

AVL

SCC-502 – Algoritmos e Estruturas de
Dados I

Árvores binárias de busca (ABB)

- Muito boas para busca
 - $O(\log N)$
- Sabe-se que
 - **Lista encadeada**
 - Eficiente para **inserção** e **remoção** dinâmica de elementos, mas ineficiente para busca
 - **Lista sequencial (ordenada)**
 - Eficiente para **busca**, mas ineficiente para inserção e remoção de elementos

mas... **ABBs**: solução eficiente para inserção, remoção e busca

ABB

- Contra-exemplo
 - Inserção dos elementos na ordem em que aparecem
 - A, B, C, D, E, ..., Z
 - 1000, 999, 998, ..., 1

ABB

- O **desbalanceamento** da árvore pode tornar a busca tão ineficiente quanto a busca sequencial (no pior caso)
 - **$O(N)$**
- Solução?

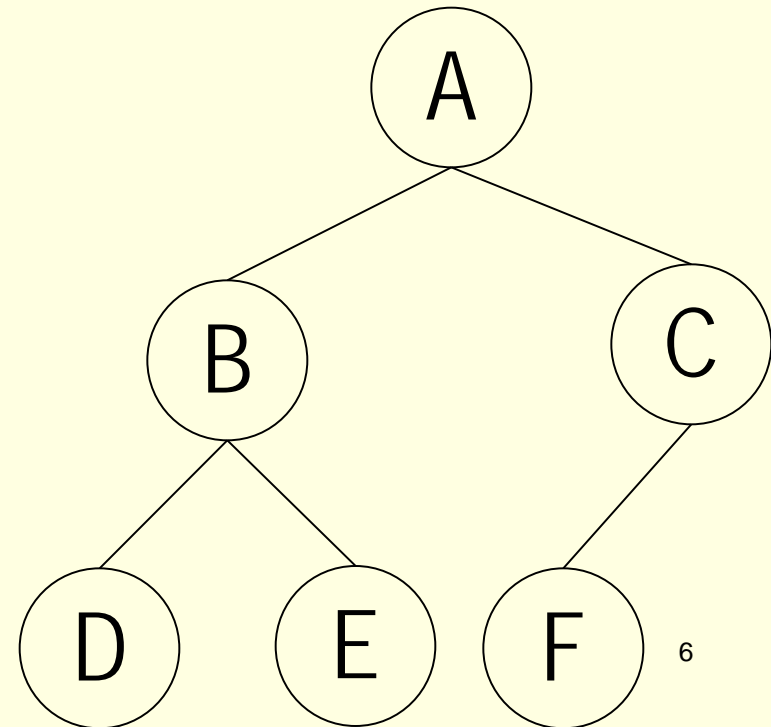
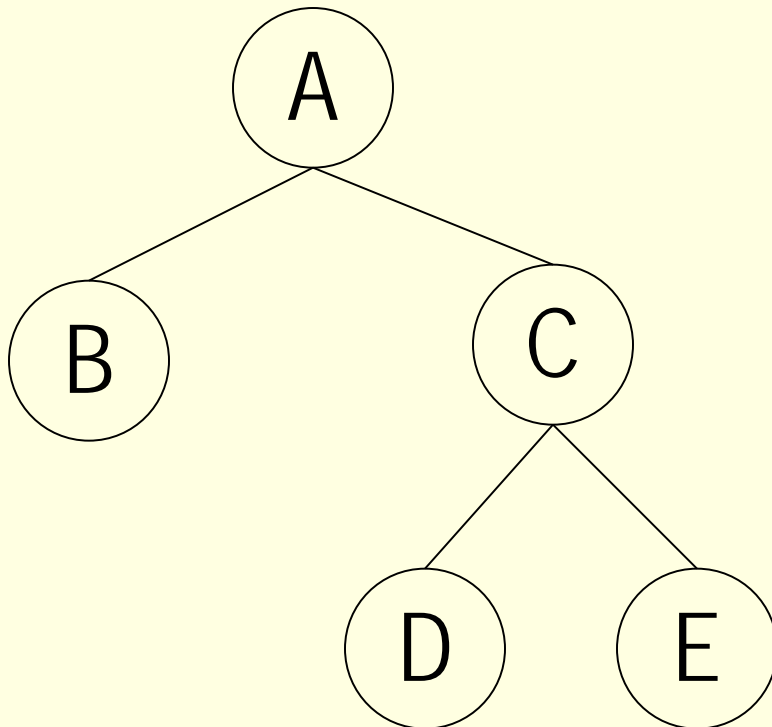
ABB

- O **desbalanceamento** da árvore pode tornar a busca tão ineficiente quanto a busca sequencial (no pior caso)
 - **$O(N)$**
- Solução?

