$2^{\underline{a}}$ LISTA DE EXERCÍCIOS DE ESTATÍSTICA I - SME0320

Exercício 1 (*Walpole et al. E.3.2)*. Um carregamento de cinco automóveis importados contém dois com pequenas manchas na pintura. Se uma agência recebe três desses automóveis aleatoriamente, liste os elementos do espaço amostral S, usando as letras B e N para automóveis com manchas na pintura ou sem manchas na pintura, respectivamente; e, então, para cada ponto de amostragem atribua um valor x da variável aleatória X, que representa o número de automóveis comprados pela agência com manchas na pintura.

Exercício 2 (*Walpole et al. E.3.5)*. Determine o valor de c de modo que cada uma das seguintes funções possa servir como distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta X:

(a) $f(x) = c(x^2 + 4)$, para $x = 0, 1, 2, 3$;
(b) $f(x) = c\binom{2}{x}\binom{3}{3-x}$, para $x = 0, 1, 2$.

Exercício 3 (*Walpole et al. E.3.6)*. O prazo de validade, em dias, para frascos de certo medicamento prescrito é uma variável aleatória que tem como função de densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20000}{(x+100)^3}, x > 0 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Determine a probabilidade de que um frasco do medicamento tenha prazo de validade de

(a) pelo menos 200 dias;
(b) qualquer valor entre 80 e 120 dias.

Exercício 4 (*Walpole et al. E. 3.7)*. O número total de horas, medido em unidade de 100 horas, que uma família utiliza o aspirador de pó em sua casa, durante o período de um ano, é uma variável aleatória contínua X, que tem função de densidade

$$f(x) = \begin{cases} x, 0 < x < 1 \\ 2 - x, 1 \leq x < 2 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Determine a probabilidade de que, durante o período de um ano, a família use o aspirador

(a) menos de 120 horas.
(b) entre 50 e 100 horas.

Exercício 5 (*Walpole et al. E. 3.3 e 3.8)*. Considere W a variável aleatória definida como o número de caras menos o número de coroas em três jogadas de uma moeda.

(a) Considerando a moeda honesta, liste os elementos do espaço amostral para três lançamentos da moeda e, para cada ponto amostral, atribua um valor de w de W.
(b) Assumindo que a moeda seja viciada, de modo que cara seja duas vezes mais provável de ocorrer do que uma coroa, determine a distribuição de probabilidade da variável aleatória W.

Exercício 6 (*Walpole et al. E.3.9)*. A proporção de pessoas que respondem a certa solicitação de vendas por catálogo é a variável aleatória contínua X, que tem como função densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x+2)}{5}, 0 < x < 1 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Mostre que $P(0 < X < 1) = 1$.
(b) Determine a probabilidade de que mais de 1/4 e menos do que 1/2 das pessoas contratadas responderão a esse tipo de solicitação.

Exercício 7 (*Walpole et al. E.3.17)*. Uma variável aleatória contínua X, que pode assumir valores entre $x = 1$ e $x = 3$, tem função de densidade dada por $f(x) = 1/2$.

(a) Mostre que a área abaixo da curva é igual a 1.
(b) Determine $P(2 < X < 2,5)$.
(c) Determine $F(x)$.
(d) Determine $P(X \leq 1,6)$.

Exercício 8 (*Walpole et al. E.3.14)*. O tempo de espera, em horas, entre sucessivos motoristas flagrados por um radar que ultrapassam o limite de velocidade, é uma variável aleatória contínua com função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1 - e^{-8x}, x \geq 0. \end{cases}$$

Determine a probabilidade de o tempo de espera entre sucessivos motoristas ser menor que 12 minutos,

(a) usando a função de distribuição acumulada de X,
(b) usando a função densidade de probabilidade de X.

Exercício 9 (*Walpole et al. E.22)*. Três cartas são retiradas, sucessivamente, de um baralho sem reposição. Determine a distribuição de probabilidade para o número de espadas.

Exercício 10 (*Walpole et al. E.3.29)*. Um importante fator no combustível sólido de um míssil é a distribuição do tamanho de partículas. Problemas significativos podem ocorrer se o tamanho das partículas for muito grande. Dos dados de produção obtidos no passado, foi determinado que a distribuição do tamanho da partícula (em micrometros) é caracterizada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x^{-4}, x > 1, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Verifique se essa é uma função densidade válida.
(b) Obtenha $F(x)$.
(c) Qual é a probabilidade de que uma partícula aleatória de um combustível manufaturado exceda 4 micrometros?

Exercício 11 (*Walpole et al. E.3.31)*. Com base em testes excessivos, foi determinado por um fabricante de máquinas de lavar roupas que o tempo Y, em anos, antes que sejam necessários grandes reparos na máquina, é caracterizado pela função de densidade de probabilidade

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-y/4}, y \geq 0, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Os críticos certamente considerariam o produto uma barganha se for improvável que ele necessite de grandes reparos antes do $6^{\underline{o}}$ ano de uso. Comente determinando $P(Y > 6)$.
(b) Qual é a probabilidade de que seja necessário um grande reparo no primeiro ano?

Exercício 12 (*Walpole et al. E.3.36)*. Em uma tarefa em um laboratório, se o equipamento estiver funcionando, a função densidade do resultado observado X, é

$$f(x) = \begin{cases} 2(1 - x), 0 < x < 1, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Calcule $P(X \leq 1/3)$.
(b) Qual é a probabilidade de que X exceda 0,5?
(c) Dado que $X \geq 0,5$, qual é a probabilidade de que X seja menor do que 0,75?

Exercício 13 (*Meyer E. 4.15)*. Seja X uma variável aleatória contínua, com f.d.p. dada por

$$f(x) = \begin{cases} ax, \text{ se } 0 \leq x \leq 1 \\ a, \text{ se } 1 \leq x \leq 2 \\ -ax + 3a, \text{ se } 2 \leq x \leq 3 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

(a) Determine a constante a.
(b) Determine a função de distribuição acumulada F e esboce o seu gráfico
(c) Se X_1, X_2 e X_3 forem três observações independentes de X, qual será a probabilidade de, exatamente um desses três números ser maior do que 1,5?

Algumas respostas: **2** (a) 1/30 (b) 1/10. **3** (a) 1/9 (b) 0,1020. **4** (a) 0,68 (b) 0,375. **5** . **6** (b) 19/80. **7** (b) 1/4 (d) 0,3. **8** (a,b) 0,7981. **9** f(0) = 703/1700, f(1)=741/1700, f(2)=117/850, f(3)= 11/850. **10** (c) 0,0156. **11** (a) 0,2231 (b) 0,2212. **12** (a) 5/9 (b) 1/4 (c) 3/4. **13** (a) 1/2 (c) 3/8.