

Gramáticas Regulares

Gramáticas Regulares ou Tipo 3

Aplicando-se mais uma restrição sobre a forma das produções, pode-se criar uma nova classe de gramáticas, as *Gramáticas Regulares (GR)*. Nas GRs, as produções são restritas às formas seguintes:

$A \rightarrow aB$ ou $A \rightarrow a$ (linear à direita)

ou

$A \rightarrow Ba$ ou $A \rightarrow a$ (linear à esquerda)

onde $A, B \in V_n$ e $a \in V_t$

Linguagens Regulares (LR)

As linguagens geradas pelas Gramáticas Regulares ou do Tipo 3 são chamadas de **Linguagens Regulares (LR)** ou **Linguagens do Tipo 3**. São as linguagens mais simples.

Resultado 3:

Toda gramática do tipo 3 é também do tipo 2.

Corolário 3:

Toda LR é também uma LLC (mas nem toda LLC é LR).

Exemplo 1:

$G_8 = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$

$P = \{$

$S \rightarrow aS$

$S \rightarrow b \}$

Exemplo 1:

$G8 = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$

$P = \{$

$S \rightarrow aS$

$S \rightarrow b \}$

Resp.: $L(G8) = \{a^n b \mid n \geq 0\}$ ou a^*b

Exemplo 2:

$G_9 = (\{S, A\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P = \{$

$S \rightarrow aS \mid bA$

$A \rightarrow c \}$

Exemplo 2:

$G_9 = (\{S, A\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P = \{$

$S \rightarrow aS \mid bA$

$A \rightarrow c \}$

Resp.: $L(G_9) = \{a^nbc \mid n \geq 0\}$ ou a^*bc

Exemplo 3:

$$G_{10} = (\{ \langle \text{Dig} \rangle, \langle \text{Int} \rangle \}, \{ +, -, 0, \dots, 9 \}, P, \langle \text{Int} \rangle)$$
$$P = \{ \langle \text{Int} \rangle ::= + \langle \text{Dig} \rangle \mid - \langle \text{Dig} \rangle$$
$$\quad \langle \text{Dig} \rangle ::= 0 \langle \text{Dig} \rangle \mid 1 \langle \text{Dig} \rangle \mid \dots \mid 9 \langle \text{Dig} \rangle \mid 0 \mid 1 \mid$$
$$\quad 2 \mid \dots \mid 9 \}$$

Exemplo 3:

$G_{10} = (\{\langle \text{Dig} \rangle, \langle \text{Int} \rangle\}, \{+, -, 0, \dots, 9\}, P, \langle \text{Int} \rangle)$
 $P = \{\langle \text{Int} \rangle ::= +\langle \text{Dig} \rangle \mid -\langle \text{Dig} \rangle$
 $\quad \langle \text{Dig} \rangle ::= 0\langle \text{Dig} \rangle \mid 1\langle \text{Dig} \rangle \mid \dots \mid 9\langle \text{Dig} \rangle \mid 0 \mid 1 \mid$
 $\quad 2 \mid \dots \mid 9 \}$

Resp.:

$L(G_{10}) = \text{conj. números inteiros com sinal } \pm[0..9]^+$

Exemplo 4:

$G_{11} = (\{A,B,C\}, \{0,1\}, P, A)$

$P = \{ A \rightarrow 0B \mid 0$

$B \rightarrow 1C$

$C \rightarrow 0B \mid 0 \}$

Exemplo 4:

$G_{11} = (\{A,B,C\}, \{0,1\}, P, A)$

$P = \{ A \rightarrow 0B \mid 0$

$B \rightarrow 1C$

$C \rightarrow 0B \mid 0 \}$

Resp.:

$L(G_{11}) = \{0(10)^*\}$

Linguagens Regulares e Expressões Regulares

- Expressões Regulares (ER) denotam conjuntos.
- Os conjuntos representados por ER coincidem com as Linguagens Regulares (LR).
- Assim, toda LR pode ser representada por uma ER.