Balanceamento da árvore!

Árvores balanceadas

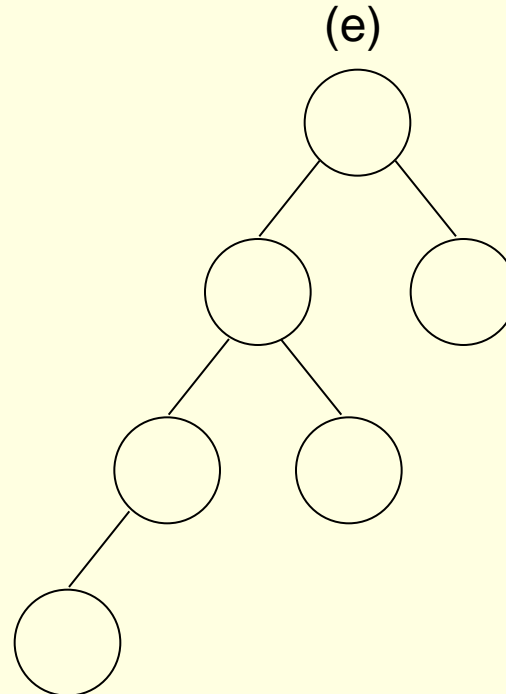
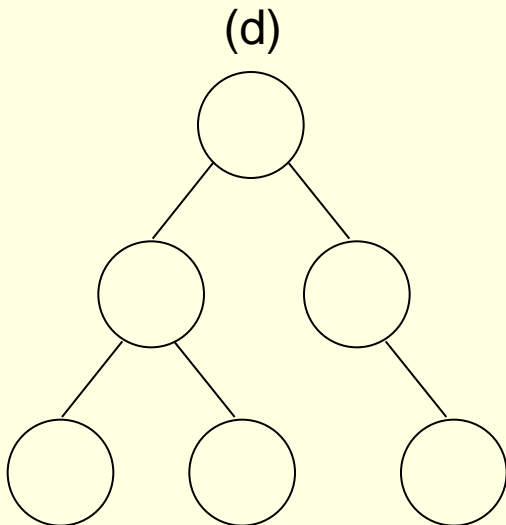
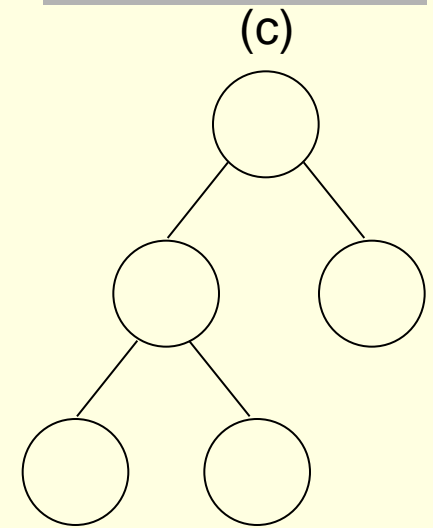
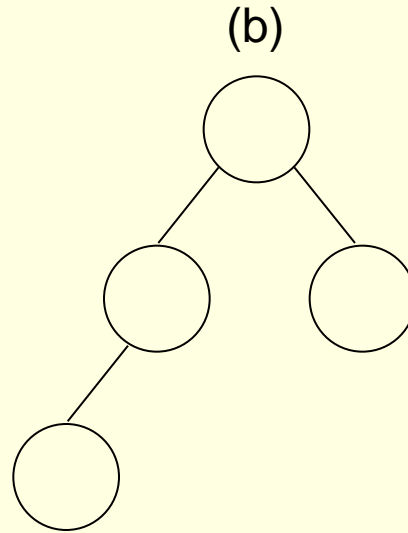
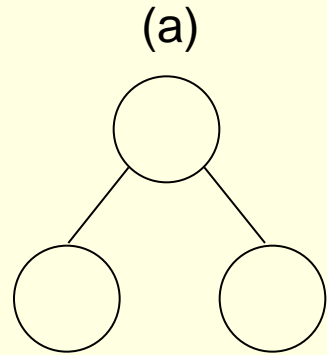
- Uma árvore binária é dita balanceada se, para cada nó, as alturas de suas duas subárvores diferem de, no máximo, 1



