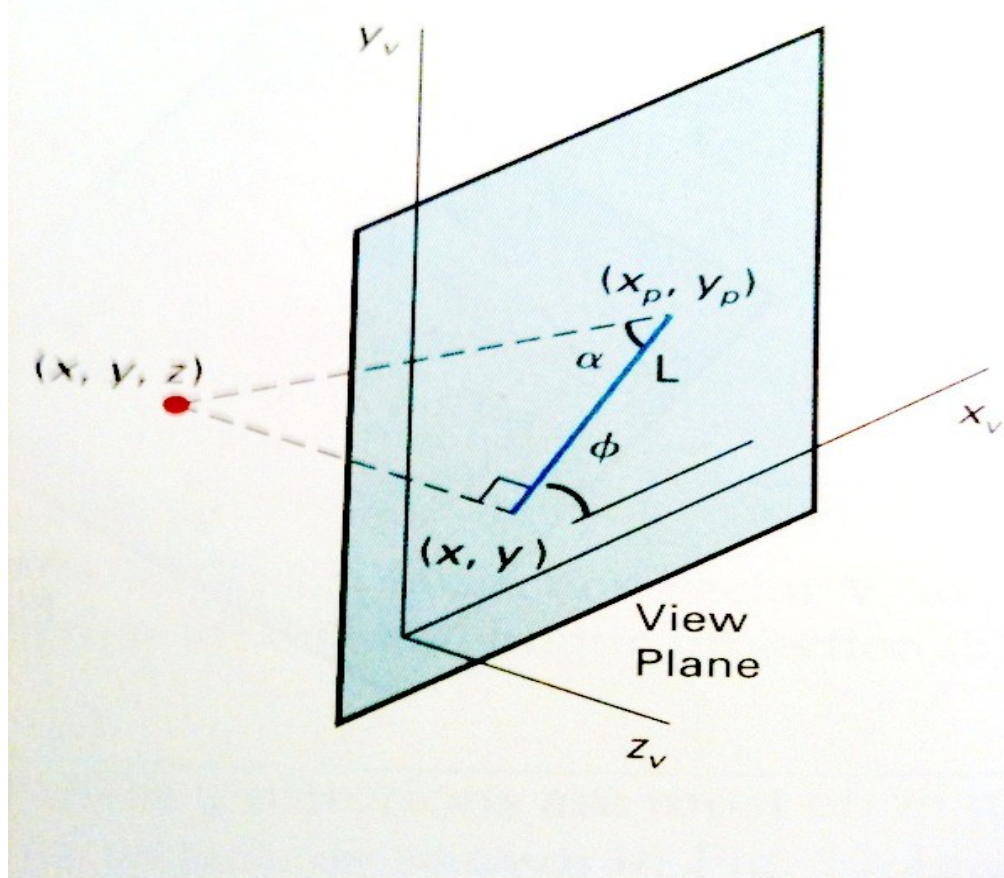
projeção oblíqua

# Projeção Ortogonal – Matriz de Transformação

Os pontos no plano de visão são dados pelas coordenadas  $X_v$  e  $Y_v$ :

$$M_{ort} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Projeção Oblíqua



# Projeção Oblíqua

Podemos calcular  $(x_p, y_p)$

$$x_p = x + L \cos(\phi)$$

$$y_p = y + L \sin(\phi)$$

*Sendo:*

$$L = \frac{z}{\tan(\alpha)}$$

# Projeção Oblíqua – Matriz de Projeção

Reescrevendo para  $x_p$  e  $y_p$ :

