```latex
\documentclass[12pt]{article}
\usepackage[brazil]{babel}
\usepackage[latin1]{inputenc}
\usepackage{amsmath,amssymb,indentfirst}

\renewcommand{\baselinestretch}{1.2}
\newcommand{\iid}{\ensuremath{\stackrel{\mbox{\footnotesize iid}}{\sim}}}

\hoffset=-0.675in
\advance\topmargin by -1in
\oddsidemargin=0.675truein
\evensidemargin=0.675truein
\advance\textheight by 1.25truein
\setlength\textwidth{6.5in}
\vsize=9.0in

\begin{document}
\thispagestyle{empty}
7$^{\b{a}}$ lista de exerc\'icios
\end{center}

\begin{enumerate}

\item Considere uma única observação de uma população com função
  densidade $f(x; \theta) = \{ 2\theta x + 1 - \theta\} I_{(0,1)}(x)$,
$\theta \in [-1, 1]$.
\begin{enumerate}
\item Apresente o gráfico de $f(x; \theta)$ levando em conta os
  diferentes valores de $\theta$.
\item Apresente o teste mais poderoso de tamanho $\alpha$, $0 < \alpha
  < 1,$ para as hipóteses $\text{H}_0: \theta = 0$ e $\text{H}_1:
  \theta = 1$.
\item A fim de testar $\text{H}_0: \theta \leq 0$ contra $\text{H}_1:
  \theta > 0$ foi proposto um teste com região crítica $R = \{x: x >
  1/2\}$.
Apresente o gráfico da função poder deste teste.
Calcule o tamanho deste teste.
\end{enumerate}

\item Em cada um dos itens de~\ref{it1} a \ref{itu} apresente o gráfico da
função densidade ou massa de
probabilidade. Proponha um teste mais poderoso de
tamanho $\alpha$, $0 < \alpha < 1$, e calcule o seu poder.  As
  hipóteses são H$_0: \theta = \theta_0$ e  H$_1: \theta =
  \theta_1$. Suponha que uma amostra aleatória de tamanho $n$ foi coletada.
```

```latex
\begin{enumerate}
\item \label{it1} $X \sim \textsf{Bernoulli}(\theta)$, $0 < \theta <
 1$. Considere $\theta_1 > \theta_0$.

\item $X \sim f(x; \theta) = \theta (1 - \theta)^{x-1}$, se $x=1, 2,
 \ldots$, $0 < \theta < 1$. Considere $\theta_1 < \theta_0$.

\item $X \sim f(x; \theta) = 2 (\theta - x) / \theta^2$, se $0 < x <
 \theta$. Considere $\theta_1 > \theta_0$.

\item $X \sim f(x; \theta) = \exp\{- (x-\theta)\}$, se $x \geq \theta$.
 Considere $\theta_1 > \theta_0$.

\item $X \sim f(x; \theta) = \theta x^{\theta - 1}$, se $0 < x < 1$,
 $\theta > 0$. Considere $\theta_0 = 1$ e $\theta_1 > \theta_0$.

\item $X \sim f(x; \theta) = \theta / x^2$, se $0 < \theta \leq x$.
 Considere $\theta_1 > \theta_0$.

\item $X \sim \textsf{normal}(\theta, 1)$. Considere $\theta_1 <
 \theta_0$.

\item $X \sim \textsf{normal}(0, \theta^2)$. Considere $\theta_1 >
 \theta_0$.

\item \label{itu} $X \sim \textsf{uniforme}([0, \theta])$, $\theta > 0$.
 Considere $\theta_1 > \theta_0$.
\end{enumerate}

\item Sejam $X_1, X_2 \iid \textsf{uniforme}(\theta,\theta+1)$. A fim de
testar $\text{H}_0: \theta=0$ contra $\text{H}_1: \theta > 0$, os dois
testes abaixo são propostos. \\
Teste 1: rejeitar $\text{H}_0$ se, e somente se, $X_1 > 0,95$ e \\
Teste 2: rejeitar $\text{H}_0$ se, e somente se, $X_1 + X_2 > c$.

\begin{enumerate}
\item Calcule o tamanho do primeiro teste e determine o valor de $c$
para que os dois testes tenham o mesmo tamanho.
%% \texttt{Sugestão:} $X_1 + X_2 \sim \textsf{triangular}(2\theta,2\theta+2)$.
\item Se você tivesse que optar por um dos testes, qual seria a sua
escolha?
\end{enumerate}

\item Uma única observação é obtida de uma variável aleatória $X$ com
```

```
função densidade
$$ f(x;\theta) = \big\{ 2 \, (1-\theta)\, x + \theta \big\} \,
\text{I}_{[0,1]} (x), \quad 0 \leq \theta \leq 2.$$
\begin{enumerate}
\item Apresente o gráfico da função densidade levando em conta os
  diferentes valores de~$\theta$.
\item Apresente um teste de $\text{H}_0: \theta=2$ contra
$\text{H}_1: \theta=0$ com tamanho igual a $0,05$. Qual o poder do teste?
\item Se $x=0,8$, qual \'e a sua decisão?
\end{enumerate}


\end{enumerate}

\end{document}
```