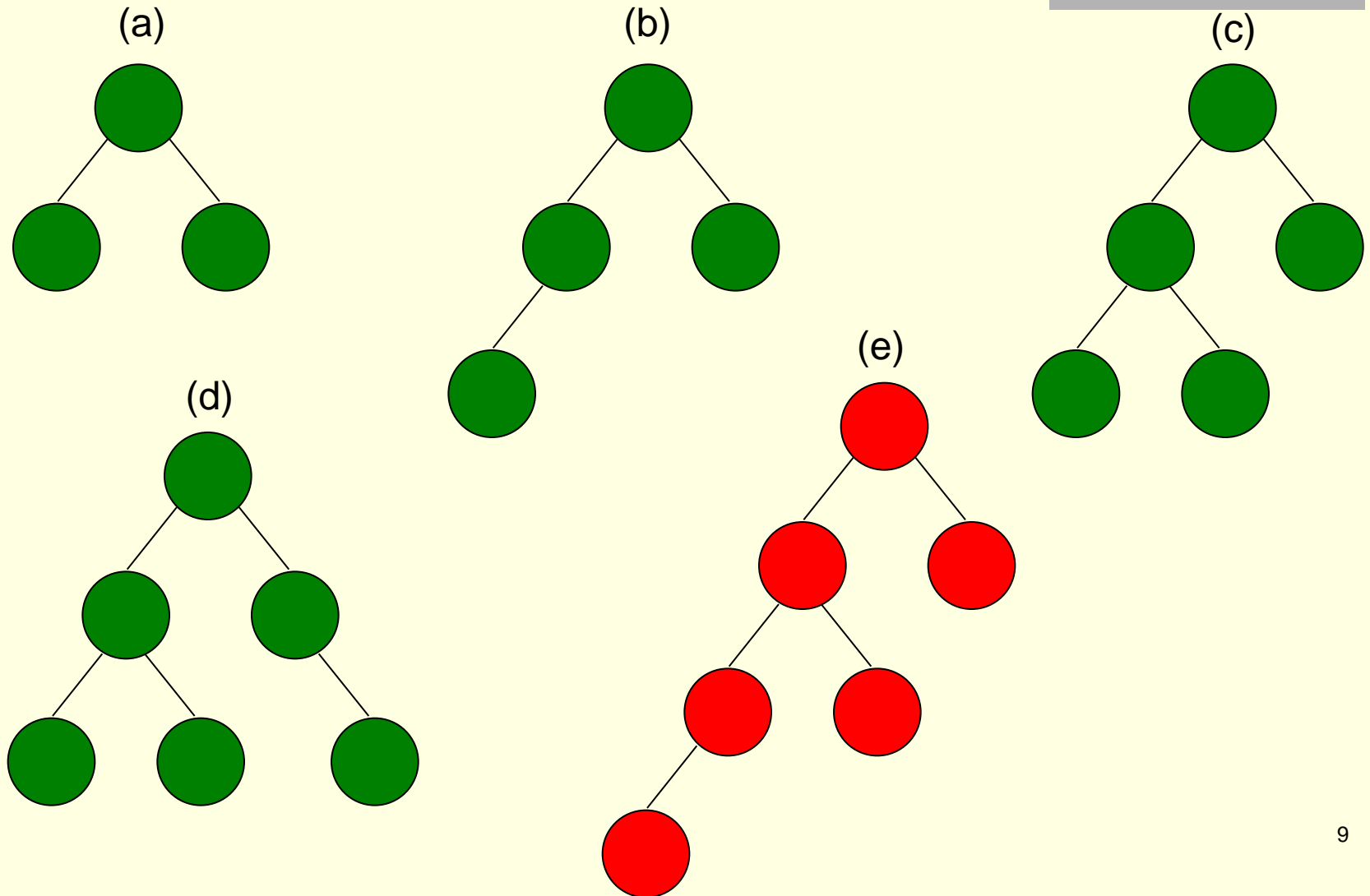
AVL

- Árvore binária de busca balanceada
 - Para cada nó, as alturas das subárvores diferem em 1, no máximo
 - Proposta em 1962 pelos matemáticos russos G.M. Adelson-Velskii e E.M. Landis
 - Métodos de **inserção** e **remoção** de elementos da árvore de forma que ela fique balanceada