$$x_p = x + \frac{\cos(\phi)}{\tan(\alpha)}$$

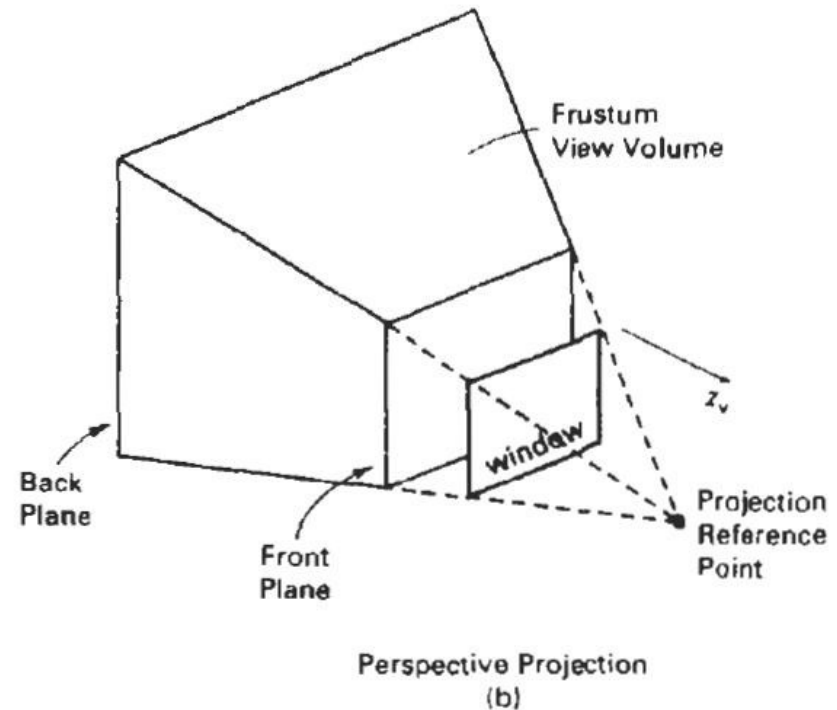
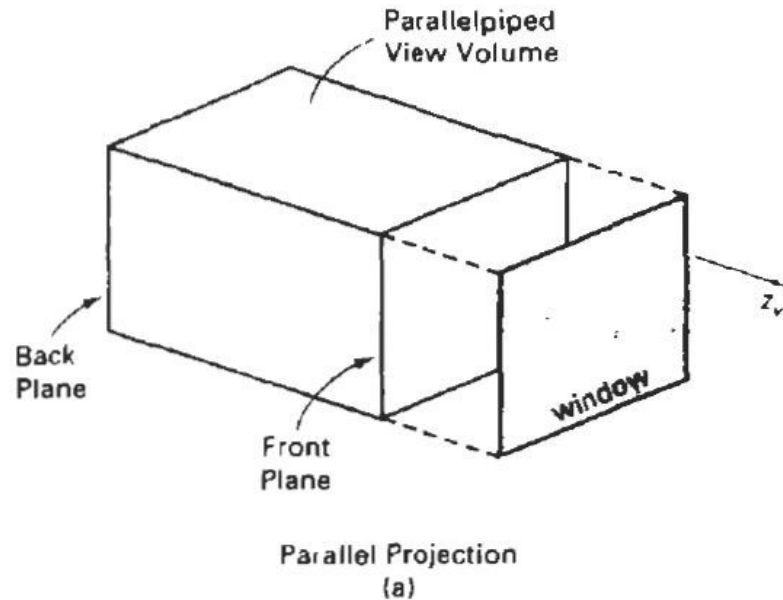
$$y_p = y + \frac{\sin(\phi)}{\tan(\alpha)}$$

$$M_{paralela} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\cos(\phi)}{\tan(\alpha)} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sin(\phi)}{\tan(\alpha)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Volume de Visão

Área Visível: Limitada nos eixos  $x$  e  $y$  pelo plano de visão, e no eixo  $z$  por dois planos de recorte:



# Volume de Visão

A área em forma de um paralelepípedo regular trás vantagens na hora de realizar o recorte.

É possível realizar transformações para que a área seja sempre um paralelepípedo regular, mesmo quando usando projeção oblíqua ou perspectiva.

# Transformação geral de projeção paralela

Para transformar o volume de visão obtido através de uma projeção oblíqua em um paralelepípedo regular, é necessário aplicar uma matriz de cisalhamento.

# Transformação Geral de Projeção Paralela

Seja o vetor de projeção  $\mathbf{Vp} = (p_x, p_y, p_z)$ . Devemos encontrar a matriz de cisalhamento que o alinhe com o vetor normal ao plano de visão.

$$V'_p = M_{paralela} \cdot V_p$$

# Transformação geral de projeção paralela

$M_{\text{paralela}}$  representa um cisalhamento no eixo z:

$$M_{\text{paralela}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Transformação Geral de Projeção Paralela

Obtemos então as seguintes equações:

$$0 = p_x + ap_z$$

$$0 = p_y + ap_z$$

Resultando em:

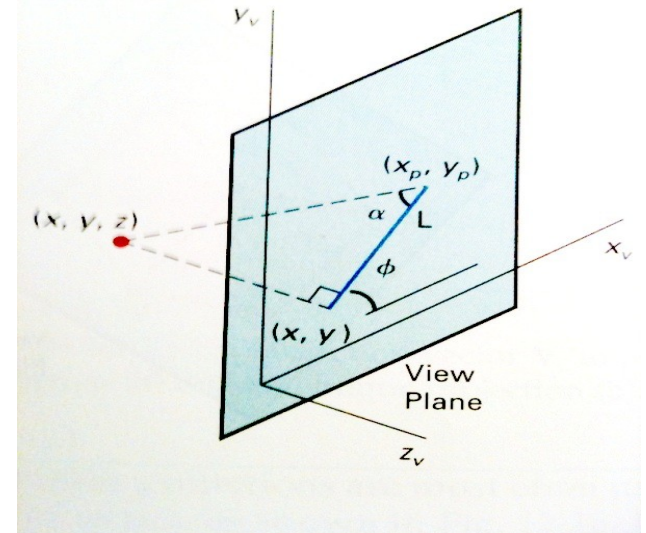
$$a = \frac{-p_x}{p_z} \quad b = \frac{-p_y}{p_z}$$