Exercícios

Escreva uma GR para as linguagens:

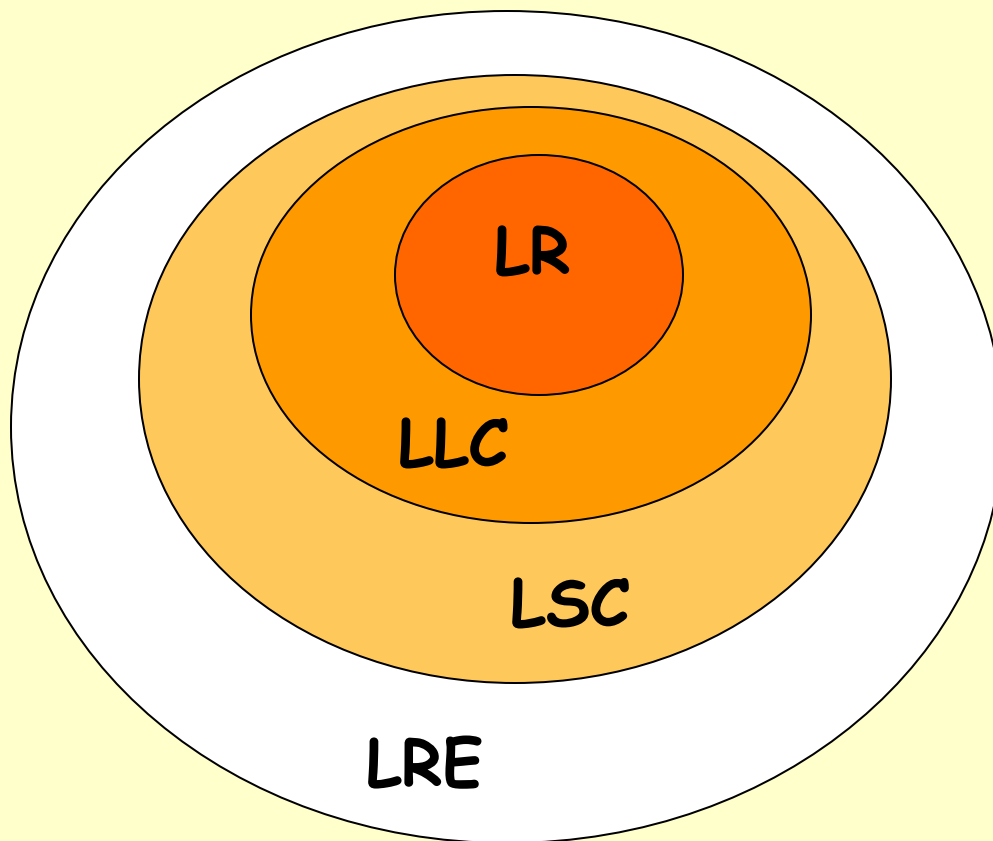
- $(01)^+$
- $(011)^+$
- $111(00)^*$
- $1(01)^*$

Hierarquia de Chomsky

Em termos gerais, para $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ pode-se afirmar que uma *linguagem* de qualquer tipo pode ser classificada também como sendo de tipo menor, de acordo com a **Hierarquia de Chomsky**.

Uma linguagem do tipo n é caracterizada pela existência de alguma gramática do tipo n que a descreva.

Hierarquia de Chomsky



**LR = Linguagens
Regulares**

**LLC = Linguagens
Livres de Contexto**

**LSL = Linguagens
Sensíveis ao Contexto**

**LEF = Linguagens
Recursivamente
Enumeráveis**

Linguagens, Gramáticas e Reconhecedores

Linguagens/Gramáticas	Reconhecedores
Rec. Enumerável/GEF	Máquina de Turing
Sensível ao contexto/GSC	Máquina de Turing com memória limitada
Livre de contexto/GLC	Autômato a pilha
Regular/GR	Autômato finito

A partir de agora, vamos estudar as Linguagens (Problemas) mais simples: LR e LLC e seus reconhecedores.

Linguagens e Reconhecedores

Linguagem	Gramática	Reconhecedor	Tempo para reconhecer w ; $ w =n$
Tipo 0: Linguagens Computáveis ou Recursivamente Enumeráveis	Gramáticas com Estrutura de Frase	Máquinas de Turing	NP-completo
Tipo 1: Sensíveis ao Contexto	Gramáticas Sensíveis ao Contexto	Máquinas de Turing com memória limitada	Exponencial: $O(2^n)$
Tipo 2: Livres de Contexto	Gramáticas Livres de Contexto	Autômatos à Pilha	Polinomial Espaço: $O(n)$; Tempo: Geral: $O(n^3)$; Não-ambíguas: $O(n^2)$; Se $P = A \rightarrow aB$ ou $A \rightarrow Ba$ ou $A \rightarrow a$: $O(n)$
Tipo 3: Conjuntos Regulares	Gramáticas Regulares	Autômatos Finitos	Linear: $O(n)$ e $O(E)$ (no tamanho do AF)