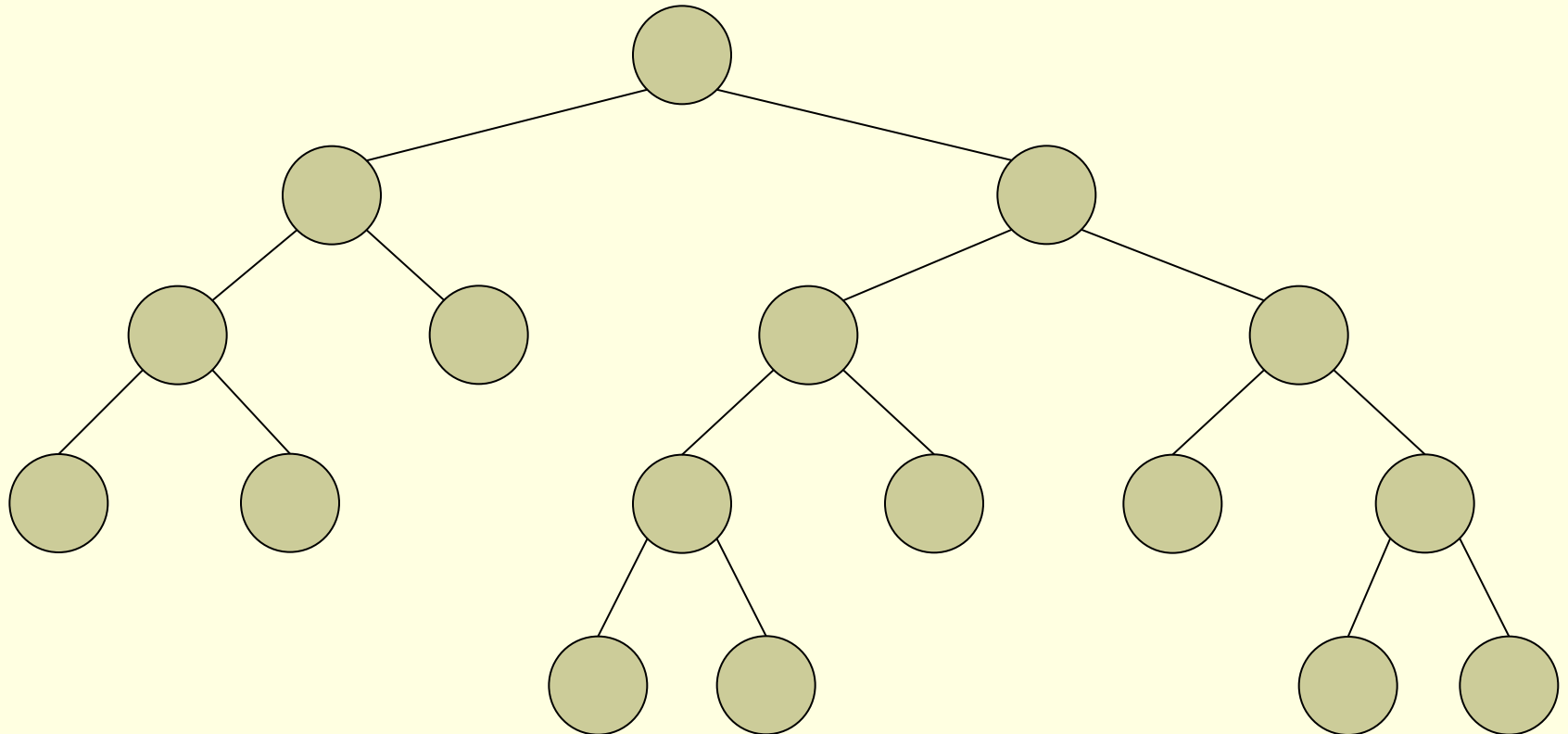
AVL: quem é e quem não é?