# Transformação Geral de Projeção Paralela

Por semelhança de triângulos:

$$a = \frac{-p_x}{p_z} = \frac{L \cos \phi}{z}$$

$$b = \frac{-p_y}{p_z} = \frac{L \sin \phi}{z}$$



Podemos obter então a matriz de transformação direta de coordenadas do mundo para coordenadas de projeção, concatenando a matriz  $M_{\text{paralela}}$  encontrada com a matriz  $M_{\text{wc,wv}}$

# Transformação Geral de Projeção Perspectiva

devemos aplicar duas transformações:

- Cisalhamento do volume de visão, para que a linha central de projeção fique perpendicular ao plano de visão.
- Escala, com um fator de  $1/z$ , para tornar menor objetos mais distantes.



# Transformação Geral de Projeção Perspectiva

$$M_{\text{cisalhamento}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & -az_{prp} \\ 0 & 1 & b & -bz_{prp} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a = -\frac{x_{prp} - (xw_{min} + xw_{max})/2}{z_{prp}}$$

$$b = -\frac{y_{prp} - (yw_{min} + yw_{max})/2}{z_{prp}}$$

# Transformação Geral de Projeção Perspectiva

$$M_{escala} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-x_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} & \frac{x_{prp} z_{vp}}{z_{prp} - z_{vp}} \\ 0 & 1 & \frac{-y_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} & \frac{y_{prp} z_{vp}}{z_{prp} - z_{vp}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{z_{prp} - z_{vp}} & \frac{z_{prp}}{z_{prp} - z_{vp}} \end{bmatrix}$$

Podemos obter então a matriz de transformação direta de coordenadas do mundo para coordenadas de projeção, concatenando as matrizes

$$M_{\text{cisalhamento}}, M_{\text{escala}} \text{ e } M_{\text{wc,wv}}$$

# Recorte (*Clipping*)

Um ponto  $(x,y,z)$  está fora do limite exercido por um plano se  $Ax + By + Cz + D > 0$ , e está dentro do limite caso contrário.

Para testar se uma linha está dentro ou fora da região visível, testamos seus dois pontos extremos.

# Recorte (*Clipping*)

Caso ambos os pontos extremos de uma linha estejam fora de um plano delimitador, a linha é descartada (está fora do volume de visão). Caso ambos os pontos estejam dentro dos limites de todos os planos delimitadores, a linha é salva.

# Recorte (*Clipping*)

A intersecção de uma linha com um plano é encontrada quando a equação  $Ax + By + Cz + D = 0$  é satisfeita.

# Recorte (*Clipping*)

volume de visão é um paralelepípedo regular →  
verificação mais simples.

Basta verificar se cada coordenada dos pontos está  
dentro do intervalo definido pelos planos  
delimitadores.

# Recorte (*Clipping*)

Estratégia: Sejam os planos que limitam o volume de visão, representados pelas coordenadas:

- $xv_{min}$  (esquerda)
- $xv_{max}$  (direita)
- $yv_{min}$  (baixo)
- $yv_{max}$  (cima)
- $zv_{min}$  (frente)
- $zv_{max}$  (trás)

# Recorte (*Clipping*)

Usar 6 bits para identificar a localização de um ponto:

bit 1 = 1, se  $x < xv_{\min}$

bit 2 = 1, se  $x > xv_{\max}$

bit 3 = 1, se  $y < yv_{\min}$

bit 4 = 1, se  $y > yv_{\max}$

bit 5 = 1, se  $z < zv_{\min}$

bit 6 = 1, se  $z > zv_{\max}$

qualquer sequência de bits diferente de 000000 indica um ponto que está fora da região de visão.



# Recorte (*Clipping*)

Um segmento de reta está dentro da região visível → pontos extremos → 000000.

Quando pelo menos um dos pontos não possui uma sequência 000000, aplica-se o operador lógico “and”. resultado diferente de 0 → ambos os pontos estão fora de um mesmo limitador

# Recorte (*Clipping*)

No caso de não conseguir identificar se o segmento de reta está completamente dentro ou fora do volume, deve-se testar utilizando pontos de intersecção com os planos limitantes.

# Recorte (*Clipping*)

Para encontrar os pontos de intersecção com os planos limitantes, substitui-se o valor da coordenada daquela plano na equação apropriada:

$$x = x_1 + (x_2 - x_1)u ,$$

$$y = y_1 + (y_2 - y_1)u ,$$

$$z = z_1 + (z_2 - z_1)u ,$$

# Bibliografia

- Capítulo 12 Hearn & Baker
- Nate Robins: Main OpenGL Chronicles Allies:  
<http://www.xmission.com/~nate/tutors.html>
- Geometria Analítica: um tratamento Vetorial, Paulo Boulos,  
Ivan de Camargo
- Schröder, The Visualization Toolkit, 1998

# Agradecimentos

**Prof.** Rosane Minghim

Danilo Medeiros Eler