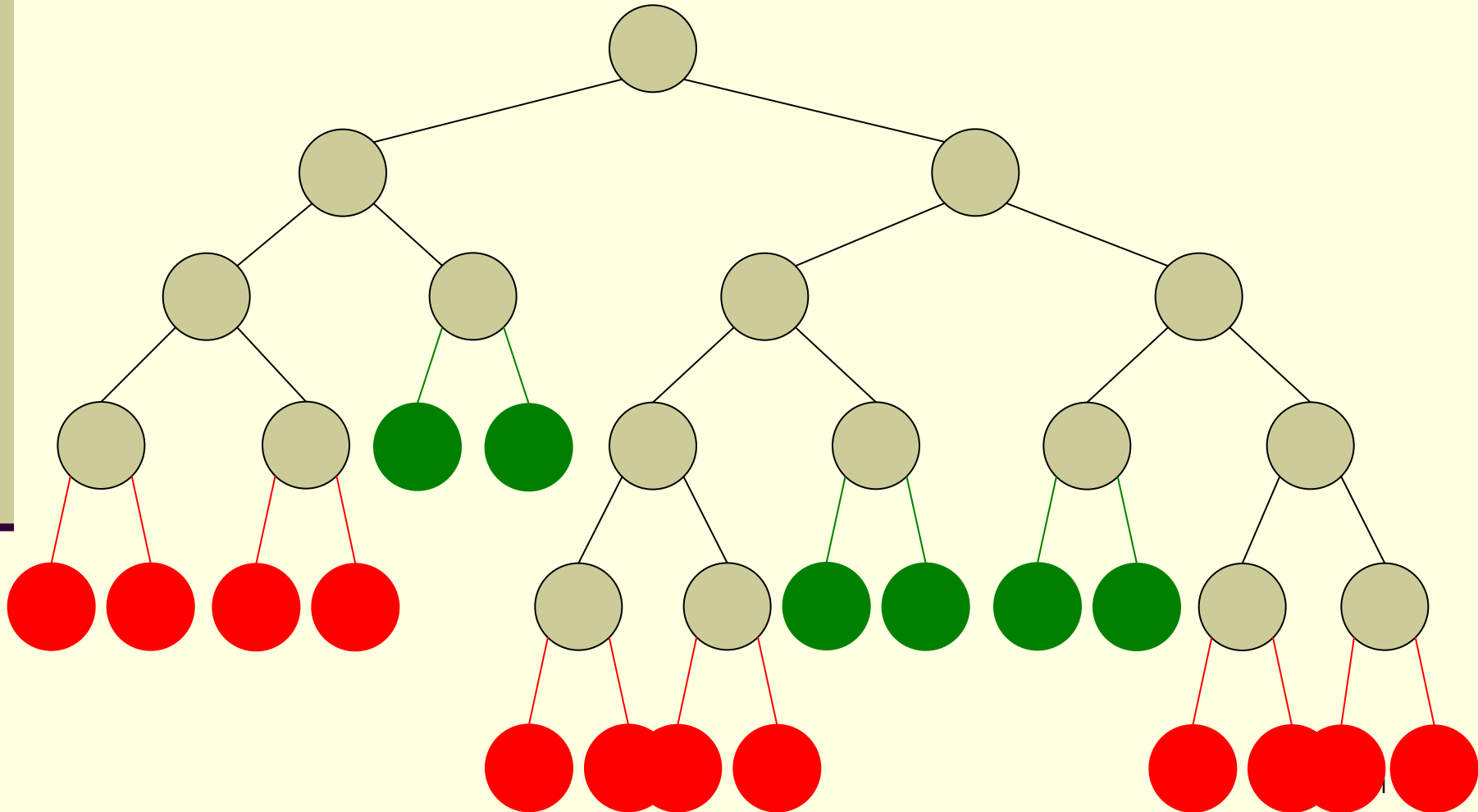
AVL: quem é e quem não é?



Pergunta: a árvore abaixo é AVL?



Exercício: onde se pode incluir um nó para a AVL continuar sendo AVL?



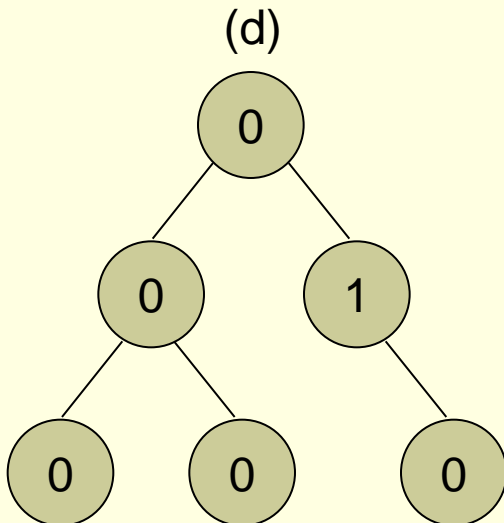
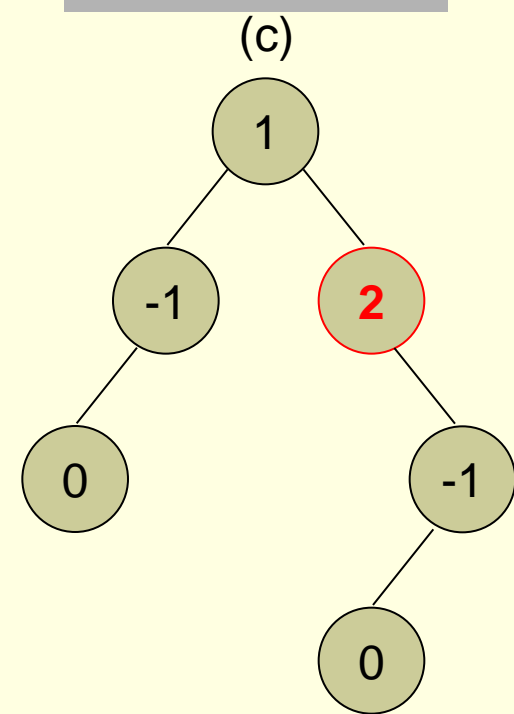
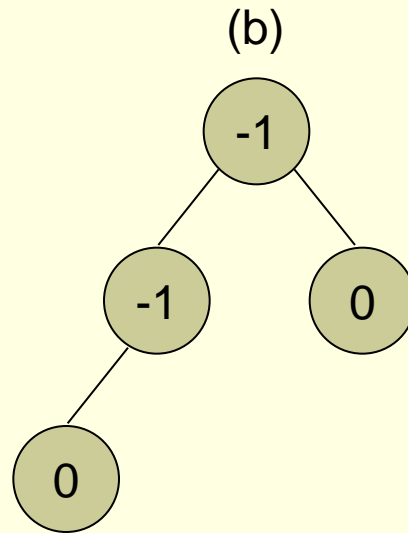
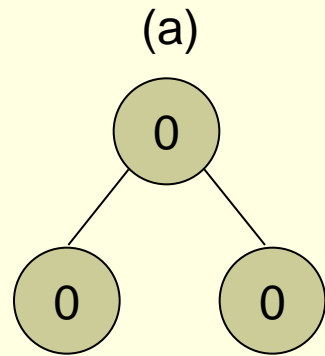
AVL

- Como é que se sabe **quando é necessário balancear** a árvore?
 - Se a diferença de altura das subárvores deve ser 1, no máximo, então temos que procurar diferenças de altura maior do que isso
 - Possível solução: cada nó pode manter a diferença de altura de suas subárvores
 - Convencionalmente chamada de fator de balanceamento do nó

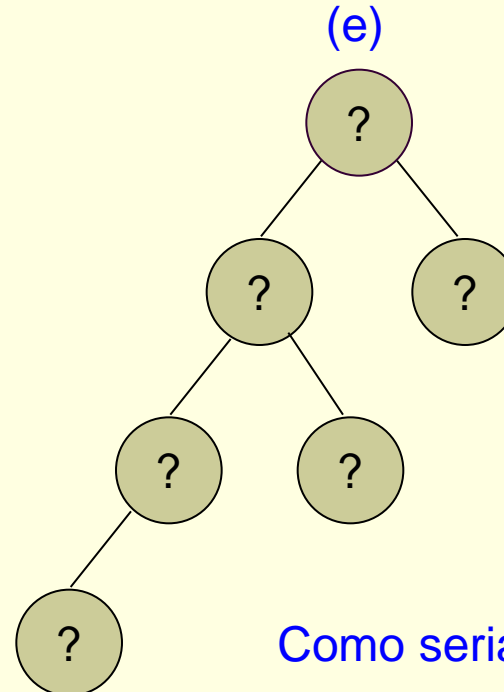
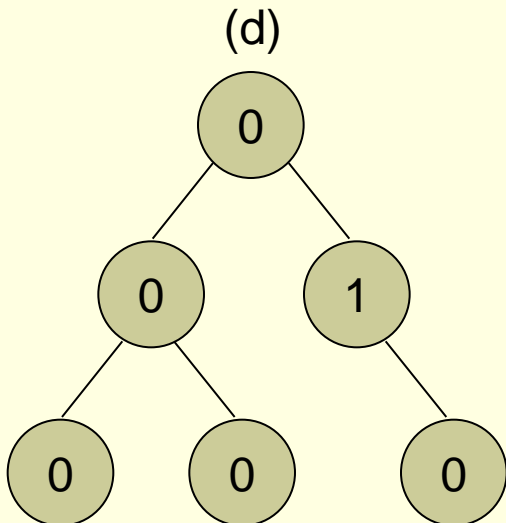
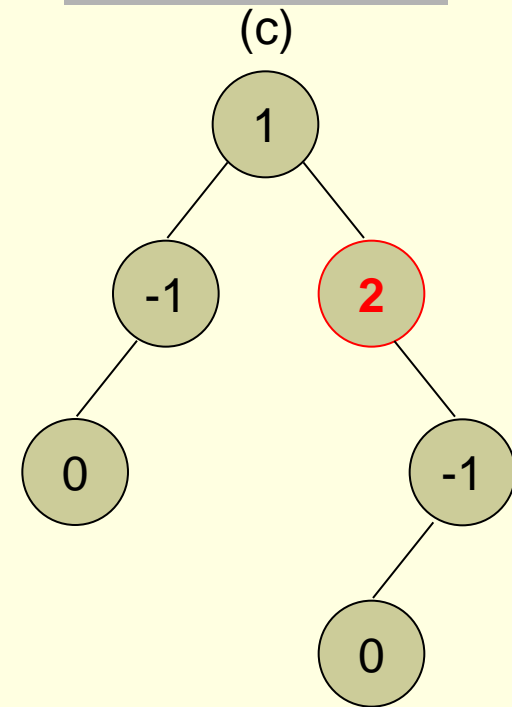
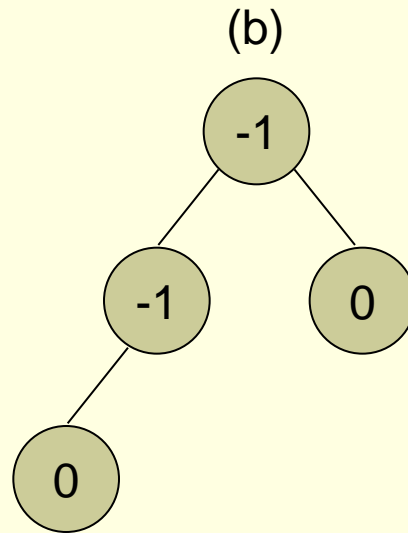
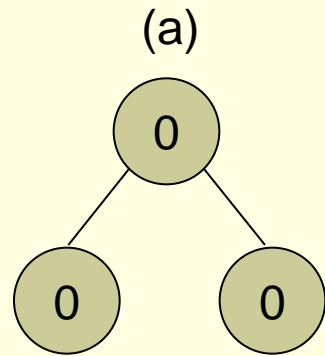
AVL

- **Fatores de balanceamento** dos nós
 - Altura da subárvore direita menos altura da subárvore esquerda
 - Hd-He
 - Atualizados sempre que a árvore é alterada (elemento é inserido ou removido)
 - Quando um fator é 0, 1 ou -1, a árvore está balanceada
 - Quando um fator se torna 2 ou -2, a árvore está desbalanceada
 - Operações de balanceamento!

AVL: quem é e quem não é

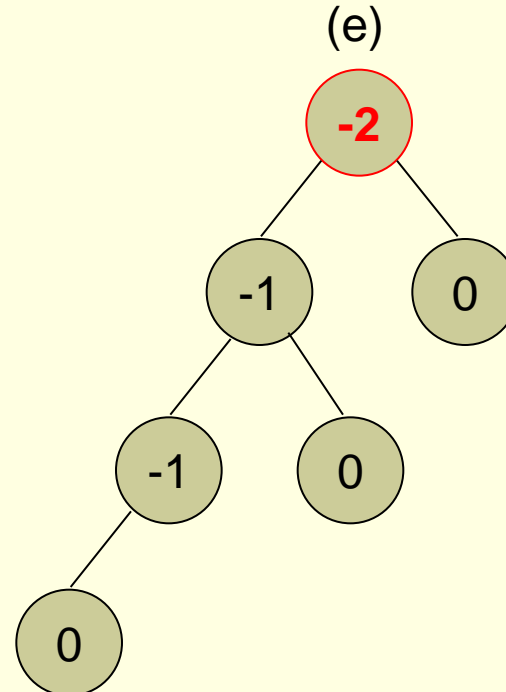
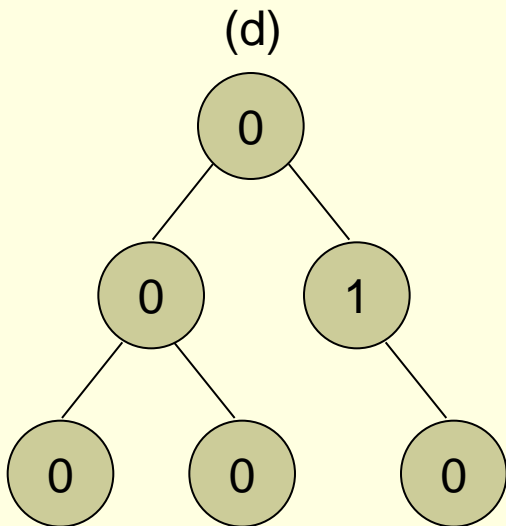
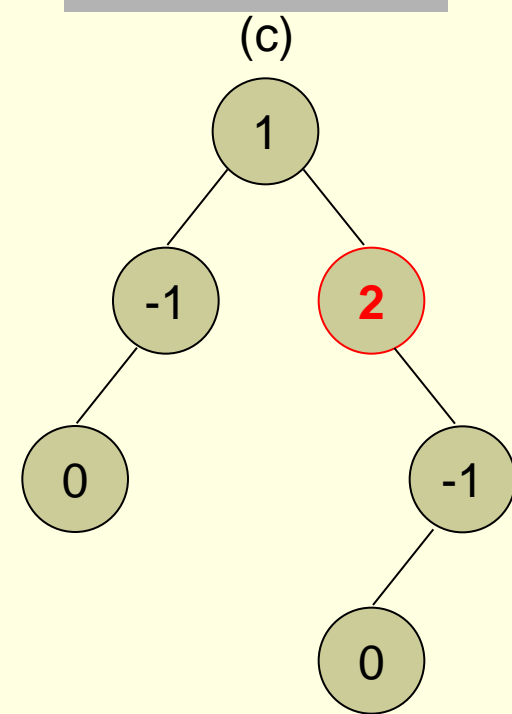
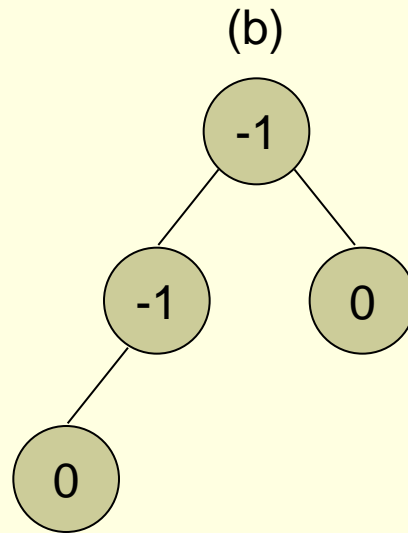
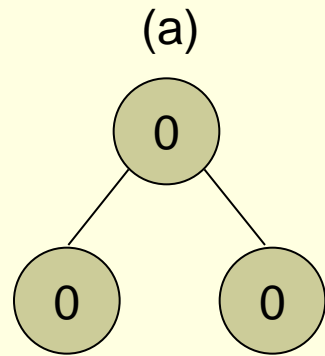


AVL: quem é e quem não é



Como seria nesta árvore?

AVL: quem é e quem não é



Exercício para entregar

- Em duplas
 - Como manter a árvore balanceada durante a inserção de elementos?
 - Simule a inserção de elementos variados
 - Descreva a estratégia e mostre alguns exemplos